



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Δυναμική Ηλεκτρικών Μηχανών

Ενότητα 1: Εισαγωγή – Βασικές Αρχές

Επ. Καθηγήτρια Τζόγια Χ. Καππάτου

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



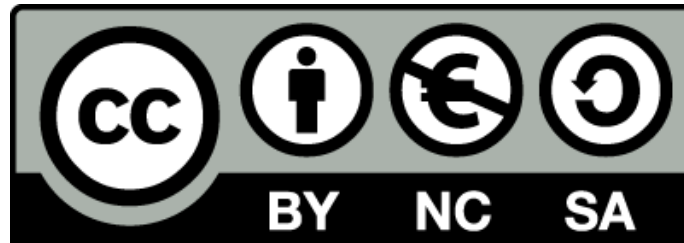
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
επένδυση στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

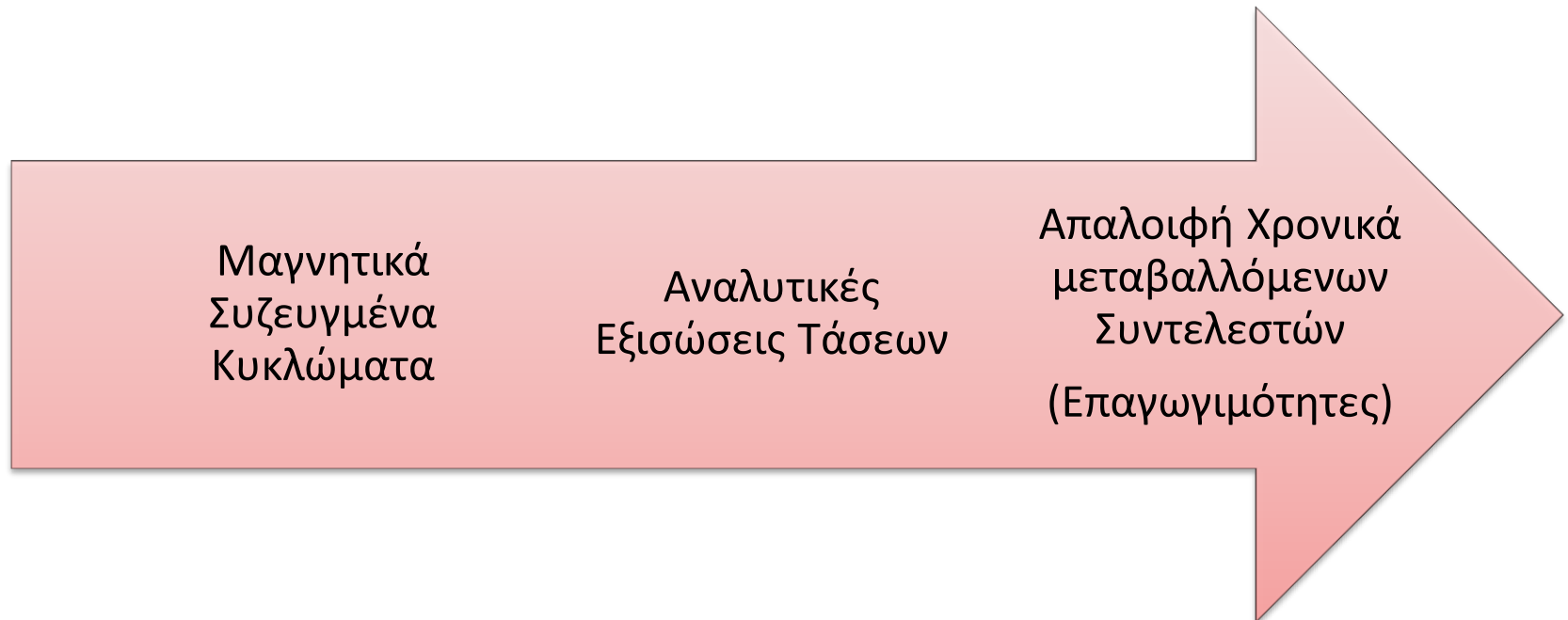


ΕΣΠΑ
2007-2013
πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

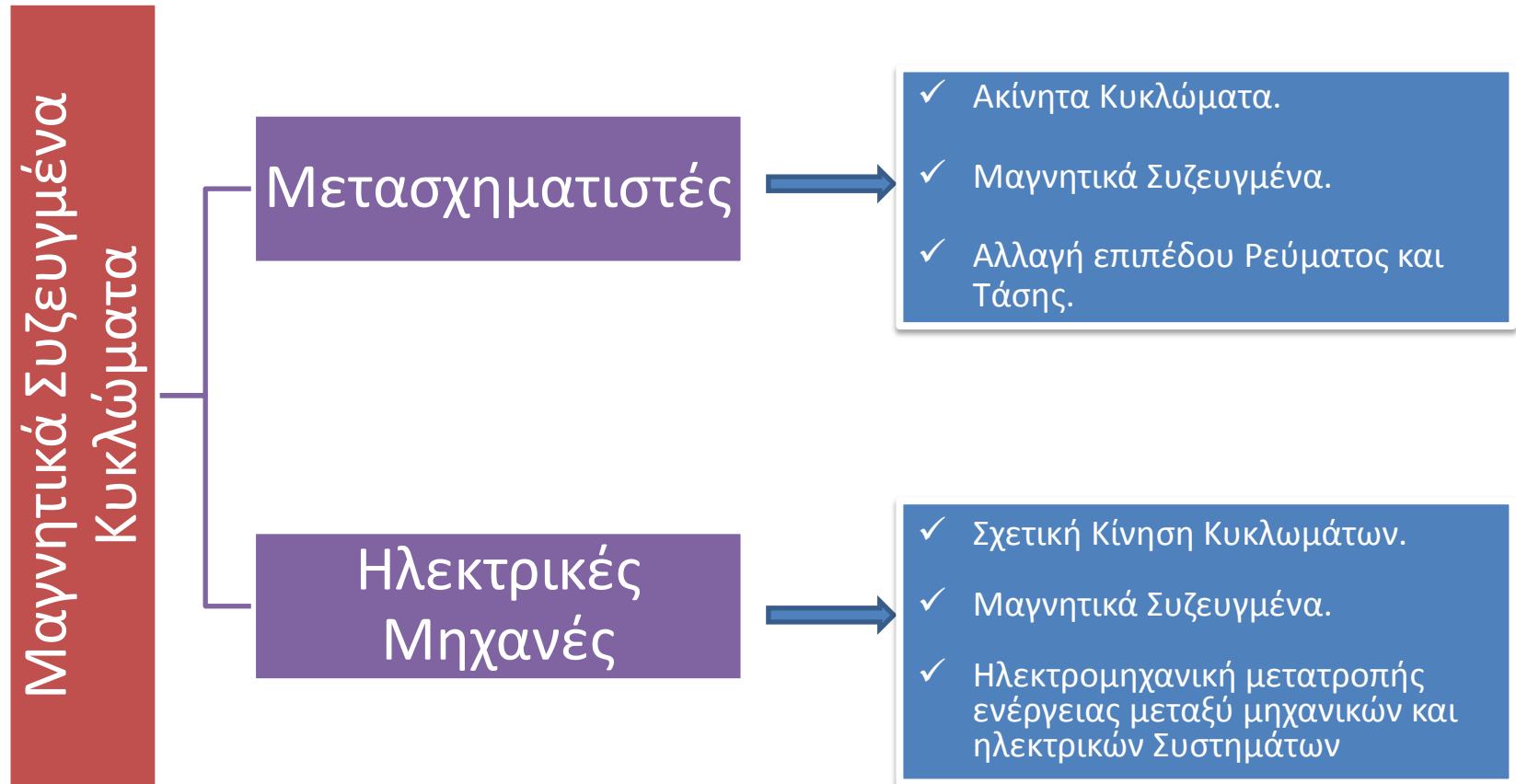
Περιεχόμενα

Μαγνητικά Συζευγμένα Κυκλώματα

Ανάλυση Ηλεκτρικών Μηχανών



Μαγνητικά Συζευγμένα Κυκλώματα



Εξισώσεις Τάσεων

Έστω κύκλωμα 2 πηνίων, τυλιγμένων σε έναν κοινό σιδηρομαγνητικό πυρήνα. Στο σύστημα των 2 πηνίων υπάρχουν 2 μαγνητικά συζευγμένα κυκλώματα. Οι εξισώσεις τάσεων που το διέπουν είναι σε μορφή πινάκων:

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}\mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} \quad \text{A.1.1}$$

Διάνυσμα Τάσεων

$$(\mathbf{u})^T = [u_1 \quad u_2] \quad \text{A.1.2}$$

Διάνυσμα Ρευμάτων

$$(\mathbf{i})^T = [i_1 \quad i_2] \quad \text{A.1.3}$$

Πίνακας Ωμικών Αντιστάσεων

$$(\mathbf{r}) = \text{diag}[r_1 \quad r_2] \quad \text{A.1.4}$$

Πεπλεγμένες Ροές

$$(\boldsymbol{\lambda})^T = [\lambda_1 \quad \lambda_2] \quad \text{A.1.5}$$

$$\lambda_1 = W_1 \Phi_1 \quad \text{A.1.6}$$

$$\lambda_2 = W_2 \Phi_2 \quad \text{A.1.7}$$

$W_1 =$ αριθμός σπειρών πηνίου 1

$\Phi_1 =$ μαγνητική ροή πηνίου 1

$W_2 =$ αριθμός σπειρών πηνίου 2

$\Phi_2 =$ μαγνητική ροή πηνίου 2

Όπου:

Μαγνητική Ροή

Οι μαγνητικές ροές των πηνίων εκφράζονται ως εξής:

Πηνίο 1: $\Phi_1 = \Phi_{\sigma 1} + \Phi_{h1} + \Phi_{h2}$ A.1.8

Πηνίο 2: $\Phi_2 = \Phi_{\sigma 2} + \Phi_{h2} + \Phi_{h1}$ A.1.9

<u>ΠΗΝΙΟ 1</u>		<u>ΠΗΝΙΟ 2</u>	
$\Phi_{\sigma 1}$	Ροή σκεδάσεως που παράγεται από το ρεύμα του πηνίου 1 και διαρρέει μόνο το πηνίο 1	$\Phi_{\sigma 2}$	Ροή σκεδάσεως που παράγεται από το ρεύμα του πηνίου 2 και διαρρέει μόνο το πηνίο 2
Φ_{h1}	Αμοιβαία Ροή στα πηνία 1 και 2 λόγω ρεύματος του πηνίου 1	Φ_{h2}	Αμοιβαία Ροή στα πηνία 2 και 1 λόγω ρεύματος του πηνίου 2
Φ_{h2}	Αμοιβαία Ροή στα πηνία 2 και 1 λόγω ρεύματος του πηνίου 2	Φ_{h1}	Αμοιβαία Ροή στα πηνία 1 και 2 λόγω ρεύματος του πηνίου 1

Μαγνητική Ροή (1)

Αν αγνοηθεί ο κορεσμός του σιδημαγνητικού υλικού τότε το σύστημα γίνεται γραμμικό και οι μαγνητικές ροές περιγράφονται ως εξής:

$$\Phi_{\sigma 1} = \frac{W_1 i_1}{R_{\sigma 1}} \quad \text{A.1.10}$$

$$\Phi_{h 2} = \frac{W_2 i_2}{R_h} \quad \text{A.1.12}$$

$$\Phi_{h 1} = \frac{W_1 i_1}{R_h} \quad \text{A.1.11}$$

$$\Phi_{\sigma 2} = \frac{W_2 i_2}{R_{\sigma 2}} \quad \text{A.1.13}$$

$R_{\sigma 1}$	Μαγνητική αντίσταση της διαδρομής της ροής σκεδάσεως του πηνίου 1
$R_{\sigma 2}$	Μαγνητική αντίσταση της διαδρομής της ροής σκεδάσεως του πηνίου 2
R_h	Μαγνητική αντίσταση της διαδρομής της αμοιβαίας ροής

Μαγνητική Ροή (3)

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις A.1.10 - A.1.13 στις A.1.8 και A.1.9 προκύπτει:

$$\Phi_1 = \frac{W_1 i_1}{R_{\sigma 1}} + \frac{W_1 i_1}{R_h} + \frac{W_2 i_2}{R_h} \quad \text{A.1.14}$$

$$\Phi_2 = \frac{W_2 i_2}{R_{\sigma 2}} + \frac{W_2 i_2}{R_h} + \frac{W_1 i_1}{R_h} \quad \text{A.1.15}$$

Έτσι οι πεπλεγμένες ροές στις σχέσεις A.1.6 και A.1.7 γίνονται:

$$\lambda_1 = \frac{W_1^2}{R_{\sigma 1}} i_1 + \frac{W_1^2}{R_h} i_1 + \frac{W_1 W_2}{R_h} i_2 \quad \text{A.1.16}$$

$$\lambda_2 = \frac{W_2^2}{R_{\sigma 2}} i_2 + \frac{W_2^2}{R_h} i_2 + \frac{W_2 W_1}{R_h} i_1 \quad \text{A.1.17}$$

Επαγωγιμότητες

Από τις εξισώσεις A.1.15 και A.1.16 ορίζονται:

Αυτεπαγωγιμότητες

$$L_{11} = \frac{W_1^2}{R_{\sigma 1}} + \frac{W_1^2}{R_h} = L_{\sigma 1} + L_{h1} \quad \text{A.1.18}$$

$$L_{22} = \frac{W_2^2}{R_{\sigma 2}} + \frac{W_2^2}{R_h} = L_{\sigma 2} + L_{h2} \quad \text{A.1.19}$$

**Αμοιβαίες
Επαγωγιμότητες**

$$L_{12} = \frac{W_1 W_2}{R_h} \quad \text{A.1.20}$$

$$L_{21} = \frac{W_2 W_1}{R_h} \quad \text{A.1.21}$$

$$L_{12} = L_{21} = \frac{W_2}{W_1} L_{h1} = \frac{W_1}{W_2} L_{h2}$$

A.1.22

Επαγωγιμότητες (2)

Έτσι ο πίνακας των Ροών έχει την ακόλουθη μορφή:

$$\lambda = Li \quad \text{A.1.23}$$

Όπου: $L = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΠΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΩΝ

$$= \begin{pmatrix} L_{\sigma 1} + L_{h1} & \frac{W_2}{W_1} L_{h1} \\ \frac{W_1}{W_2} L_{h2} & L_{\sigma 2} + L_{h2} \end{pmatrix}$$

A.1.24

Ισοδύναμο Κύκλωμα-Ανοιγμένα Μεγέθη

- ✓ Για να επιτευχθεί η λογική της *“Γαλβανικής Ζεύξης”* στα μαγνητικά κυκλώματα, δημιουργείται το ισοδύναμο ηλεκτρικό κύκλωμα με την βοήθεια των ανοιγμένων μεγεθών.
- ✓ Με τα ανοιγμένα μεγέθη αναφέρουμε το ένα κύκλωμα στο άλλο, π.χ. ανάγουμε το ρεύμα του πηνίο 2 στο πηνίο 1:

$$W_1 i_2' = W_2 i_2 \quad \text{A.1.25}$$

- ✓ Με την αναγωγή αυτή **δεν επηρεάζεται η ισχύς** το κυκλώματος!

$$u_2 i_2 = u_2' i_2' \quad \text{A.1.26}$$

$$\text{A.1.27} \quad \lambda_2' = \frac{W_1}{W_2} \lambda_2$$

$$u_2' = \frac{W_1}{W_2} u_2 \quad \text{A.1.28}$$

Ισοδύναμο Κύκλωμα-Ανοιγμένα Μεγέθη (1)

Από A.1.23 οι Πεπλεγμένες Ροές έχουν την εξής μορφή:

$$\lambda_1 = L_{\sigma 1} i_1 + L_{h1} \left(i_1 + \frac{W_2}{W_1} i_2 \right) \quad \text{A.1.29}$$

$$\lambda_2 = L_{\sigma 2} i_2 + L_{h2} \left(\frac{W_1}{W_2} i_1 + i_2 \right) \quad \text{A.1.30}$$

Χρησιμοποιώντας τα ανοιγμένα μεγέθη οι παραπάνω εξισώσεις των Ροών γίνονται:

$$\lambda_1 = L_{\sigma 1} i_1 + L_{h1} (i_1 + i_2') \quad \text{A.1.31}$$

$$\lambda_2' = L_{\sigma 2} i_2' + L_{h2} (i_1 + i_2') \quad \text{A.1.32}$$

Όπου: $L_{\sigma 2} = \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^2 L_{\sigma 2}$ A.1.33

Ισοδύναμο Κύκλωμα-Ανοιγμένα Μεγέθη (2)

Με βάση τα προηγούμενα *οι εξισώσεις των τάσεων, με ανοιγμένα μεγέθη*, τροποποιούνται ως εξής:

Προσοχή!!!

R : δηλώνει ωμική αντίσταση!

\mathcal{R} : δηλώνει μαγνητική αντίσταση!

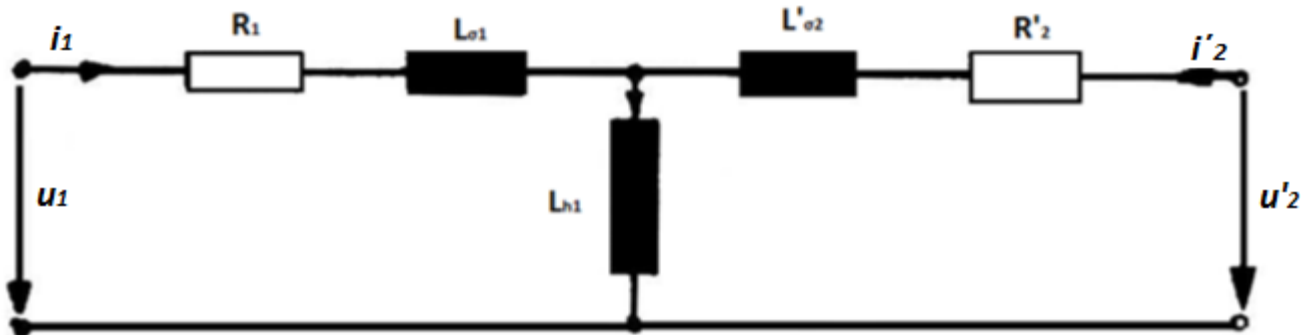
$$u_1 = R_1 i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} \quad \text{A.1.34}$$

$$u_2' = R_2' i_2' + \frac{d\lambda_2'}{dt} \quad \text{A.1.35}$$

Όπου:

$$R_2' = \left(\frac{W_1}{W_2} \right)^2 R_2$$

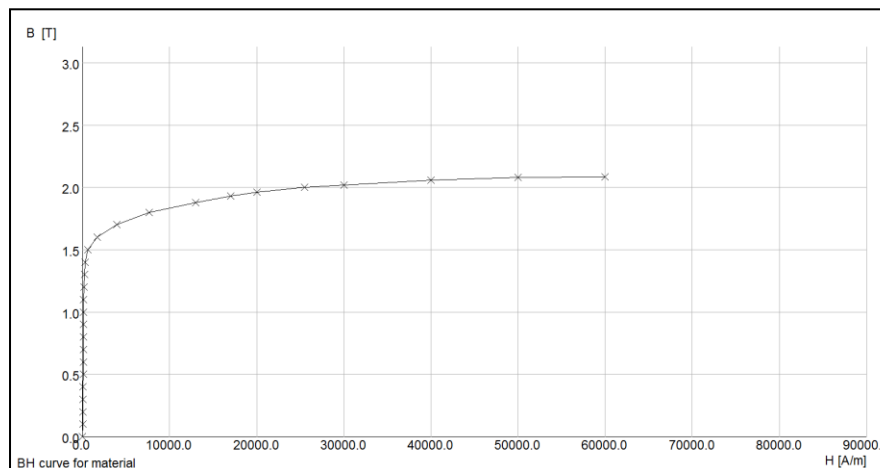
A.1.36



Σχ.1.2.1 Ισοδύναμο Ηλεκτρικό Κύκλωμα 2 Μαγνητικά Συζευγμένων Πηνίων. Το πηνίο 2 έχει αναχθεί στο πηνίο 1.

Μη Γραμμικό Σύστημα Εξισώσεων

- Σε πραγματικές συνθήκες λειτουργίας των μαγνητικά συζευγμένων κυκλωμάτων, οι εξισώσεις **δεν είναι γραμμικές!**
- Αυτό συμβαίνει **λόγω του κορεσμού** που παρουσιάζει το σιδηρομαγνητικό υλικό των συσκευών.
- Η μη γραμμικότητα παρατηρείται στην καμπύλη μαγνητίσεως του σιδηρομαγνητικού υλικού (B-H).
- Οι μη γραμμικές εξισώσεις, όταν λαμβάνεται υπόψη ο μαγνητικός κορεσμός, επιλύονται μέσω της υπολογιστικής δύναμης των Η/Υ.



Σχ.1.2.2. Καμπύλη Μαγνήτισης Σιδηρομαγνητικού Υλικού

Πηγές

Οι πηγές των **Εικόνων, των Σχημάτων και των Διαγραμμάτων είναι:**

[1] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Α», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[2] Α.Ν. Σαφάκας, «Ηλεκτρικές Μηχανές Β», Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2009

[3] Α.Ν. Σαφάκας, «Δυναμική Ηλεκτρομηχανικών συστημάτων» Πανεπιστημιακές σημειώσεις, Πανεπιστήμιο Πατρών, Πάτρα 2008

[4] Τζόγια Χ. Καππάτου, Πανεπιστημιακές σημειώσεις και Εξομοιώσεις Μοντέλων Ηλεκτρικών Μηχανών σε περιβάλλον Πεπερασμένων Στοιχείων, Εργαστήριο Ηλεκτρομηχανικής Μετατροπής Ενέργειας, Η.Μ.Τ.Υ, Πανεπιστήμιο Πατρών.

Τέλος Ενότητας



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

