ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ V

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Δίδονται συνοπτικά οι απαντήσεις στις ερωτήσεις των ασκήσεων κάθε κεφαλαίου χωρίς πλήρεις επεξηγήσεις (με εξαίρεση στις ασκήσεις προσομοίωσης, Κεφ. 10).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

[1]
a. Η εξερχόμενη κίνηση θα είναι 4 erl.
b. Η εισερχόμενη κίνηση θα είναι 10 erl.
c. Η συνολική κίνηση θα είναι 14 erl.

[2]
a. Το φορτίο κίνησης που προσφέρεται στην ζεύξη είναι 60 erl.
b. Η κίνηση που διεκπεραιώθηκε από την ζεύξη είναι 59.7 erl.
c. Η κίνηση που χάθηκε είναι 0.3 erl.
d. Ο βαθμός εξυπηρέτησης της ζεύξης είναι 0.005.

[3]
a. Η πιθανότητα να μην αφιχθεί καμία κλήση είναι 0.135.
b. Η πιθανότητα να αφιχθεί μια μόνο κλήση είναι 0.270.
c. Η πιθανότητα άφιξης δύο κλήσεων είναι 0.270.
d. Η πιθανότητα άφιξης περισσότερων των 2 κλήσεων είναι 0.325.

[4]
a. Η πιθανότητα ότι η κλήση θα διαρκέσει τουλάχιστον άλλα 4 min είναι 0.135.
b. Η πιθανότητα ότι η κλήση θα τελειώσει εντός των επομένων 4 min είναι 0.865.

[5]
a. Η διεκπεραιουμένη κίνηση είναι 1.82 erl.
b. Ο βαθμός εξυπηρέτησης της ζεύξης είναι 0.1.
c. Το προσφερόμενο φορτίο κίνησης στην ζεύξη είναι 2.02 erl.
d. Η μέση τιμή του χρόνου εξυπηρέτησης των κλήσεων είναι 3.57 min.

[6] Η μέση τιμή του αριθμού των πακέτων στο δίκτυο είναι 17500.

[7] Αριθμός πελατών $\overline{\mathrm{N}} = \lambda \mathrm{T} = 60$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΠΩΛΕΙΩΝ

[1]
a. Η χωρητικότητα της ζεύξης θα είναι 53 trunks.
b. GoS = 0.3582.

[2]
a. $$1-\frac{d}{d\alpha}\log G\,(s,\alpha)=1-\frac{G'(s,\alpha)}{G(s,\alpha)}=1-\frac{\sum_{i=0}^{s}\frac{i\alpha^{i-1}}{i!}}{\sum_{i=0}^{s}\frac{\alpha^{i}}{i!}}=$$

$$=\frac{\sum_{i=0}^{s}\frac{\alpha^{i}}{i!}-\sum_{i=1}^{s}\frac{\alpha^{i-1}}{(i-1)!}}{\sum_{i=0}^{s}\frac{\alpha^{i}}{i!}}=\frac{\frac{\alpha^{s}}{s!}}{\sum_{i=0}^{s}\frac{\alpha^{i}}{i!}}=E(s,\alpha).$$

b. $E(0,2) = 1$, $E(1,2) = 0.66$, $E(2,2) = 0.4$, $E(3,2) = 0.210$, $E(4,2) = 0.095$.

[3] Η πιθανότητα απωλείας κλήσεως είναι 0.13%.

[4] Απαιτούνται 6 γραμμές εξόδου.

[5] Χρησιμοποιώντας τον τύπο απωλειών του Engset για φορτίο κίνησης 4.4 erl προκύπτει ότι απαιτούνται 9 γραμμές εξόδου. Όταν το φορτίο κίνησης γίνει 0.8 erl τότε απαιτούνται 4 γραμμές εξόδου. Τα αντίστοιχα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τον Β τύπο του Erlang είναι 10 και 4 γραμμές εξόδου.

[6] Από Erlang-B formula (πίνακες), $E_2(0.8925) = 17.4\%$.

[7] Αφού 1 κλήση ζητεί 6 (=384/64) κανάλια, θεωρώντας χωρητικότητα 5 (=30/6) καναλιών, έχουμε: $E_5(10) \approx 56.4\%$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

[1] a. Ο μέσος χρόνος αναμονής είναι 2.23 sec (από την σχέση (3.33)).
b. Η απόδοση των γραμμών είναι 18.16% (μέσω της σχέσης (3.38)).

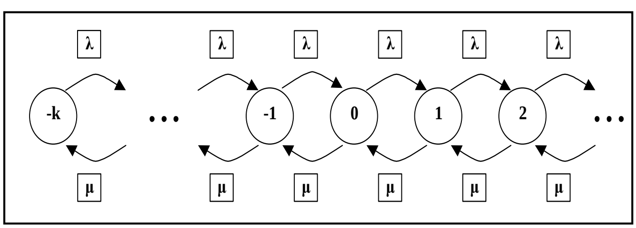
[2] a. Η πιθανότητα αναμονής είναι 0.1604 ενώ ο μέσος χρόνος αναμονής είναι 0.3850 sec.
b. Στην περίπτωση της πειθαρχίας FIFO η πιθανότητα ο χρόνος αναμονής να περάσει τα 6 min είναι 0.0132 ενώ για την περίπτωση της RSO η ίδια πιθανότητα είναι 0.0141.

[3] Ο αριθμός των μηνυμάτων που μπορούν να εξυπηρετηθούν ανά δευτερόλεπτο είναι 18.2.

[4] a. Η συσκευή μπορεί να χειριστεί 12000 κλήσεις την ώρα.
b. Ο μέγιστος επιτρεπτός χρόνος απασχόλησης της συσκευής με κάθε μήνυμα είναι 40 msec κατά μέσο όρο.

[5] a. Η πιθανότητα να είναι τουλάχιστον 2 κλήσεις στο σύστημα είναι 0.25.
b. Η πιθανότητα να είναι κενή η ουρά αναμονής είναι 0.75.

[6] a. Το διάγραμμα μεταπτώσεως των καταστάσεων είναι:



Οι καταστάσεις από i = –k,…, –1 αντιστοιχούν στην περίπτωση όπου τα ταξί βρίσκονται στην ουρά ενώ οι καταστάσεις για i >0 αντιστοιχούν στην περίπτωση όπου οι πελάτες βρίσκονται στην ουρά.

b. M/M/1

c. $P_i = (1/2)^6 (1/2)^i$

d. Η πιθανότητα ένας πελάτης να περιμένει να έλθει ταξί στην «πιάτσα» είναι 1/32.

[7] Από την σχέση (3.9) η ζητουμένη πιθανότητα είναι Q_3= 26.5%.

[8] a. Ο ζητούμενος αριθμός των συνολικών κλήσεων στο σύστημα είναι 0.96.

b. Η ρυθμαπόδοση του συστήματος είναι 5.8 κλήσεις/min.

c. Η συνολική μέση καθυστέρηση μιας κλήσεως είναι 9.931 sec.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΔΙΚΤΥΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ ΚΑΙ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ

[1] $n = 4$, $X = 5$, $n = XR \Rightarrow R = 0.8$ sec

[2] $\lambda_{max} < 0.375\mu$, $\alpha_1 = 0.6249$, $\alpha_2 = 0.9999$, $\alpha_3 = 0.3124$, $\alpha_4 = 0.9248$,

$R = 26709.57$ (πολύ μεγάλος χρόνος λόγω του υποσυστήματος 2, $\lambda = 0.3749$)

[3] a. 25, 20 και 4.

b. D_1=1, D_2=0.6, D_3=0.1

c. $U_k=XD_k \Rightarrow X=1$, $U_{CPU}=1$ $U_B=0.1$

d. $U_k = XD_k \Rightarrow X = 1$, $R = N/X – Z = 15$ sec

[4] a. CPU

b. $R_{min}= D_1+D_2+D_3 = 1.7$

c. 60%

d. $D_{max}=1$, $U_k = XD_k \Rightarrow X \leq 1$ κλήση/sec

e. $R \geq \max\{D, ND_{max}-Z\} \Rightarrow D_{max} \leq (R+Z)/N = 0.6$

Χρειαζόμαστε μια CPU που θα είναι τουλάχιστον 40% πιο γρήγορη. Ο δίσκος A είναι ο σωστός.

f. D=1.7, Dmax =1, Z = 5, $X \leq \min\{N/6.7, 1\}$, $R \geq \max\{1.7, N-5\}$

[5] a. $D_1 = 0.5 \Rightarrow$ δίσκος A

b. $D_2 =1.2 \Rightarrow$ δίσκος B

c. $D_3 =0.2 \Rightarrow$ CPU

d. $D_3 =2 \Rightarrow$ δίσκος B

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

[1] $\sum_i Q_i = 5.01$, $R=6.26$

[2]

N	**Χρόνος απόκρισης**				**Διεκπεραιωτική ικανότητα συστήματος**	**Μήκη ουρών**		
	CPU	Δίσκο Α	Δίσκος Β	Σύστημα		CPU	Δίσκος Α	Δίσκος Β
1	0.040	0.030	0.025	1.700	0.149	0.149	0.090	0.015
2	0.046	0.033	0.025	1.904	0.290	0.333	0.189	0.029
3	0.053	0.036	0.026	2.149	0.420	0.559	0.299	0.043
4	0.062	0.039	0.026	2.443	0.537	0.838	0.419	0.056
5	0.074	0.043	0.026	2.795	0.641	1.179	0.546	0.068

[3]

Α/Α	**Χρόνος απόκρισης**				**Διεκπεραιωτική ικανότητα συστήματος**	**Μήκη ουρών**		
	CPU	Δίσκο Α	Δίσκος Β	Σύστημα		CPU	Δίσκο Α	Δίσκος Β
1	0.293	0.220	0.183	12.467	1.145	8.397	5.038	0.840
2	0.359	0.174	0.045	12.629	1.135	10.185	3.939	0.204
3	0.427	0.142	0.030	13.640	1.073	11.454	3.053	0.128
4	0.475	0.117	0.028	14.334	1.034	12.291	2.421	0.116
5	0.507	0.099	0.028	14.767	1.012	12.826	2.003	0.112

[4]

N	**Χρόνος απόκρισης**				**Διεκπεραιωτική ικανότητα συστήματος**	**Μήκη ουρών**		
	CPU	Δίσκο Α	Δίσκος Β	Σύστημα		CPU	Δίσκο Α	Δίσκος Β
17	0.370	3.962	0.300	47.045	0.333	1.974	13.195	0.499
18	0.372	4.259	0.300	50.032	0.333	1.981	14.187	0.499
19	0.373	4.556	0.300	53.022	0.333	1.987	15.181	0.500
20	0.373	4.854	0.300	56.016	0.333	1.991	16.177	0.500

[5] Τα εξισορροπημένα όρια κλήσεων είναι:

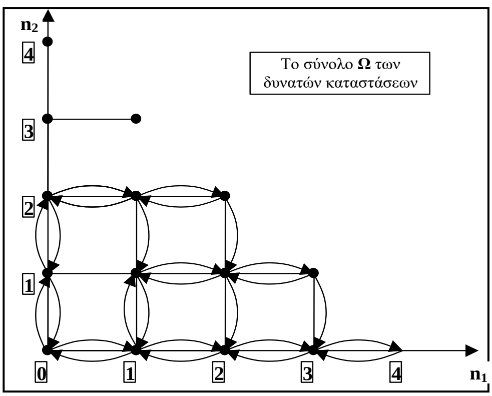
$$\frac{N}{5+1.7+(N-1)0.57\dfrac{1.7(N-1)}{1.7(N-1)+5}} \le X(N) \le \min\left\{1, \frac{N}{5+1.7+(N-1)\dfrac{1.7}{1.7+5}}\right\}$$

$$\max\left\{N-5, 1.7+(N-1)\frac{1.7}{1.7+5}\right\} \le R(N) \le 1.7+(N-1)0.57\frac{(N-1)1.7}{(N-1)1.7+5}$$

N	Χρόνος απόκρισης			Διεκπεραιωτική ικανότητα		
	Μικρότερο όριο	MVA	Μεγαλύτερο όριο	Μικρότερο όριο	MVA	Μεγαλύτερο όριο
1	1.700	1.700	1.700	0.149	0.149	0.149
2	1.844	1.904	1.954	0.288	0.290	0.292
3	1.988	2.149	2.510	0.399	0.420	0.429
4	2.131	2.443	3.215	0.487	0.537	0.561
5	2.275	2.795	4.005	0.555	0.641	0.687
6	2.419	3.213	4.848	0.609	0.731	0.809
7	2.563	3.706	5.726	0.653	0.804	0.926
8	3.000	4.278	6.629	0.688	0.862	1.000
9	4.000	4.930	7.549	0.717	0.906	1.000
10	5.000	5.658	8.483	0.742	0.938	1.000

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: ΠΟΛΥΔΙΑΣΤΑΤΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΙΝΗΣΗΣ

[1]



Παρατηρώντας το διάγραμμα καταστάσεων γίνεται αντιληπτό πως οι μεταβάσεις προς τα κάτω δεν συνοδεύονται πάντοτε με μεταβάσεις προς τα πάνω, π.χ. όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση (n_1=2, n_2=1) μπορεί να μεταπηδήσει στην κατάσταση (n_1=2, n_2=0) (με άλλα λόγια είναι δυνατή η αναχώρηση μιας κλήσης της δεύτερης κατηγορίας) ενώ όταν το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση (n_1=2, n_2=0) δεν μπορεί να μεταπηδήσει στην κατάσταση (n_1=2, n_2=1) (με άλλα λόγια η άφιξη μιας κλήσης της δεύτερης κατηγορίας δεν γίνεται δεκτή στο σύστημα). Το γεγονός αυτό είναι που κάνει την πολιτική δέσμευσης εύρους ζώνης να διαφέρει από την πολιτική πλήρους διάθεσης των πόρων του συστήματος στην οποία όλες οι προς τα κάτω μεταβάσεις συνοδεύονται και με μεταβάσεις προς τα πάνω.

[2] a. q (4) = 0.21

b. P_{b_1} = 0.172, P_{b_2} =0.382

[3] a. q(4) = 0.23

b. P_{b_1} = 0.092, P_{b_2} =0.564

c. Μολονότι η πιθανότητα να έχομε 4 κατειλημμένες γραμμές στο σύστημα δεν αυξήθηκε παρά ελάχιστα, εντούτοις η δέσμευση μιας μονάδας εύρους ζώνης προς όφελος της $1^{ης}$ υπηρεσίας οδηγεί σε σημαντική μείωση της απωλείας των κλήσεων της κατηγορίας αυτής αλλά και σε ιδιαίτερα αυξημένη τιμή της απωλείας των κλήσεων της $2^{ης}$ κατηγορίας.

d. t(1) = 1, t(2) = 0. Με βάση αυτές τις παραμέτρους, οι πιθανότητες απωλείας των κλήσεων των δύο κατηγοριών είναι $P_{b_1} = P_{b_2}$ = 0.325.

[4] P (n_1=2, n_2=1)= 0.307

[5] P_{b1}=0.019, P_{b2} =0.096, P_{b3}=0.192.

Εφαρμόζοντας την πολιτική δέσμευσης του εύρους ζώνης με παραμέτρους t(1)=9, t(2)=5 και t(3)=0 πετυχαίνουμε εξισορρόπηση των απωλειών των τριών υπηρεσιών. Στην περίπτωση αυτή θα ισχύει: $P_{b1}= P_{b2} = P_{b3}$=0.111.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7: ΔΙΚΤΥΑ ΑΠΩΛΕΙΩΝ ΜΟΡΦΗΣ ΓΙΝΟΜΕΝΟΥ

[1] a. Μετά από 6 επαναλήψεις οι πιθανότητες απωλείας στις τρεις ζεύξεις είναι αντίστοιχα: 7.7%, 4.5% και 3.0%.

b. Με βάση τα αποτελέσματα του (a) ερωτήματος οι πιθανότητες απωλείας των κλήσεων για κάθε σύνδεση είναι οι ακόλουθες: B_A=14.4%, B_B=7.7%, B_C = 4.5%, B_D = 7.3%.

[2] a. Η ακριβής λύση θα είναι B = 3.7%.

b. Η πιθανότητα απωλείας κλήσεως σε κάθε ζεύξη είναι 3.1%, ενώ σ' όλη την διαδρομή των δύο ζεύξεων (end-to-end) είναι 6.1%. Παρατηρεί λοιπόν κανείς ότι στην περίπτωση αυτού του απλού δικτύου η προσέγγιση μειωμένου φορτίου δεν δίνει καλά αποτελέσματα.

[3]

Διαδρομή	Πιθανότητα απωλείας κλήσεως της $1^{ης}$ κατηγορίας (%)	Πιθανότητα απωλείας κλήσεως της $2^{ης}$ κατηγορίας (%)
1,2	0.36	2.35
1,3	0.30	1.99
1,4	0.29	1.92
2,3	0.07	0.53
2,4	0.06	0.46
3,4	0.01	0.09

[4]

Διαδρομή	Πιθανότητα απωλείας κλήσεως της 1ης κατηγορίας (%)	Πιθανότητα απωλείας κλήσεως της 2ης κατηγορίας (%)
1,2	5.7	28.6
1,3	4.6	23.8
1,4	4.2	21.6
2,3	2.5	13.8
2,4	2.0	11.4
3,4	0.9	5.4

[5] a. Ροή ΑΔ: {(2,0), (2,1), (1,3), (2,2)}. Ροή ΒΔ: {(0,3), (1,3), (2,2)}.

b. $B_{ΑΔ}$ = 20.304%. $B_{ΒΔ}$ = 21.86%. (G = 197 / 48 = 4.1)

c. $B_{ΑΔ}$ = 20.304%. $B_{ΒΔ}$ = 4.42%. (L_1 = 0.19206, L_2 = 0.01163, L_3 = 0.03293)

[6] U_1 = 0.8888. U_2 = 2.3529.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

[1] a. Θεωρώντας το δίκτυο του σχήματος 8.3, η θεωρία της ισοδύναμης τυχαίας κινήσεως (ERT) εκφράζεται με το μοντέλο του σχήματος 8.4. Η ERT δεν υπολογίζει τις ξεχωριστές πιθανότητες απωλείας κλήσεως των φορτίων τυχαίας κίνησης α και $α_1$ (στην πρωτεύουσα διαδρομή υψηλής εκμετάλλευσης και στην ζεύξη τελικής διόδευσης, αντιστοίχως).

b. Οι χωρητικότητες των ζεύξεων ΑΒ, ΑΓ θα είναι 42 trunks ενώ η χωρητικότητα της ζεύξης ΑΔ είναι 16 trunks.

[2] a.b.

ΔΕΣΜΗ	**ΕΙΔΟΣ**	**ΚΙΝΗΣΗ**	**ΧΩΡΗΤ.**
ΑΒ	**1**	8.5	5
ΑΓ	**1**	9.0	10
ΑΔ	**2**	5.5	4
ΑΕ	**3**	12	**30**

[3] a.b.

ΔΕΣΜΗ	**ΕΙΔΟ**	**ΚΙΝΗΣΗ (erl)**	**ΧΩΡΗΤ.**
ΑΒ	**1**	40.0	36
ΑΓ	**2**	25.0	23
ΑΔ	**2**	30.0	27
ΑΕ	**3**	55.0	**80**

c. Η χωρητικότητα της ΑΒ πρέπει να υπολογισθεί ανάλογα με την τιμή του λόγου (κόστος στην εναλλακτική οδό)/(κόστος στην ΑΒ). Αν αυτός ο λόγος είναι π.χ. k=1.5, υποθέτοντας σταθερό ATC=0.83 erl, η συνθήκη ελαχιστοποίησης του κόστους για την ΑΒ είναι: LTC $\geq$ 0.55 erl. Απ' όπου προκύπτει χωρητικότητα της ΑΒ= 41 trunks. Αν π.χ. k=1.0 τότε αναμένεται μικρότερη χωρητικότητα στην ζεύξη ΑΒ, διότι η χρήση της εναλλακτικής οδού είναι φθηνότερη συγκριτικά με την περίπτωση k=1.5. Πράγματι τώρα πρέπει LTC $\geq$ 0.83 erl, που σημαίνει χωρητικότητα της ΑΒ = 30 trunks, δεδομένου ότι η κίνηση είναι 40 erl.

d. $B=b_1/b^*$. $b^*=\alpha^* E_{s^*}(\alpha^*)$ $b_1=\alpha^* E_{s^*+s_1}(\alpha^*)$ διότι οι δέσμες s^* και s_1 είναι σαν να είναι μία ενιαία δέσμη χωρητικότητας s^*+s_1 (ο τρόπος ταξινόμησης ή προσπέλασης των trunks της ζεύξης δεν ενδιαφέρει). Άρα $B = b_1/b^* = E_{s^*+s_1}(\alpha^*) / E_{s^*}(\alpha^*)$.

[4] Από την σχέση (2.28) ή (2.30), για s = 1 προκύπτει $E_1(\alpha) = \alpha/(1+\alpha)$, οπότε η σχέση (8.9α) γίνεται: $b = \alpha\, E_1(\alpha) = \alpha^2/(1+\alpha)$.

Από την σχέση (8.9β) για s=1, έχομε: $z = v / b = [1-b+\alpha/(1+1-\alpha+b)] \Rightarrow$

$$z = 1-\frac{\alpha^2}{(1+\alpha)}+\frac{\alpha}{1+1-\alpha+\dfrac{\alpha^2}{(1+\alpha)}} = \frac{1+\alpha-\alpha^2}{1+\alpha}+\frac{\alpha(1+\alpha)}{1+\alpha+(1-\alpha)(1+\alpha)+\alpha^2} =$$

$$= \frac{1+\alpha-\alpha^2}{1+\alpha}+\frac{\alpha(1+\alpha)}{2+\alpha} = \frac{(1+\alpha-\alpha^2)(2+\alpha)}{(1+\alpha)(2+\alpha)}+\frac{\alpha(1+\alpha)^2}{(1+\alpha)(2+\alpha)} = \frac{1+4\alpha+\alpha^2}{(1+\alpha)(2+\alpha)}$$

[5]

s_0	α^*	s^*	$E_s(a^*)$	s_1	*f* για *k* = 1.5	*f* για *k* = 1.1
0	15.000	0.0000	1.0000	23.653	35.464	26.007
1	14.771	0.6449	0.9591	22.806	35.209	26.087
2	12.420	1.1149	0.9277	21.975	34.962	26.173
3	13.930	1.3756	0.9080	21.156	34.733	26.271
4	13.306	1.4154	0.9013	20.361	34.542	26.397
5	12.591	1.2610	0.9073	19.617	34.425	26.578
6	11.864	0.9809	0.9237	18.956	34.435	26.852

Από τους τύπους του Rapp λαμβάνουμε τα α^* και s^* και κατόπιν υπολογίζουμε το s_1 υπό την συνθήκη $E_{s1+s*}(\alpha^*) = 0.01\ E_s(\alpha^*)$. Οι τιμές των φαίνονται στον ανωτέρω πίνακα μαζύ με το κόστος του συστήματος f, το οποίο παίρνει την ελάχιστη τιμή $f_{\min}= 34.425$ για $k = 1.5$ όταν $s_0 = 5$. Η τιμή αυτή του s_0 συμφωνεί με αυτή του σχήματος 8.7. Για $k =1.1$ το $f_{\min} = 26.007$ που αντιστοιχεί σε $s_0 = 0$. Εφαρμόζοντας την κλασσική μέθοδο με $k =1.1$ προκύπτει $s_0 = 2$. Η διαφορά αυτή των 2 trunks είναι το σφάλμα της κλασσικής μεθόδου.

[6] a. Ο συνολικός αριθμός των καταστάσεων του συστήματος είναι 18.

b. Ο πίνακας που περιγράφει το διάγραμμα μεταπτώσεως των καταστάσεων είναι ο ακόλουθος:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	-ρ	ρ	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
2	.	-ρ-2	.	2	½ρ	½ρ	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
3	.	.	-ρ-2	.	ρ	.	2	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
4	2	.	.	-ρ-2	.	.	.	½ρ	½ρ	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5	.	.	.	.	-ρ/2-4	.	.	2	.	2	½ρ	.	.	.	.	.	.	.
6	.	.	.	.	.	-ρ-4	.	.	4	.	ρ	.	.	.	.	.	.	.
8	.	.	2	.	.	.	.	-ρ/2-4	.	.	.	2	½ρ	.	.	.	.	.
9	.	2	.	.	.	.	.	.	-ρ-4	.	.	.	ρ	2	.	.	.	.
10	.	2	.	.	.	.	.	.	.	-ρ/2-4	.	2	.	.	½ρ	.	.	.
11	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	-6	.	4	.	2	.	.	.
12	.	.	.	2	.	.	2	.	.	.	.	-ρ/2-4	.	.	.	½ρ	.	.
13	.	.	.	.	2	.	.	.	.	.	.	.	–6	.	.	2	2	.
14	.	.	.	4	.	.	.	.	.	.	.	.	.	-ρ-4	.	.	ρ	.
15	.	.	.	.	.	2	.	.	.	.	.	.	.	.	-6	4	.	.
16	.	.	.	.	.	.	.	.	2	2	.	.	.	.	.	-6	.	2
17	.	.	.	.	.	.	.	4	.	.	.	.	.	.	.	.	-6	2
18	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	4	.	2	.	.	.	-6

c. Η πιθανότητα απωλείας κλήσεως δίνεται από την σχέση:

$B= ½\ (p_5+ p_8+ p_{10}+ p_{12}) + p_{11} + p_{13} + p_{15} + p_{16} + p_{17} + p_{18}$.

[7] $s = 4$, όταν $C_1 = 11$, οπότε $f = 24.992$ μονάδες (ευρώ).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: ΜΗ ΜΑΡΚΟΒΙΑΝΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΚΙΝΗΣΗΣ

[1] a. 0.4 έγγραφα / min.

b. Η μέση τιμή του χρόνου αναμονής είναι 20 sec.

[2] a. Ο μέσος χρόνος απόκρισης του συστήματος είναι 348 msec.

b. Η πιθανότητα ο χρόνος απόκρισης του συστήματος να υπερβεί το 0.1 sec είναι 85.33%.

c. Ο νέος μέσος χρόνος απόκρισης του συστήματος είναι 319 msec και η νέα πιθανότητα ότι ο χρόνος απόκρισης του συστήματος θα υπερβεί το 0.1 sec είναι 77.48%.

[3] a. Ο μέσος αριθμός των ATM cells στον καταχωρητή είναι 2.4.

b. Ο μέσος χρόνος παραμονής των ATM cells στον καταχωρητή είναι 8.1 μsec.

[4] Βάσει των παραδειγμάτων 9.5 και 9.6 καλύτερο είναι το σύστημα

SDH-622.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΗΣ ΚΙΝΗΣΕΩΣ

[1] Αν Y είναι ο ομοιόμορφα κατανεμημένος αριθμός τότε ο ζητούμενος τυχαίος αριθμός X παράγεται από την σχέση $X = F^{-1}(Y) = \sqrt{Y}$ όπου F(x) είναι η συνάρτηση κατανομής της πιθανότητας και δίδεται από την σχέση:

$$F(x) = \begin{cases} \int_0^x f(\xi)d\xi = x^2, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & x > 1 \end{cases}$$

[2] Κατά το παράδειγμα 10.3 δημιουργούμε τον ακόλουθο πίνακα:

x	**P(X=x)**	**F(x)=P(X≤x)**
0	0.135335	0.135335
1	0.270670	0.406005
2	0.270670	0.676675
3	0.180446	0.857121
4	0.090223	0.947344
5	0.036089	0.983433
6	0.012029	0.995462
7	0.003437	0.998899
8	0.000859	0.999758
9	0.000190	0.999949
10	0.000038	0.999987

Αν ο τυχαίος αριθμός ανήκει στο πρώτο διάστημα (0, 0.135335), ο αντίστοιχος ακέραιος είναι ο 0, αν ανήκει στο (0.135335, 0.406005) ο αντίστοιχος ακέραιος είναι ο 1, αν ανήκει στο (0.406005, 0.676675) είναι ο

2, ..., αν ανήκει στο (0.999949, 0.999987) ο 10, και αν ανήκει στο (0.999987, 1.) ο αντίστοιχος ακέραιος είναι μεγαλύτερος του 10. Έτσι λαμβάνουμε ακεραίους αριθμούς, κατανομής Poisson με μέση τιμή 2.

[3] a. Το διάστημα εμπιστοσύνης είναι το [2.2479, 2.9233].
b. Ο μέσος χρόνος παραμονής των κλήσεων στην ουρά αναμονής είναι περίπου 6.5 min, ενώ ο μέσος χρόνος παραμονής των κλήσεων στο σύστημα είναι περίπου 11.5 min.

[4] a. Ο αριθμός των διαστημάτων μέτρησης θεωρείται ικανοποιητικός όταν το διάστημα εμπιστοσύνης είναι αρκετά «στενό». Στην προκειμένη περίπτωση το διάστημα εμπιστοσύνης είναι οριακά ικανοποιητικό.
b. Η μέθοδος της μέσης τιμής των υποσυνόλων μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν έχουμε στην διάθεσή μας βιβλιοθήκη παραγωγής ψευδο-τυχαίων αριθμών μεγάλης περιόδου. Διαφορετικά πρέπει να χρησιμοποιήσουμε την μέθοδο των επαναλήψεων.

[5] Με βάση την σχέση (10.5), έστω $x_0 = 1 \pmod 2 \Rightarrow x_0 = 2n + 1$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, οπότε έστω $x_0 = 3$. Αποφεύγουμε την επιλογή $x_0 = 1$, διότι ουσιαστικά επιλέγουμε seed number, και θέλουμε οι διαδοχικοί seed numbers που θα επιλεγούν να μη διαιρούνται μεταξύ τους. Θέλουμε 16 (ψευδο)τυχαίους αριθμούς. Αφού $16 = 2^4$, επιλέγουμε $M = 2^6 = 64$. Επίσης, θέλουμε $k = \pm 3 \pmod 8 \Rightarrow k = 8n \pm 3$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, οπότε έστω $k = 3$. Δηλ. βάσει της σχέσεως $x_n = 3\, x_{n-1} \pmod{64}$, θα λάβουμε την ακολουθία των ψευδοτυχαίων αριθμών R (2η στήλη του κατωτέρω πίνακα), την οποία διαιρώντας διά 64 την μεταθέτουμε στο διάστημα (0,1) (3η στήλη). Αφού το σύστημα έχει χωρητικότητα 2 trunks, θα χρησιμοποιήσουμε στον Η/Υ ένα διάνυσμα 2 θέσεων με αρχικές τιμές (0 0) που σημαίνει ότι το σύστημα αρχικώς είναι κενό. Το διάνυσμα αυτό δείχνεται στην 7η στήλη του πίνακα. Ακολούθως, θα αλλάζουμε τις τιμές από 0 σε 1 για να δείχνουμε κατάληψη ελεύθερου trunk λόγω άφιξης κλήσεως (πιθανότητα $P_{\mathrm{a}} = \alpha/(\alpha + n)$), ή από 1 σε 0 για να δείχνουμε απελευθέρωση κατειλημμένου trunk λόγω τερματισμού κλήσεως (πιθανότητα $P_{\mathrm{b}} = n/(\alpha + n)$).
Άφιξη κλήσεως θα έχουμε όταν ο τυχαίος αριθμός Y είναι:
$0 < Y < \alpha/(\alpha + n)$.
Τερματισμό κλήσεως θα έχουμε όταν ο τυχαίος αριθμός Y είναι:
$\alpha/(\alpha + n) < Y < 1$, όπου: $n = 0, 1, 2$, και $a = 1$.
Αρχικά έχουμε πάντα άφιξη κλήσεως, αφού $P_{\mathrm{a}} = 1$ και $P_{\mathrm{b}} = 0$.

Α/Α	***R***	**(0, 1)**	***P*a**	***P*b**	**Κλήση**	**Trunks**	**Εξυπηρέτηση**
1	3	0.047	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
2	9	0.141	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
3	27	0.422	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
4	17	0.266	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
5	51	0.797	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
6	25	0.391	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
7	11	0.172	0.333	0.667	Άφιξη	(1 1)	ΟΧΙ
8	33	0.516	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
9	35	0.547	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
10	41	0.641	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
11	59	0.922	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
12	49	0.766	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
13	19	0.297	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
14	57	0.891	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
15	43	0.672	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
16	1	0.016	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
17	*3*	*0.047*					

Υπολογισμός της πιθανότητας απωλείας κλήσεως, έστω Β1: Στον ανωτέρω πίνακα έχουμε καταγράψει 8 αφίξεις κλήσεων και 1 απώλεια (ΟΧΙ). Άρα *Β1* = 1/8. Αν μάλιστα θεωρήσουμε ότι η πρώτη γραμμή του πίνακα αυτού εκφράζει μεταβατική κατάσταση, τότε *Β1* = 1/7 = 14.29%.

Επαναλαμβάνουμε την προσομοίωση με νέο seed number, π.χ. $x_0 = 5$:

Α/Α	***R***	**(0, 1)**	***P*a**	***P*b**	**Κλήση**	**Trunks**	**Εξυπηρέτηση**
1	5	0.078	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
2	15	0.234	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
3	45	0.703	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
4	7	0.109	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
5	21	0.328	0.333	0.667	Άφιξη	(1 1)	ΟΧΙ
6	63	0.984	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
7	61	0.953	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
8	55	0.959	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
9	37	0.578	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
10	47	0.734	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
11	13	0.203	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
12	39	0.609	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
13	53	0.828	0.5	0.5	Τερματισμός	(0 0)	
14	31	0.484	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
15	29	0.453	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
16	23	0.359	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
17	*5*	*0.078*					

Υπολογισμός ξανά της πιθανότητας απωλείας κλήσεως, έστω B2: Στον ανωτέρω πίνακα έχουμε καταγράψει 8 αφίξεις κλήσεων και 1 απώλεια (ΟΧΙ). Άρα *B2* = 1/8. Αν η πρώτη γραμμή του πίνακα αυτού εκφράζει μεταβατική κατάσταση του συστήματος, τότε B2 = 1/7 = 14.29%.

Επαναλαμβάνουμε την προσομοίωση με νέο seed number, τον $x_0 = 11$:

Α/Α	***R***	**(0, 1)**	P_a	P_b	**Κλήση**	**Trunks**	**Εξυπηρέτηση**
1	11	0.172	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
2	33	0.516	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
3	35	0.547	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
4	41	0.641	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
5	59	0.922	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
6	49	0.766	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
7	19	0.297	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
8	57	0.891	0.50	0.50	Τερματισμός	(0 0)	
9	43	0.672	1	0	Άφιξη	(1 0)	ΝΑΙ
10	1	0.016	0.50	0.50	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
11	3	0.047	0.333	0.667	Άφιξη	(1 1)	ΟΧΙ
12	9	0.141	0.333	0.667	Άφιξη	(1 1)	ΟΧΙ
13	27	0.422	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
14	17	0.266	0.5	0.5	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
15	51	0.797	0.333	0.667	Τερματισμός	(1 0)	
16	25	0.391	0.5	0.5	Άφιξη	(1 1)	ΝΑΙ
17	11	0.172					

Στον ανωτέρω πίνακα έχουμε καταγράψει 8 αφίξεις κλήσεων και 2 απώλειες. Άρα *B3* = 2/8. Αν η $1^η$ γραμμή του πίνακα αυτού εκφράζει μεταβατική κατάσταση του συστήματος, τότε *B3* = 2/7 = 28.57%.

Έτσι, η πιθανότητα απωλείας κλήσεως είναι (*B1* + *B2* + *B3*) / 3 = **19.05% ≈ 20%** (που είναι η ακριβής τιμή, βάσει της Erlang B-Formula).

[6] Αφού $\lambda = a/h = 1$ κλήση ανά λεπτό της ώρας, για να καλύψουμε χρόνο 15*7=105 min, θα χρειαστούμε περίπου 105 τυχαίους αριθμούς εκθετικής κατανομής (για να εκφράσουμε τις στιγμές αφίξεως των κλήσεων) και επιπλέον, άλλους 105 για να εκφράσουμε την χρονική στιγμή της αναχώρησης κάθε κλήσεως από το σύστημα. Μέσω του Microsoft EXCEL, παίρνουμε τους αριθμούς εκθετικής κατανομής του Πίνακα 1. (Τα χρονικά διαστήματα μεταξύ διαδοχικών αφίξεων και αναχωρήσεων έχουν μέση τιμή 1 min, αφού $1/\lambda = 1$ $h = 1$ min.). Από τον τυχαίο αριθμό Y = RAND() (ομοιόμορφης κατανομής στο διάστημα (0,1)) του EXCEL, δημιουργούμε τον $X = -ln(1 - Y)$ που είναι αριθμός εκθετικής κατανομής (π.χ. Y = 0.563006804, X = 0.827837653). Ο πρώτος αριθμός δηλώνει την χρονική στιγμή (min) της άφιξης της 1ης κλήσεως στο σύστημα μετά την χρονική

στιγμή t = 0. Ο δεύτερος αριθμός για να δηλώνει την χρονική στιγμή της άφιξης της 2ης κλήσεως, θα πρέπει να προστεθεί στον πρώτο αριθμό. Ο τρίτος αριθμός θα πρέπει να προστεθεί στο άθροισμα των 2 πρώτων, ώστε να μας δώσει την χρονική στιγμή άφιξης της 3ης κλήσεως, κ.ο.κ. Έτσι στον Πίνακα 1, οι τρεις πρώτοι αριθμοί, 0.827837653, 3.177249522 και 3.323410898 προέκυψαν από τους τυχαίους αριθμούς: 0.827837653, 2.349411869 και 0.146161376. Με ανάλογο τρόπο υπολογίζουμε τις αναχωρήσεις. Το 1ο διάστημα επεξεργασίας των τυχαίων αριθμών είναι από 0–15 min. Στο διάστημα αυτό βλέπουμε από τον Πίνακα 1 ότι έχουμε 12 αριθμούς. Τους τοποθετούμε για ευκολία στον Πίνακα 1.1. Η επεξεργασία / προσομοίωση γίνεται στον Πίνακα 1.2. Αρχικά το σύστημα είναι άδειο: κατάσταση (0 0). Με την άφιξη της 1ης κλήσης η κατάσταση του συστήματος γίνεται (1 0) και η κλήση εξυπηρετείται. Ακολούθως πρέπει να ταξινομήσουμε τους χρόνους και να γνωρίζουμε κάθε φορά τι είδους γεγονός έχομε κάθε χρονική στιγμή (άφιξη ή αναχώρηση κλήσεως;). Αν έχομε αναχώρηση, η κατάσταση του συστήματος από 1 θα γίνει πάλι 0. Απώλεια κλήσεως έχομε όταν έχομε άφιξη κλήσεως ενώ το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση (1 1) (πλήρως κατειλημμένο). Σε κάθε Χρονικό Διάστημα (υποτίθεται ότι είναι ικανοποιητικά μεγάλο) μετρούμε την πιθανότητα απωλείας κλήσεως διαιρώντας το αριθμό των χαμένων κλήσεων (ΟΧΙ στην στήλη «Εξυπηρέτηση») με τον αριθμό των αφίξεων στο συγκεκριμένο διάστημα.

Πίνακας 1

ΑΦΙΞΗ	ΑΝΑΧΩΡΗΣΗ	ΑΦΙΞΗ	ΑΝΑΧΩΡΗΣΗ	ΑΦΙΞΗ	ΑΝΑΧΩΡΗΣΗ
0.827837653	1.370522414	39.05056232	39.4527322	78.96021976	79.02922556
3.177249522	3.187837738	40.00584063	42.4859837	79.12146204	79.72378969
3.323410898	4.253506619	40.72374106	42.00783626	79.70245322	84.58735697
3.458961436	3.474916427	41.58023487	42.69221605	81.32141894	82.7775365
5.214893988	5.934223343	41.9470134	42.90142672	82.24892798	86.2428715
7.590246221	7.83993088	42.01470781	42.21314676	82.98719386	86.29647543
8.535562949	8.801873603	42.44475768	42.68758459	83.35760932	83.83119866
9.39917141	9.914702654	42.7373964	42.99124818	85.5699075	86.38517508
10.16660597	10.48963158	44.05054494	44.46089066	85.91416396	86.76023799
10.9445173	12.79228152	44.32073924	45.49501765	86.16141923	86.65263942
11.86013116	13.03652918	44.80921578	45.09915651	87.80532971	87.98005325
13.34139243	13.58103347	47.214006	48.45113453	88.55975021	89.94268403
15.13435919	15.31375107	48.0794302	48.10148436	89.08027537	89.0935454
15.65694593	16.27876523	51.12785545	52.00737408	89.51750809	90.09128216
16.68136102	20.48445001	52.27576381	52.88260879	89.92957928	93.01291225
16.8786356	16.99468703	52.62529532	52.76112717	90.19301863	90.90198361
18.09645994	18.86690013	54.51840697	55.39925206	91.80297537	93.16146122
19.02201492	22.03977792	56.45519446	56.60257253	93.82433655	94.91674087

19.25959534	23.22032054	56.46143648	58.34431015	96.90771757	97.09113162
19.39086081	19.72404145	57.17113932	57.66538203	98.59249091	99.68656455
21.29666244	21.80362586	58.52811868	61.9089345	98.92355319	99.43546513
22.08528481	22.78835997	61.65238447	61.69317775	99.36754833	99.39321405
22.25684103	22.51255426	62.13466711	62.43473005	99.58987467	101.9672828
23.24116893	23.8237043	62.24661273	62.92439723	99.78276807	100.6551976
24.53499655	24.6866123	62.76152022	63.14598232	100.6255745	101.6985453
26.18339421	26.47470216	67.54855228	67.89990804	100.8270607	101.0737695
27.89538377	28.41191742	67.82241795	68.0514688	101.8759411	102.0030571
27.95695096	28.7949059	68.75347987	69.16093242	103.9553848	104.4668901
28.04986643	29.97486652	68.8606842	69.51229763	104.4419192	105.6753843
29.93035129	30.87442611	70.84191132	71.16054954	105.2636357	106.0540391
30.09237861	32.45394206	71.49510678	71.53694827		
31.18799306	35.97200032	72.3602338	74.35837355		
33.41658931	34.20755977	72.36647593	73.59496362		
34.17722723	35.14171274	72.57075266	72.58368446		
34.55200481	37.01538644	72.69633525	73.41755592		
37.26621975	37.72788758	78.12224698	78.52965601		

Χρονικό Διάστημα 1: 0–15 min.

Πίνακας 1.1

Α/Α	**Άφιξη**	**Τερματισμός**
1	0.827837653	1.370522414
2	3.177249522	3.187837738
3	3.323410898	4.253506619
4	3.458961436	3.474916427
5	5.214893988	5.934223343
6	7.590246221	7.83993088
7	8.535562949	8.801873603
8	9.39917141	9.914702654
9	10.16660597	10.48963158
10	10.9445173	12.79228152
11	11.86013116	13.03652918
12	13.34139243	13.58103347

Πίνακας 1.2

Time Point	**System State**	**Εξυπηρέτηση**
0.00000	(0 0)	
0.827838	(1 0)	ΝΑΙ
1.370522	(0 0)	
3.17725	(1 0)	ΝΑΙ
3.187838	(0 0)	
3.323411	(1 0)	ΝΑΙ
3.458961	(1 1)	ΝΑΙ
3.474916	(1 0)	
4.253507	(0 0)	
5.214894	(1 0)	ΝΑΙ
5.934223	(0 0)	
7.590246	(1 0)	ΝΑΙ
7.839931	(0 0)	
8.535563	(1 0)	ΝΑΙ
8.801874	(0 0)	
9.399171	(1 0)	ΝΑΙ
9.914703	(0 0)	
10.16661	(1 0)	ΝΑΙ
10.48963	(0 0)	
10.94452	(1 0)	ΝΑΙ
11.86013	(1 1)	ΝΑΙ
12.79228	(0 1)	
13.03653	(0 0)	
13.34139	(1 0)	ΝΑΙ
13.58103	(0 0)	
15.00000	**Blocking =**	**0%**

Χρονικό Διάστημα 2: 15–30 min.

Πίνακας 2.1

Α/Α	**Άφιξη**	**Τερματισμός**
1	15.13435919	15.31375107
2	15.65694593	16.27876523
3	16.68136102	20.48445001
4	16.8786356	16.99468703
5	18.09645994	18.86690013
6	19.02201492	22.03977792
7	19.25959534	23.22032054
8	19.39086081	19.72404145
9	21.29666244	21.80362586
10	22.08528481	22.78835997
11	22.25684103	22.51255426
12	23.24116893	23.8237043
13	24.53499655	24.6866123
14	26.18339421	26.47470216
15	27.89538377	28.41191742
16	27.95695096	28.7949059
17	28.04986643	29.97486652
18	29.93035129	30.87442611

Πίνακας 2.2

Time Point	**System State**	**Εξυπηρέτηση**
15.00000	(0 0)	
15.13435919	(1 0)	ΝΑΙ
15.31375107	(0 0)	
15.65694593	(1 0)	ΝΑΙ
16.27876523	(0 0)	
16.68136102	(1 0)	ΝΑΙ
16.8786356	(1 1)	ΝΑΙ
16.99468703	(1 0)	
18.09645994	(1 1)	ΝΑΙ
18.86690013	(1 0)	
19.02201492	(1 1)	ΝΑΙ
19.25959534	(1 1)	ΟΧΙ
19.39086081	(1 1)	ΟΧΙ
19.72404145		
20.48445001	(0 1)	
21.29666244	(1 1)	ΝΑΙ
21.80362586	(0 1)	
22.03977792	(0 0)	ΝΑΙ
22.08528481	(1 0)	ΝΑΙ
22.25684103	(1 1)	ΝΑΙ
22.51255426	(1 0)	
22.78835997	(0 0)	
23.22032054		
23.24116893	(1 0)	ΝΑΙ
23.8237043	(0 0)	
24.53499655	(1 0)	ΝΑΙ
24.6866123	(0 0)	
26.18339421	(1 0)	ΝΑΙ
26.47470216	(0 0)	
27.89538377	(1 0)	ΝΑΙ
27.95695096	(1 1)	ΝΑΙ
28.04986643	(1 1)	ΟΧΙ
28.41191742	(0 1)	
28.7949059	(0 0)	
29.93035129		
29.97486652	(1 0)	ΝΑΙ
30.00000	**Blocking =**	**16.667%**
30.87442611		

Όταν κατά την άφιξή της (π.χ. την χρονική στιγμή 19.25959534 min) μια κλήση δεν εξυπηρετείται (διότι δεν υπάρχουν διαθέσιμοι εξυπηρετητές), θεωρούμε ότι η κλήση εγκαταλείπει πάραυτα το σύστημα. Επομένως ακυρώνεται η χρονική στιγμή που αντιστοιχούσε στην αναχώρησής της (23.22032054 min). Αυτό φαίνεται στους Πίνακες με την σκίαση των τιμών.

Χρονικό Διάστημα 3: 30–45 min.

Πίνακας 3.1

Α/Α	**Άφιξη**	**Τερματισμός**
1	30.09237861	32.45394206
2	31.18799306	35.97200032
3	33.41658931	34.20755977
4	34.17722723	35.14171274
5	34.55200481	37.01538644
6	37.26621975	37.72788758
7	39.05056232	39.4527322
8	40.00584063	42.4859837
9	40.72374106	42.00783626
10	41.58023487	42.69221605
11	41.9470134	42.90142672
12	42.01470781	42.21314676
13	42.44475768	42.68758459
14	42.7373964	42.99124818
15	44.05054494	44.46089066
16	44.32073924	45.49501765
17	44.80921578	45.09915651

Πίνακας 3.2

Time Point	**System State**	**Εξυπηρέτηση**
30.00000	(1 0)	
30.09237861	(1 1)	ΝΑΙ
30.87442611	(0 1)	
31.18799306	(1 1)	ΝΑΙ
32.45394206	(1 0)	
33.41658931	(1 1)	ΝΑΙ
34.17722723	(1 1)	ΟΧΙ
34.20755977	(1 0)	
34.55200481	(1 1)	ΝΑΙ
35.14171274		
35.97200032	(0 1)	
37.01538644	(0 0)	
37.26621975	(1 0)	ΝΑΙ
37.72788758	(0 0)	
39.05056232	(1 0)	ΝΑΙ
39.4527322	(0 0)	
40.00584063	(1 0)	ΝΑΙ
40.72374106	(1 1)	ΝΑΙ
41.58023487	(1 1)	ΟΧΙ
41.9470134	(1 1)	ΟΧΙ
42.00783626	(1 0)	
42.01470781	(1 1)	ΝΑΙ
42.21314676	(1 0)	
42.44475768	(1 1)	ΝΑΙ
42.4859837	(0 1)	
42.68758459	(0 0)	
42.69221605		
42.7373964	(1 0)	ΝΑΙ
42.90142672		
42.99124818	(0 0)	
44.05054494	(1 0)	ΝΑΙ
44.32073924	(1 1)	ΝΑΙ
44.46089066	(0 1)	
44.80921578	(1 1)	
45.00000	**Blocking =**	**17.647%**
45.09915651		
45.49501765		

Χρονικό Διάστημα 4: 45–60 min.

Πίνακας 4.1

Α/Α	**Άφιξη**	**Τερματισμός**
1	47.214006	48.45113453
2	48.0794302	48.10148436
3	51.12785545	52.00737408
4	52.27576381	52.88260879
5	52.62529532	52.76112717
6	54.51840697	55.39925206
7	56.45519446	56.60257253
8	56.46143648	58.34431015
9	57.17113932	57.66538203
10	58.52811868	61.9089345

Πίνακας 4.2

Time Point	**System State**	**Εξυπηρέτηση**
45.00000	(1 1)	
45.09915651	(0 1)	
45.49501765	(0 0)	
47.214006	(1 0)	ΝΑΙ
48.0794302	(1 1)	ΝΑΙ
48.10148436	(1 0)	
48.45113453	(0 0)	
51.12785545	(1 0)	ΝΑΙ
52.00737408	(0 0)	
52.27576381	(1 0)	ΝΑΙ
52.62529532	(1 1)	ΝΑΙ
52.76112717	(1 0)	
52.88260879	(0 0)	
54.51840697	(1 0)	ΝΑΙ
55.39925206	(0 0)	
56.45519446	(1 0)	ΝΑΙ
56.46143648	(1 1)	ΝΑΙ
56.60257253	(0 1)	
57.17113932	(1 1)	ΝΑΙ
57.66538203	(0 1)	
58.34431015	(0 0)	
58.52811868	(1 0)	ΝΑΙ
	Blocking=	**0%**
61.9089345		

Χρονικό Διάστημα 5: 60–75 min.

Πίνακας 5.1

Α/Α	**Άφιξη**	**Τερματισμός**
1	61.65238447	61.69317775
2	62.13466711	62.43473005
3	62.24661273	62.92439723
4	62.76152022	63.14598232
5	67.54855228	67.89990804
6	67.82241795	68.0514688
7	68.75347987	69.16093242
8	68.8606842	69.51229763
9	70.84191132	71.16054954
10	71.49510678	71.53694827
11	72.3602338	74.35837355
12	72.36647593	73.59496362
13	72.57075266	72.58368446
14	72.69633525	73.41755592

Πίνακας 5.2

Time Point	**System State**	**Εξυπηρέτηση**
60.00000	(1 0)	
61.65238447	(1 1)	ΝΑΙ
61.69317775	(1 0)	
61.9089345	(0 0)	
62.13466711	(1 0)	ΝΑΙ
62.24661273	(1 1)	ΝΑΙ
62.43473005	(0 1)	
62.76152022	(1 1)	ΝΑΙ
62.92439723	(1 0)	
63.14598232	(0 0)	
67.54855228	(1 0)	ΝΑΙ
67.82241795	(1 1)	ΝΑΙ
67.89990804	(0 1)	
68.0514688	(0 0)	
68.75347987	(1 0)	ΝΑΙ
68.8606842	(1 1)	ΝΑΙ
69.16093242	(0 1)	
69.51229763	(0 0)	
70.84191132	(1 0)	ΝΑΙ
71.16054954	(0 0)	
71.49510678	(1 0)	ΝΑΙ
71.53694827	(0 0)	
72.3602338	(1 0)	ΝΑΙ
72.36647593	(1 1)	ΝΑΙ
72.57075266	(1 1)	ΟΧΙ
72.58368446		
72.69633525	(1 1)	ΟΧΙ
73.41755592		
73.59496362	(1 0)	
74.35837355	(0 0)	
75.00000	**Blocking=**	**14.286%**

Χρονικό Διάστημα 6: 75–90 min

Πίνακας 6.1

Α/Α	Άφιξη	Τερματισμός
1	78.12224698	78.52965601
2	78.96021976	79.02922556
3	79.12146204	79.72378969
4	79.70245322	84.58735697
5	81.32141894	82.7775365
6	82.24892798	86.2428715
7	82.98719386	86.29647543
8	83.35760932	83.83119866
9	85.5699075	86.38517508
10	85.91416396	86.76023799
11	86.16141923	86.65263942
12	87.80532971	87.98005325
13	88.55975021	89.94268403
14	89.08027537	89.0935454
15	89.51750809	90.09128216
16	89.92957928	93.01291225

Πίνακας 6.2

Time Point	System State	Εξυπηρέτηση
75.00000	(0 0)	
78.12224698	(1 0)	ΝΑΙ
78.52965601	(0 0)	
78.96021976	(1 0)	ΝΑΙ
79.02922556	(0 0)	
79.12146204	(1 0)	ΝΑΙ
79.70245322	(1 1)	ΝΑΙ
79.72378969	(0 1)	
81.32141894	(1 1)	ΝΑΙ
82.24892798	(1 1)	ΟΧΙ
82.7775365	(0 1)	
82.98719386	(1 1)	ΝΑΙ
83.35760932	(1 1)	ΟΧΙ
83.83119866		
84.58735697	(1 0)	
85.5699075	(1 1)	ΝΑΙ
85.91416396	(1 1)	ΟΧΙ
86.16141923	(1 1)	ΟΧΙ
86.2428715		
86.29647543	(0 1)	
86.38517508	(0 0)	
86.65263942		
86.76023799		
87.80532971	(1 0)	ΝΑΙ
87.98005325	(0 0)	
88.55975021	(1 0)	ΝΑΙ
89.08027537	(1 1)	ΝΑΙ
89.0935454	(1 0)	
89.51750809	(1 1)	ΝΑΙ
89.92957928	(1 1)	ΟΧΙ
89.94268403	(0 1)	
90.00000	**Blocking =**	**31.250%**
90.09128216		
93.01291225		

Χρονικό Διάστημα 7: 90−105 min

Πίνακας 7.1

Α/Α	**Άφιξη**	**Τερματισμός**
1	90.19301863	90.90198361
2	91.80297537	93.16146122
3	93.82433655	94.91674087
4	96.90771757	97.09113162
5	98.59249091	99.68656455
6	98.92355319	99.43546513
7	99.36754833	99.39321405
8	99.58987467	101.9672828
9	99.78276807	100.6551976
10	100.6255745	101.6985453
11	100.8270607	101.0737695
12	101.8759411	102.0030571
13	103.9553848	104.4668901
14	104.4419192	105.6753843

Πίνακας 7.2

Time Point	**System State**	**Εξυπηρέτηση**
90.00000	(0 1)	
90.09128216	(0 0)	
90.19301863	(1 0)	ΝΑΙ
90.90198361	(0 0)	
91.80297537	(1 0)	ΝΑΙ
93.16146122	(0 0)	
93.82433655	(1 0)	ΝΑΙ
94.91674087	(0 0)	
96.90771757	(1 0)	ΝΑΙ
97.09113162	(0 0)	
98.59249091	(1 0)	ΝΑΙ
98.92355319	(1 1)	ΝΑΙ
99.36754833	(1 1)	ΟΧΙ
99.39321405		
99.43546513	(1 0)	
99.58987467	(1 1)	ΝΑΙ
99.68656455	(0 1)	
99.78276807	(1 1)	ΝΑΙ
100.6255745	(1 1)	ΟΧΙ
100.6551976	(0 1)	
100.8270607	(1 1)	ΝΑΙ
101.0737695	(0 1)	
101.6985453		
101.8759411	(1 1)	ΝΑΙ
101.9672828	(1 0)	
102.0030571	(0 0)	
103.9553848	(1 0)	ΝΑΙ
104.4419192	(1 1)	Ν
104.4668901	(0 1)	
105.00000	**Blocking =**	**14.286%**
105.6753843		

Αφού φθάσαμε στην χρονική στιγμή 105 min, η προσομοίωση τερματίζεται και επεξεργαζόμαστε τις μετρήσεις.

Έχομε:

Διάστημα:	1	2	3	4	5	6	7
Blocking (%):	0	16.667	17.647	0	14.286	31.250	14.286

Εξαιρώντας το πρώτο χρονικό διάστημα λειτουργίας του συστήματος, διότι περιλαμβάνει την μεταβατική κατάσταση του συστήματος, η μέση τιμή της πιθανότητας απωλείας κλήσεως είναι:

$$B = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} B_i = \frac{0.94136}{6} = 0.15869 \approx 15.87\%$$

Το διάστημα εμπιστοσύνης για πιθανότητα λάθους 5% είναι:

$$\left.\begin{matrix}\mu_\alpha^+ \\ \mu_\alpha^-\end{matrix}\right\} = 0.15869 \pm \frac{\sigma}{\sqrt{5}} u_{\alpha/2}$$

όπου σ είναι η τυπική απόκλιση των μετρήσεων και θα υπολογισθεί από την διασπορά:

$$S^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6}\left(B_i - 0.15869\right)^2$$ = (0.00006368+0.00031613+0.02518252+0.000 25059+0.02365752+0.00025059) / 5 = 0.01

Άρα σ = 0.1 (τετραγωνική ρίζα του 0.01).

$u_{\alpha/2}$ είναι η τιμή της κανονικής κατανομής για την οποία: $P\{X > u_{\alpha/2}\} = \alpha/2$.

Επειδή όμως χρησιμοποιούμε την διασπορά του δείγματος θα χρησιμοποιήσουμε την αντίστοιχη τιμή της κατανομής *t* (Student).

Για α = 5%, από πίνακα τιμών της κατανομής *t* για 5 (= 6-1) βαθμούς ελευθερίας παίρνουμε ότι $t_{0.05/2} = 2.776$

Άρα $$\left.\begin{matrix}\mu_\alpha^+ \\ \mu_\alpha^-\end{matrix}\right\} = 0.15869 \pm \frac{0.1}{\sqrt{5}} 2.776 = 0.15869 \pm 0.12415 = \left\{\begin{matrix}0.28284 \\ 0.03454\end{matrix}\right.$$

Δηλαδή το διάστημα εμπιστοσύνης για την πιθανότητα απωλείας κλήσεως είναι: από 3.454% μέχρι 28.284%, και περιλαμβάνει την πιθανότητα $E_2(1)$=20%! (θεωρείται μεγάλο). Το μεγάλο διάστημα τουλάχιστον δείχνει ότι πρέπει να ληφθούν περισσότερες μετρήσεις από την προσομοίωση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΣΕ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΚΑ ΔΙΚΤΥΑ – ΔΙΑΣΤΑΣΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΡΜΑΤΙΚΩΝ ΖΕΥΞΕΩΝ ΚΑΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ

[1] a. Νέα μεγίστη τιμή της πιθανότητας απωλείας κλήσεως: 9.37%.

b.

Κύκλος	x_{max}	x_{min}	x_{new}	**Εφικτή η**
1	18.54%	0.49%	9.51%	**ΝΑΙ**
2	9.51%	0.49%	5.00%	ΟΧΙ
3	9.51%	5.00%	7.26%	ΟΧΙ
4	9.51%	7.26%	8.39%	ΟΧΙ
5	9.51%	8.39%	8.95%	ΟΧΙ
6	9.51%	8.95%	9.23%	ΟΧΙ
7	9.51%	9.23%	9.37%	**ΝΑΙ**
8	9.37%	9.23%	9.30%	ΟΧΙ
9	9.37%	9.30%	9.34%	ΟΧΙ

c. Οι νέες πιθανότητες απωλείας κλήσεως σε κάθε τερματική ζεύξη.

Κόμβος	**1**	**2**	**3**
1	0	9.37%	8.41%
2	3.63%	0	3.63%
3	9.37%	8.41%	0

d.

Νέος Routing	w_r
1 4 2	35
1 4 3	25
2 4 1	25
2 4 3	25
3 4 1	35
3 4 2	25

e. Η χωρητικότητα εύρους ζώνης που χρησιμοποιείται σε κάθε κλάδο.

Κλάδος	**Trunks**
(1, *4*)	120
(2, *4*)	110
(3, *4*)	110

[2] a. Η εγκατεστημένη χωρητικότητα σε trunks σε κάθε κλάδο του δικτύου:

Εξωτερικό δίκτυο		**Εσωτερικό δίκτυο**	
Κλάδος	**Trunks**	**Κλάδος**	**Trunks**
(1, *1*)	60	(*1*, *2*)	40
(2, *2*)	60	(*2*, *3*)	20
(3, *3*)	60	(*3*, *4*)	40
(4, *4*)	60	(*4*, *1*)	60

b. Το μοντέλο ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού:

1) $[r(1)]+[r(2)]+[r(3)]+[r(4)]+[r(7)]+[r(10)]+[W_1]=60$ για τον κλάδο (1,*1*)
2) $[r(1)]+[r(4)]+[r(5)]+[r(6)]+[r(8)]+[r(11)]+[W_2]=60$ για τον κλάδο (2,*2*)
3) $[r(2)]+[r(5)]+[r(7)]+[r(8)]+[r(9)]+[r(12)]+[W_3]=60$ για τον κλάδο (3,*3*)
4) $[r(3)]+[r(6)]+[r(9)]+[r(10)]+[r(11)]+[r(12)]+[W_4]=60$ για τον κλάδο (4,*4*)
5) $[r(1)]+[r(4)]+[r(6)]+[r(11)]+[W_5]=40$ για τον κλάδο (*1*,*2*)
6) $[r(5)]+[r(8)]+[W_6]=20$ για τον κλάδο (*2*,*3*)
7) $[r(2)]+[r(7)]+[r(9)]+[r(12)]+[W_7]=40$ για τον κλάδο (*3*,*4*)
8) $[r(2)]+[r(3)]+[r(6)]+[r(7)]+[r(10)]+[r(11)]+[W_8]=60$ για τον κλάδο (*4*,*1*)
9) $[r(1)]+[W_{(1,2)}]=3$ για p=(1,2)
10) $[r(2)]+[W_{(1,3)}]=4$ για p=(1,3)
11) $[r(3)]+[W_{(1,4)}]=5$ για p=(1,4)
12) $[r(4)]+[W_{(2,1)}]=6$ για p=(2,1)
13) $[r(5)]+[W_{(2,3)}]=7$ για p=(2,3)
14) $[r(6)]+[W_{(2,4)}]=8$ για p=(2,4)
15) $[r(7)]+[W_{(3,1)}]=9$ για p=(3,1)
16) $[r(8)]+[W_{(3,2)}]=9$ για p=(3,2)
17) $[r(9)]+[W_{(3,4)}]=11$ για p=(3,4)
18) $[r(10)]+[W_{(4,1)}]=12$ για p=(4,1)
19) $[r(11)]+[W_{(4,2)}]=11$ για p=(4,2)
20) $[r(12)]+[W_{(4,3)}]=10$ για p=(4,3)

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

-*r*(1)-*r*(2)-*r*(3)-*r*(4)-*r*(5)-*r*(6)-*r*(7)-*r*(8)-*r*(9)-*r*(10)-*r*(11)-*r*(12) → *min* (ακέραιη λύση)

c.

Κύκλος	x_{max}	x_{min}	x_{new}	**Εφικτή η**
1	21.46%	0.00%	10.73%	ΟΧΙ
2	21.46%	10.73%	16.09%	**ΝΑΙ**
3	16.09%	10.73%	13.41%	**ΝΑΙ**
4	13.41%	10.73%	12.07%	ΟΧΙ
5	13.41%	12.07%	12.74%	**ΝΑΙ**
6	12.74%	12.07%	12.41%	**ΝΑΙ**
7	12.41%	12.07%	12.24%	**ΝΑΙ**
8	12.24%	12.07%	12.15%	**ΝΑΙ**
9	12.15%	12.07%	12.11%	**ΝΑΙ**
10	12.11%	12.07%	12.09%	**ΝΑΙ**
11	12.09%	12.07%	12.08%	ΟΧΙ
12	12.09%	12.08%	12.08%	**ΝΑΙ**

d. Νέα μεγίστη τιμή της πιθανότητας απωλείας κλήσεως: 12.08%.

e. Οι νέες πιθανότητες απωλείας κλήσεως σε κάθε τερματική ζεύξη.

Κόμβος	**1**	**2**	**3**	**4**
1	0	6.25%	9.52%	11.01%
2	11.72%	0	12.05%	7.51%
3	7.87%	7.87%	0	12.08%
4	11.97%	12.08%	8.13%	0

f.

Routing Table	w_r	**Routing Table** (συνέχεια)	w_r
1 2	3	3 4 1	10
1 4 3	4	3 2	10
1 4	5	3 4	11
2 1	6	4 1	12
2 3	7	4 1 2	11
2 1 4	9	4 3	11

g. Η χωρητικότητα εύρους ζώνης που χρησιμοποιείται σε κάθε κλάδο.

Εξωτερικό δίκτυο		**Εσωτερικό δίκτυο**	
Κλάδος	**Trunks**	**Κλάδος**	**Trunks**
(1, *1*)	40	(*1*, *2*)	29
(2, *2*)	46	(*2*, *3*)	17
(3, *3*)	53	(*3*, *4*)	36
(4, *4*)	59	(*4*, *1*)	51

h. Ο κλάδος (1, *1*).

[3] a.

Κύκλος	x_{max}	x_{min}	x_{new}	**Εφικτή η**
1	21.46%	0.00%	10.73%	ΟΧΙ
2	21.46%	10.73%	16.09%	**ΝΑΙ**
3	16.09%	10.73%	13.41%	**ΝΑΙ**
4	13.41%	10.73%	12.07%	ΟΧΙ
5	13.41%	12.07%	12.74%	**ΝΑΙ**
6	12.74%	12.07%	12.41%	**ΝΑΙ**
7	12.41%	12.07%	12.24%	**ΝΑΙ**
8	12.24%	12.07%	12.15%	ΟΧΙ
9	12.24%	12.15%	12.20%	**ΝΑΙ**
10	12.20%	12.15%	12.18%	**ΝΑΙ**
11	12.18%	12.15%	12.16%	ΟΧΙ
12	12.18%	12.16%	12.17%	**ΝΑΙ**

b. Νέα μεγίστη τιμή της πιθανότητας απωλείας κλήσεως: 12.08%.

c. Οι νέες πιθανότητες απωλείας κλήσεως σε κάθε τερματική ζεύξη.

Κόμβος	**1**	**2**	**3**	**4**
1	0	1.54%	1.21%	2.19%
2	1.33%	0	1.84%	7.51%
3	7.87%	7.87%	0	12.08%
4	11.97%	12.08%	12.17%	0

d.

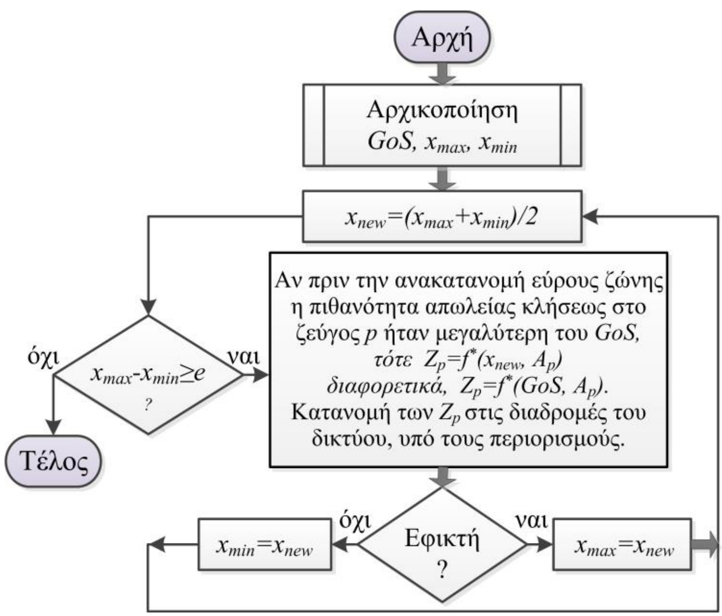
Routing	w_r
1 2	4
1 4 3	6
1 4	7
2 1	9
2 3	10
2 1 4	9
3 4 1	10
3 2	10
3 4	11
4 1	12
4 1 2	11
4 3	10

e. Η χωρητικότητα εύρους ζώνης που χρησιμοποιείται σε κάθε κλάδο.

Εξωτερικό δίκτυο		**Εσωτερικό δίκτυο**	
Κλάδος	**Trunks**	**Κλάδος**	**Trunks**
(1, *1*)	48	(*1*, *2*)	33
(2, *2*)	53	(*2*, *3*)	20
(3, *3*)	57	(*3*, *4*)	37
(4, *4*)	60	(*4*, *1*)	55

f. Ο κλάδος (4, *4*) και ο κλάδος (*2*, *3*).

g.



[4] a. Η συνολικώς εγκατεστημένη χωρητικότητα σε όλο το δίκτυο είναι 480 trunks. Για μέγιστη αξιοπιστία εγκαταστήσαμε στο δίκτυο 80 trunks επιπλέον, δηλ. 20% περισσότερα από την περίπτωση όπου g=100%.

b. Το μοντέλο ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού:

1) $[r(1)]+[r(2)]+[r(3)]+[r(4)]+[r(7)]+[r(10)]+[r(13)]+[r(14)]+[r(17)]+[r(18)]+[r(21)]+[r(22)]+[W_1]=60$ για τον κλάδο (1,*1*)

2) $[r(1)]+[r(4)]+[r(5)]+[r(6)]+[r(8)]+[r(11)]+[r(15)]+[r(16)]+[r(19)]+[r(20)]+[r(21)]+[r(22)]+[W_2]=60$ για τον κλάδο (2,*2*)

3) $[r(2)]+[r(5)]+[r(7)]+[r(8)]+[r(9)]+[r(12)]+[r(13)]+[r(14)]+[r(19)]+[r(20)]+[r(23)]+[r(24)]+[W_3]=60$ για τον κλάδο (3,*3*)

4) $[r(3)]+[r(6)]+[r(9)]+[r(10)]+[r(11)]+[r(12)]+[r(15)]+[r(16)]+[r(17)]+[r(18)]+[r(23)]+[r(24)]+[W_4]=60$ για τον κλάδο (4,*4*)

5) $[r(1)]+[r(4)]+[r(6)]+[r(11)]+[r(13)]+[r(14)]+[r(17)]+[r(18)]+[r(19)]+[r(20)]+[r(23)]+[r(24)]+[W_5]=60$ για τον κλάδο (*1*,*2*)

6) $[r(5)]+[r(8)]+[r(13)]+[r(14)]+[r(15)]+[r(16)]+[r(17)]+[r(18)]+[r(21)]+[r(22)]+[r(23)]+[r(24)]+[W_6]=60$ για τον κλάδο (*2*,*3*)

7) $[r(2)]+[r(7)]+[r(9)]+[r(12)]+[r(15)]+[r(16)]+[r(17)]+[r(18)]+[r(19)]+[r(20)]+[r(21)]+[r(22)]+[W_7]=60$ για τον κλάδο (*3*,*4*)

8) $[r(2)]+[r(3)]+[r(6)]+[r(7)]+[r(10)]+[r(11)]+[r(19)]+[r(20)]+[r(21)]+[r(22)]+[r(23)]+[r(24)]+[W_8]=60$ για τον κλάδο (*4*,*1*)

9) $[r(1)]+[W_{(1,2)}]=2$ για p=(1,2) πρωτεύουσα διαδρομή

10) $[r(2)]+[W_{(1,3)}]=2$ για p=(1,3) πρωτεύουσα διαδρομή

11) $[r(3)]+[W_{(1,4)}]=3$ για p=(1,4) πρωτεύουσα διαδρομή

12) $[r(4)]+[W_{(2,1)}]=3$ για p=(2,1) πρωτεύουσα διαδρομή

13) $[r(5)]+[W_{(2,3)}]=4$ για p=(2,3) πρωτεύουσα διαδρομή

14) $[r(6)]+[W_{(2,4)}]=4$ για p=(2,4) πρωτεύουσα διαδρομή

15) $[r(7)]+[W_{(3,1)}]=5$ για p=(3,1) πρωτεύουσα διαδρομή

16) $[r(8)]+[W_{(3,2)}]=5$ για p=(3,2) πρωτεύουσα διαδρομή

17) $[r(9)]+[W_{(3,4)}]=6$ για p=(3,4) πρωτεύουσα διαδρομή

18) $[r(10)]+[W_{(4,1)}]=6$ για p=(4,1) πρωτεύουσα διαδρομή

19) $[r(11)]+[W_{(4,2)}]=6$ για p=(4,2) πρωτεύουσα διαδρομή

20) $[r(12)]+[W_{(4,3)}]=5$ για p=(4,3) πρωτεύουσα διαδρομή

21) $[r(21)]+[W'_{(1,2)}]=1$ για p=(1,2) εναλλακτική διαδρομή

22) $[r(13)]+[W'_{(1,3)}]=2$ για p=(1,3) εναλλακτική διαδρομή

23) $[r(17)]+[W'_{(1,4)}]=2$ για p=(1,4) εναλλακτική διαδρομή

24) $[r(22)]+[W'_{(2,1)}]=3$ για p=(2,1) εναλλακτική διαδρομή

25) $[r(19)]+[W'_{(2,3)}]=3$ για p=(2,3) εναλλακτική διαδρομή

26) $[r(15)]+[W'_{(2,4)}]=4$ για p=(2,4) εναλλακτική διαδρομή

27) $[r(14)]+[W'_{(3,1)}]=4$ για p=(3,1) εναλλακτική διαδρομή

28) $[r(20)]+[W'_{(3,2)}]=4$ για p=(3,2) εναλλακτική διαδρομή

29) $[r(23)]+[W'_{(3,4)}]=5$ για p=(3,4) εναλλακτική διαδρομή

30) $[r(18)]+[W'_{(4,1)}]=6$ για p=(4,1) εναλλακτική διαδρομή

31) $[r(16)]+[W'_{(4,2)}]=5$ για p=(4,2) εναλλακτική διαδρομή

32) $[r(24)]+[W'_{(4,3)}]=5$ για p=(4,3) εναλλακτική διαδρομή

ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$-r(1)-r(2)-r(3)-r(4)-r(5)-r(6)-r(7)-r(8)-r(9)-r(10)-r(11)-r(12)-r(13)-r(14)-r(15)-r(16)-r(17)-r(18)-r(19)-r(20)-r(21)-r(22)-r(23)-r(24) \rightarrow min$ (ακέραιη λύση)

c. Ίδια αποτελέσματα με αυτά της άσκησης [2]:

Κύκλος	x_{max}	x_{min}	x_{new}	**Εφικτή η**
1	21.46%	0.00%	10.73%	ΟΧΙ
2	21.46%	10.73%	16.09%	**ΝΑΙ**
3	16.09%	10.73%	13.41%	**ΝΑΙ**
4	13.41%	10.73%	12.07%	ΟΧΙ
5	13.41%	12.07%	12.74%	**ΝΑΙ**
6	12.74%	12.07%	12.41%	**ΝΑΙ**
7	12.41%	12.07%	12.24%	**ΝΑΙ**
8	12.24%	12.07%	12.15%	**ΝΑΙ**
9	12.15%	12.07%	12.11%	**ΝΑΙ**
10	12.11%	12.07%	12.09%	**ΝΑΙ**
11	12.09%	12.07%	12.08%	ΟΧΙ
12	12.09%	12.08%	12.08%	**ΝΑΙ**

d. Νέα μεγίστη τιμή της πιθανότητας απωλείας κλήσεως: 12.08%.

e. Οι νέες πιθανότητες απωλείας κλήσεως σε κάθε τερματική ζεύξη.

Κόμβος	**1**	**2**	**3**	**4**
1	0	6.25%	9.52%	11.01%
2	11.72%	0	12.05%	7.51%
3	7.87%	7.87%	0	12.08%
4	11.97%	12.08%	8.13%	0

f.

Routing Table	w_r	**Routing Table** (συνέχεια)	w_r
(*r*=1) 1 2	2	(*r*=13) 1 2 3	2
(*r*=2) 1 4 3	2	(*r*=14) 3 2 1	5
(*r*=3) 1 4	3	(*r*=15) 2 3 4	4
(*r*=4) 2 1	3	(*r*=16) 4 3 2	5
(*r*=5) 2 3	4	(*r*=17) 1 2 3 4	2
(*r*=6) 2 1 4	5	(*r*=18) 4 3 2 1	6
(*r*=7) 3 4 1	5	(*r*=19) 2 1 4 3	3
(*r*=8) 3 2	5	(*r*=20) 3 4 1 2	5
(*r*=9) 3 4	6	(*r*=21) 1 4 3 2	1
(*r*=10) 4 1	6	(*r*=22) 2 3 4 1	3
(*r*=11) 4 1 2	6	(*r*=23) 3 2 1 4	5
(*r*=12) 4 3	6	(*r*=24) 4 1 2 3	5

g. Η χωρητικότητα εύρους ζώνης που χρησιμοποιείται σε κάθε κλάδο.

Εξωτερικό δίκτυο		**Εσωτερικό δίκτυο**	
Κλάδος	**Trunks**	**Κλάδος**	**Trunks**
(1, *1*)	40	(*1*, *2*)	49
(2, *2*)	46	(*2*, *3*)	47
(3, *3*)	53	(*3*, *4*)	48
(4, *4*)	59	(*4*, *1*)	49

h. Ο κλάδος (4, *4*).

[5] Αν L_{ij} είναι η πιθανότητα απωλείας κλήσεως στον κλάδο (i,j) και R(r) είναι η πιθανότητα ότι η διαδρομή r είναι διαθέσιμη, τότε η ζητουμένη πιθανότητα B_{OD} είναι (βάσει του κατωτέρω σχήματος):

$$B_{OD}=1-[R(1)+R(2)+R(3)+R(4)]$$

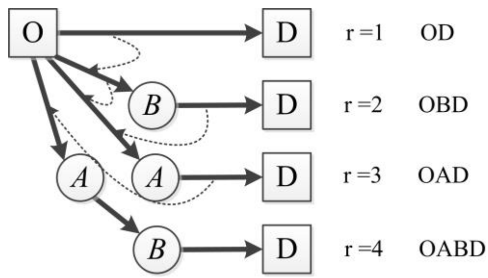
όπου:

$$R(1) = 1 - L_{OD}$$

$$R(2) = L_{OD}\,(1 - L_{OB})(1 - L_{BD})$$

$$R(3) = L_{OD}\,[1 - (1 - L_{OB})(1 - L_{BD})]\,(1 - L_{OA})(1 - L_{AD})$$

$$\mathrm{R}(4) = L_{OD}\,L_{OB}\,L_{AD}\,(1 - L_{OA})\,(1 - L_{AB})(1 - L_{BD})$$



[6] Αν O→D είναι οι δύο τερματικοί κόμβοι, και οι l εναλλακτικές διαδρομές περνούν από τους κόμβους k_1, k_2, ..., k_l αντίστοιχα, ενώ L_{ij} είναι η πιθανότητα απωλείας κλήσεως σε κλάδο (i, j), τότε η ζητουμένη πιθανότητα είναι:

$$B_{\mathrm{OD}} = \sum_{i=1}^{l} L_{k_{i,D}} (1 - L_{\mathrm{O},k_i}) \prod_{j=1}^{i-1} L_{\mathrm{O},k_j} + B_{\mathrm{OD}} \prod_{j=1}^{l} B_{\mathrm{O},k_j}$$

[7] a. Αν $R_{ij}(t)$ και N_{ij} είναι ο αριθμός των ελευθέρων και κατειλημμένων trunks (αντίστοιχα) στον κλάδο ij, τότε:

$$P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{A\Gamma}} = \frac{\max[0,\min(R_{\mathrm{AB}}(t), R_{\mathrm{B\Gamma}}(t))]}{\max[0,\min(R_{\mathrm{AB}}(t), R_{\mathrm{B\Gamma}}(t))] + \max[0,\min(R_{\mathrm{A\Delta}}(t), R_{\mathrm{\Delta\Gamma}}(t))]}$$

$$P_{\Delta}^{\mathrm{A\Gamma}} = \frac{\max[0,\min(R_{\mathrm{A\Delta}}(t), R_{\mathrm{\Delta\Gamma}}(t))]}{\max[0,\min(R_{\mathrm{AB}}(t), R_{\mathrm{B\Gamma}}(t))] + \max[0,\min(R_{\mathrm{A\Delta}}(t), R_{\mathrm{\Delta\Gamma}}(t))]}$$

όπου: $R_{\mathrm{AB}}(t) = N - M - N_{\mathrm{AB}}$, $R_{\mathrm{B\Gamma}}(t) = N - M - N_{\mathrm{B\Gamma}}$, $R_{\mathrm{A\Delta}}(t) = N - M - N_{\mathrm{A\Delta}}$, $R_{\mathrm{\Delta\Gamma}}(t) = N - M - N_{\mathrm{\Delta\Gamma}}$ για μηδενικό *update interval*.

b. Η πιθανότητα απωλείας κλήσεως του ζεύγους είναι:

$(\alpha_{\mathrm{A\Gamma}} - \alpha^{c}_{\mathrm{A\Gamma}}) / \alpha_{\mathrm{A\Gamma}}$.

$\alpha^{c}_{\mathrm{A\Gamma}} = \alpha_{r(1)}{}^{c} + a^{c}_{\mathrm{AB\Gamma}} + a^{c}_{\mathrm{A\Delta\Gamma}}$, όπου $\alpha_{r(1)}{}^{c} = \alpha_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - L_{\mathrm{A\Gamma}}) = \alpha_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - B_{1\mathrm{A\Gamma}})$,

$a^{c}_{\mathrm{AB\Gamma}} = P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{A\Gamma}}\ \alpha_{\mathrm{A\Gamma}} L_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - L_{\mathrm{AB\Gamma}})$ και $a^{c}_{\mathrm{AB\Delta}} = P_{\Delta}^{\mathrm{A\Gamma}}\ \alpha_{\mathrm{A\Gamma}} L_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - L_{\mathrm{AB\Delta}})$

$L_{\mathrm{AB\Gamma}} = 1 - (1 - B_{2\mathrm{AB}})(1 - B_{2\mathrm{B\Gamma}})$, $L_{\mathrm{A\Delta\Gamma}} = 1 - (1 - B_{2\mathrm{A\Delta}})(1 - B_{2\mathrm{\Delta\Gamma}})$

$\alpha_{1\mathrm{A\Gamma}} = \alpha_{\mathrm{A\Gamma}}$, $\alpha_{2\mathrm{A\Gamma}} = 0$

$\alpha_{1\mathrm{AB}} = \alpha_{\mathrm{AB}}$, $\alpha_{2\mathrm{AB}} = P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{A\Gamma}}\ \alpha_{\mathrm{A\Gamma}} L_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - B_{2\mathrm{B\Gamma}})$

$\alpha_{1\mathrm{B\Gamma}} = \alpha_{\mathrm{B\Gamma}}$, $\alpha_{2\mathrm{B\Gamma}} = P_{\mathrm{B}}^{\mathrm{A\Gamma}}\ \alpha_{\mathrm{A\Gamma}} L_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - B_{2\mathrm{AB}})$

$\alpha_{1\mathrm{A\Delta}} = \alpha_{\mathrm{A\Delta}}$, $\alpha_{2\mathrm{A\Delta}} = P_{\Delta}^{\mathrm{A\Gamma}}\ \alpha_{\mathrm{A\Gamma}} L_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - B_{2\mathrm{\Delta\Gamma}})$

$\alpha_{1\mathrm{\Delta\Gamma}} = \alpha_{\mathrm{\Delta\Gamma}}$, $\alpha_{2\mathrm{\Delta\Gamma}} = P_{\Delta}^{\mathrm{A\Gamma}}\ \alpha_{\mathrm{A\Gamma}} L_{\mathrm{A\Gamma}}(1 - B_{2\mathrm{A\Delta}})$

Για τηλεφωνική κίνηση (b = 1), εκτός των σχέσεων 11.11, έχουμε:

$$B_{1l} = \frac{(\alpha_{1l} + \alpha_{2l})^{N-T} \rho_1^T}{G \;\; N!}, \;\; B_{2l} = \frac{1}{G}(\alpha_{1l} + \alpha_{2l})^{N-T} \sum_{n=N-T}^{N} \frac{\alpha_{1l}{}^{n-N+T}}{n!}$$

όπου $G = \sum_{n=0}^{N-T-1} \frac{(\alpha_{1l} + \alpha_{2l})^n}{n!} + (\alpha_{1l} + \alpha_{2l})^{N-T} \sum_{n=N-T}^{N} \frac{(\alpha_{1l})^{n-N+T}}{n!}$.