



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Κβαντική Επεξεργασία Πληροφορίας

Ενότητα 23: Υπολογισμοί σε Κβαντικά Κυκλώματα II

Σγάρμπας Κυριάκος

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας
Υπολογιστών

Σκοποί ενότητας

Υπολογισμοί σε Κβαντικά Κυκλώματα II



Περιεχόμενα ενότητας

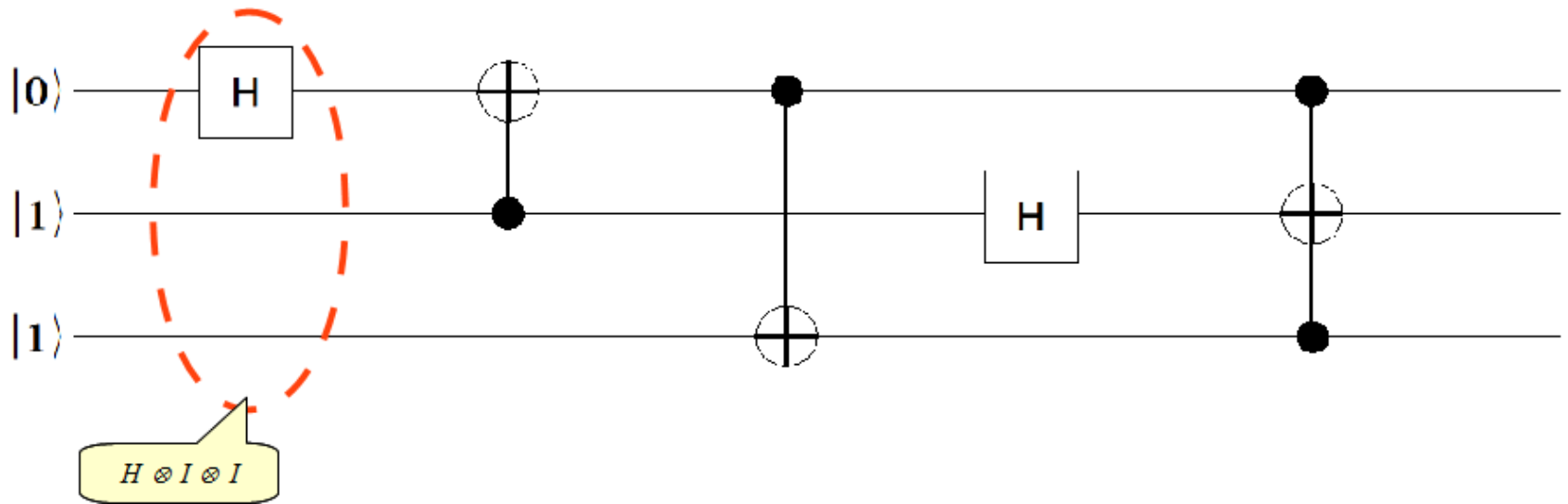
Υπολογισμοί σε Κβαντικά Κυκλώματα II



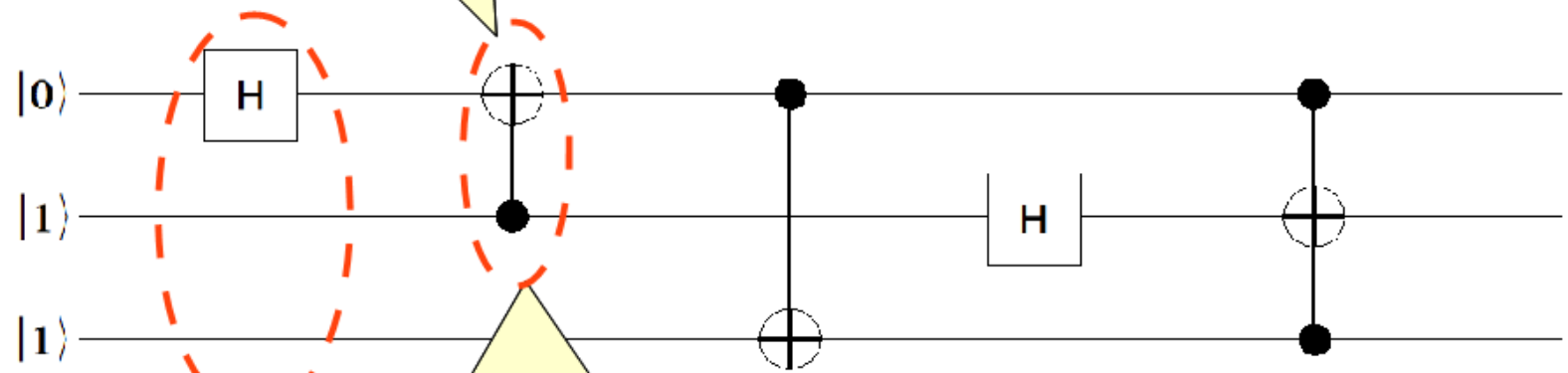
Υπολογισμοί σε Κβαντικά Κυκλώματα II

3ος Τρόπος

Υπολογισμός των πινάκων για τις πύλες με διαφορετικό προσανατολισμό:



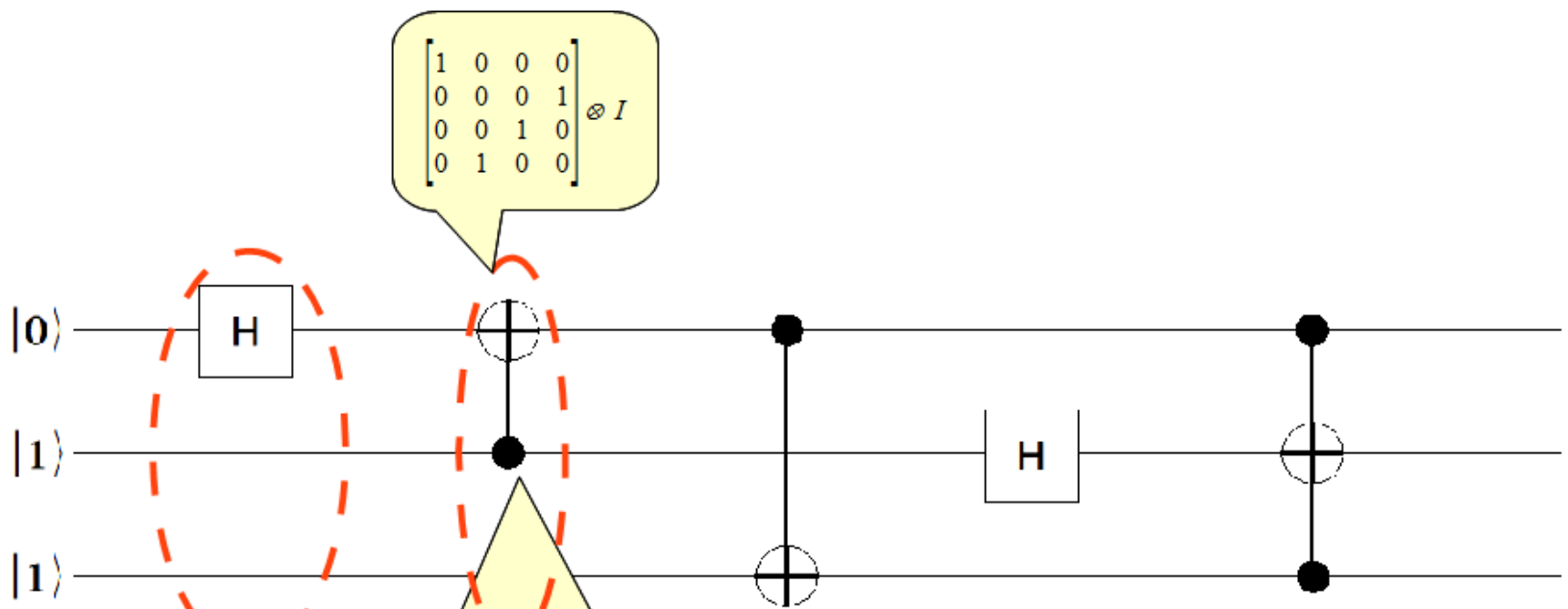
in		out	
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1



$H \otimes I \otimes I$

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} \langle 00|_A|00\rangle & \langle 00|_A|01\rangle & \langle 00|_A|10\rangle & \langle 00|_A|11\rangle \\ \langle 01|_A|00\rangle & \langle 01|_A|01\rangle & \langle 01|_A|10\rangle & \langle 01|_A|11\rangle \\ \langle 10|_A|00\rangle & \langle 10|_A|01\rangle & \langle 10|_A|10\rangle & \langle 10|_A|11\rangle \\ \langle 11|_A|00\rangle & \langle 11|_A|01\rangle & \langle 11|_A|10\rangle & \langle 11|_A|11\rangle \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \langle 00|00\rangle & \langle 00|11\rangle & \langle 00|10\rangle & \langle 00|01\rangle \\ \langle 01|00\rangle & \langle 01|11\rangle & \langle 01|10\rangle & \langle 01|01\rangle \\ \langle 10|00\rangle & \langle 10|11\rangle & \langle 10|10\rangle & \langle 10|01\rangle \\ \langle 11|00\rangle & \langle 11|11\rangle & \langle 11|10\rangle & \langle 11|01\rangle \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$





$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I$$

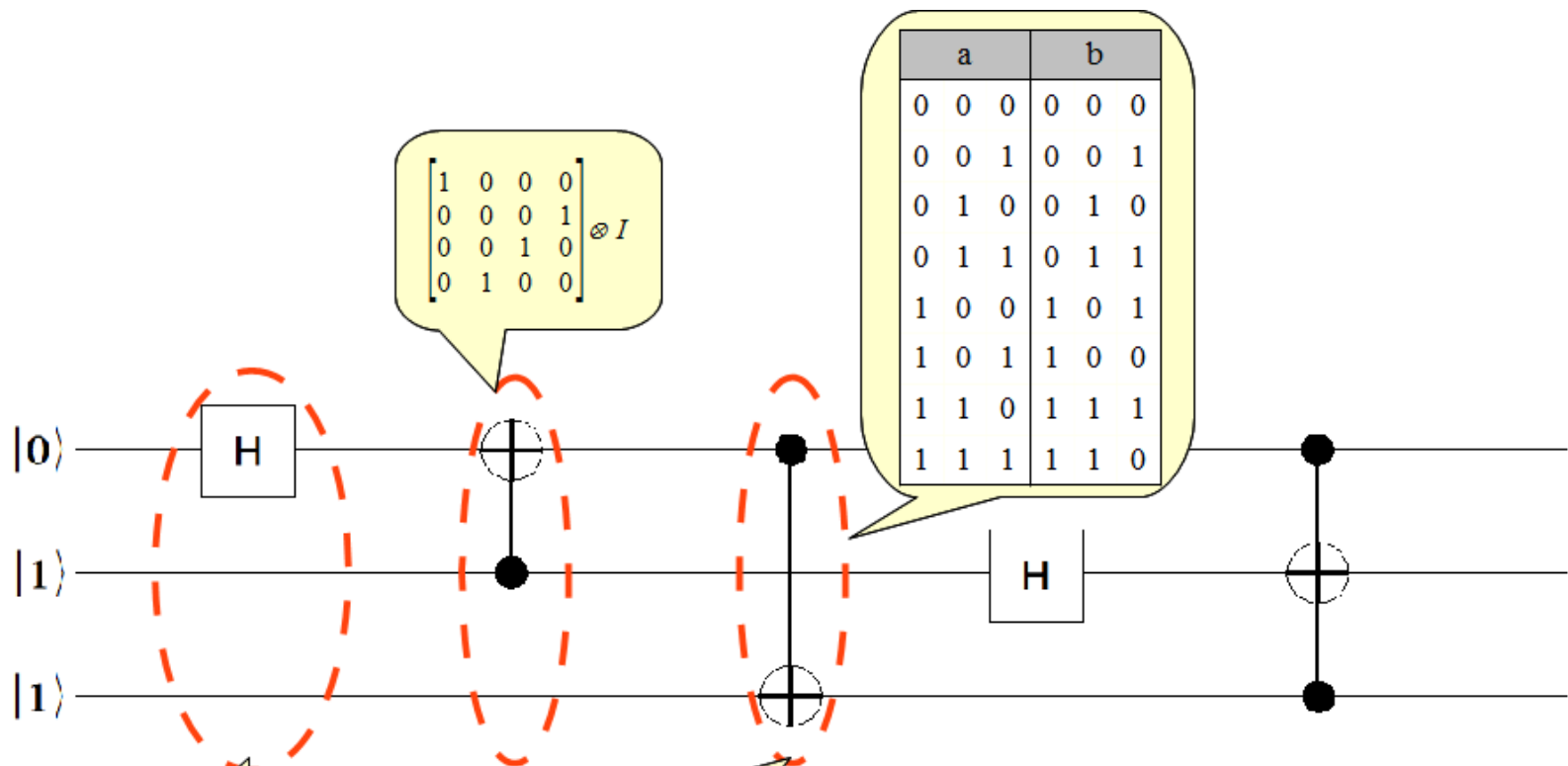
$$H \otimes I \otimes I$$

$$A = \begin{bmatrix} \langle 00|_A|00\rangle & \langle 00|_A|01\rangle & \langle 00|_A|10\rangle & \langle 00|_A|11\rangle \\ \langle 01|_A|00\rangle & \langle 01|_A|01\rangle & \langle 01|_A|10\rangle & \langle 01|_A|11\rangle \\ \langle 10|_A|00\rangle & \langle 10|_A|01\rangle & \langle 10|_A|10\rangle & \langle 10|_A|11\rangle \\ \langle 11|_A|00\rangle & \langle 11|_A|01\rangle & \langle 11|_A|10\rangle & \langle 11|_A|11\rangle \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \langle 00|00\rangle & \langle 00|11\rangle & \langle 00|10\rangle & \langle 00|01\rangle \\ \langle 01|00\rangle & \langle 01|11\rangle & \langle 01|10\rangle & \langle 01|01\rangle \\ \langle 10|00\rangle & \langle 10|11\rangle & \langle 10|10\rangle & \langle 10|01\rangle \\ \langle 11|00\rangle & \langle 11|11\rangle & \langle 11|10\rangle & \langle 11|01\rangle \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

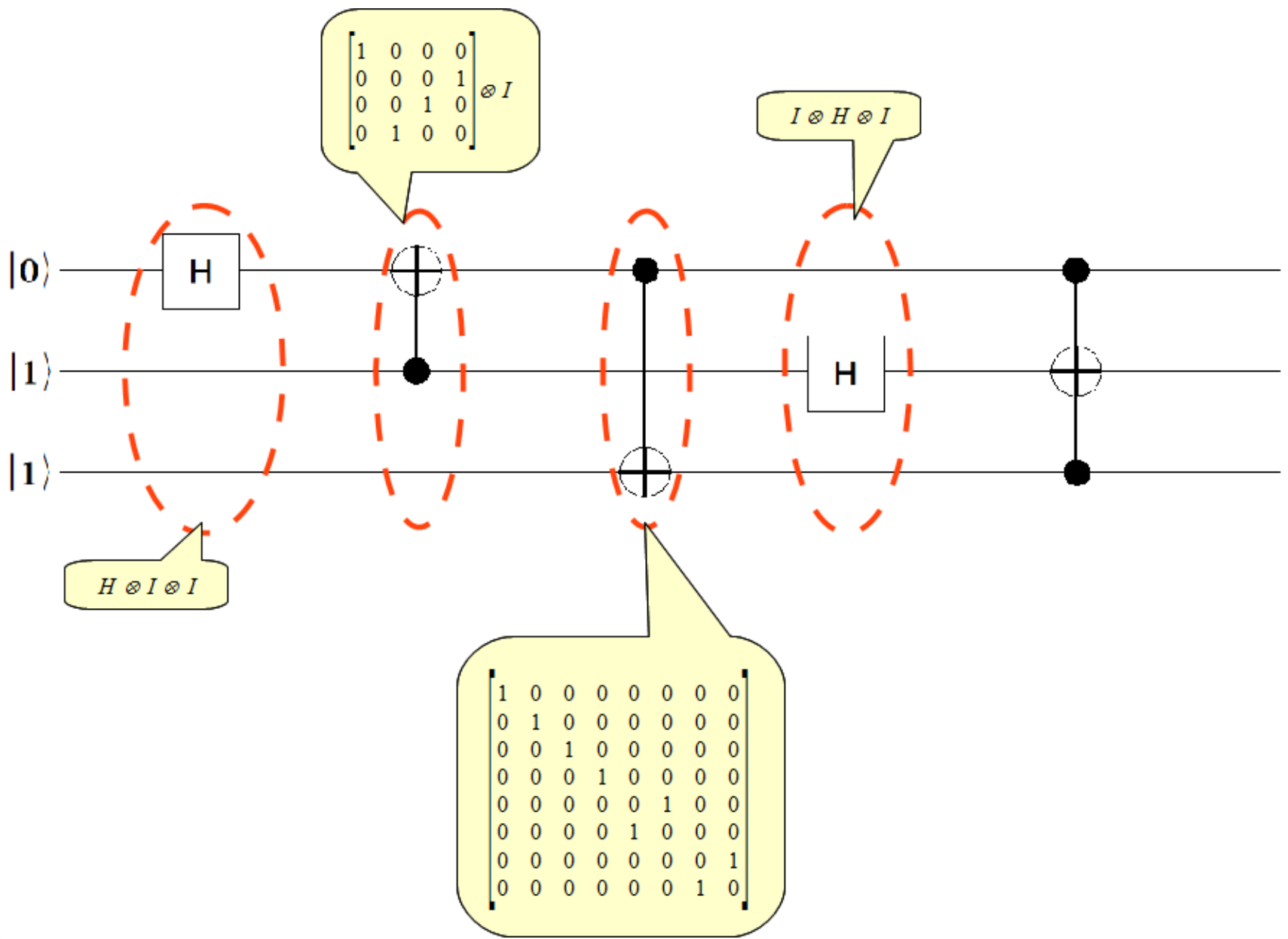


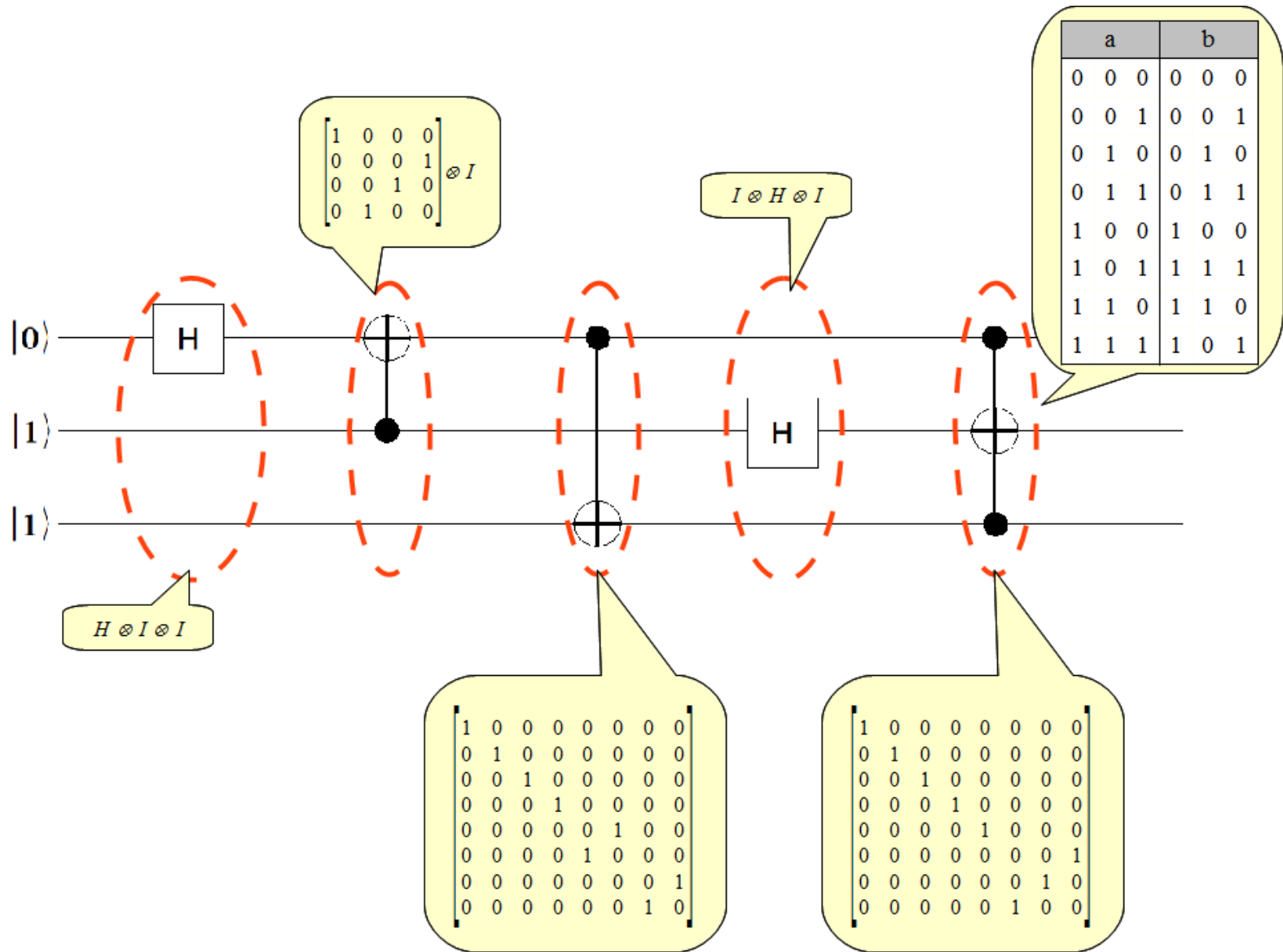


$H \otimes I \otimes I$

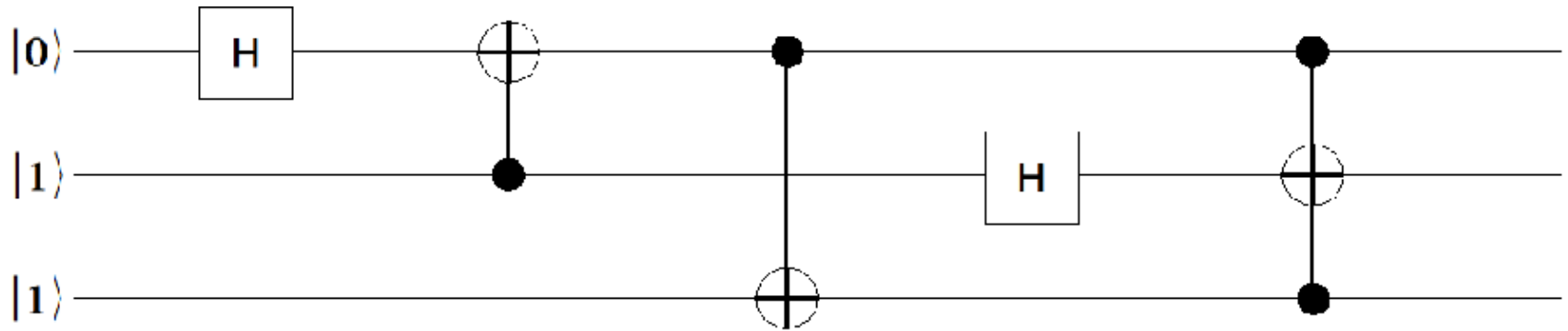
$\langle 000 000 \rangle$	$\langle 000 001 \rangle$	$\langle 000 010 \rangle$	$\langle 000 011 \rangle$	$\langle 000 101 \rangle$	$\langle 000 100 \rangle$	$\langle 000 111 \rangle$	$\langle 000 110 \rangle$	=	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
$\langle 001 000 \rangle$	$\langle 001 001 \rangle$	$\langle 001 010 \rangle$	$\langle 001 011 \rangle$	$\langle 001 101 \rangle$	$\langle 001 100 \rangle$	$\langle 001 111 \rangle$	$\langle 001 110 \rangle$		
$\langle 010 000 \rangle$	$\langle 010 001 \rangle$	$\langle 010 010 \rangle$	$\langle 010 011 \rangle$	$\langle 010 101 \rangle$	$\langle 010 100 \rangle$	$\langle 010 111 \rangle$	$\langle 010 110 \rangle$		
$\langle 011 000 \rangle$	$\langle 011 001 \rangle$	$\langle 011 010 \rangle$	$\langle 011 011 \rangle$	$\langle 011 101 \rangle$	$\langle 011 100 \rangle$	$\langle 011 111 \rangle$	$\langle 011 110 \rangle$		
$\langle 100 000 \rangle$	$\langle 100 001 \rangle$	$\langle 100 010 \rangle$	$\langle 100 011 \rangle$	$\langle 100 101 \rangle$	$\langle 100 100 \rangle$	$\langle 100 111 \rangle$	$\langle 100 110 \rangle$		
$\langle 101 000 \rangle$	$\langle 101 001 \rangle$	$\langle 101 010 \rangle$	$\langle 101 011 \rangle$	$\langle 101 101 \rangle$	$\langle 101 100 \rangle$	$\langle 101 111 \rangle$	$\langle 101 110 \rangle$		
$\langle 110 000 \rangle$	$\langle 110 001 \rangle$	$\langle 110 010 \rangle$	$\langle 110 011 \rangle$	$\langle 110 101 \rangle$	$\langle 110 100 \rangle$	$\langle 110 111 \rangle$	$\langle 110 110 \rangle$		
$\langle 111 000 \rangle$	$\langle 111 001 \rangle$	$\langle 111 010 \rangle$	$\langle 111 011 \rangle$	$\langle 111 101 \rangle$	$\langle 111 100 \rangle$	$\langle 111 111 \rangle$	$\langle 111 110 \rangle$		







4ος Τρόπος



$$\begin{aligned}
 |011\rangle &\xrightarrow{H \otimes I \otimes I} \frac{|011\rangle + |111\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{CNOT_1 \otimes I} \frac{|111\rangle + |011\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{CNOT_2} \frac{|110\rangle + |011\rangle}{\sqrt{2}} \\
 &\xrightarrow{I \otimes H \otimes I} \frac{|1\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} |0\rangle + |0\rangle \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} |1\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} (|100\rangle - |110\rangle + |001\rangle - |011\rangle) \\
 &\xrightarrow{CCNOT} \frac{1}{2} (|001\rangle - |011\rangle + |100\rangle - |110\rangle)
 \end{aligned}$$



http://www.wcl.ece.upatras.gr/en/ai/res

The screenshot shows a web browser window with the URL <http://www.wcl.ece.upatras.gr/en/ai/resources/demo-quantum-simulation>. The page title is "Demo: Quantum Computer Simulator | Wire Communications Laboratory". The browser's address bar shows the URL and a search bar with the text "Google". The page content includes a header for "WIRE COMMUNICATIONS LABORATORY UNIVERSITY OF PATRAS" with "EN GR" language options. A navigation bar shows "Home -> Demo: Quantum Computer Simulator". The main content area features a yellow header "Demo: Quantum Computer Simulator" and a paragraph describing the development of a quantum calculation library. Below this is a simulation interface with controls for "Number of qBits" (set to 3) and "Number of Computation Steps" (set to 4), a "Refresh/Reset" button, and a table for selecting starting states and gates for three qubits across four steps. The table is as follows:

	Starting State	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4
qBit 1	<input type="radio"/> 0> <input type="radio"/> 1>	H	Cnt	I	H
qBit 2	<input type="radio"/> 0> <input type="radio"/> 1>	H	I	Cnt	H
qBit 3	<input type="radio"/> 0> <input type="radio"/> 1>	I	CNc	CNc	I

Below the table is a "Simulate Now" button and a note: "When you click 'Simulate Now', the results will be shown here." At the bottom, contact information for Dr. Kyriakos Sgarbas or Petroula Mavridi is provided, along with a note that the demo was created by Charalampos Tsimpouris.

Π.Μαυρίδη, “Ανάπτυξη Βιβλιοθήκης και Περιβάλλοντος Εξομοίωσης Κβαντικών Υπολογισμών σε Γλώσσα Python”, Διπλωματική Εργασία, Τμ. Ηλεκ/γων Μηχ. & ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών, Μάιος 2010



Number of qBits:

Number of Computation Steps:

Please select starting state of qBits and gates, and then select "Simulate Now".

	Starting State	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4
qBit 1	<input type="radio"/> 0> <input type="radio"/> 1>	<input type="button" value="H"/>	<input type="button" value="Cn"/>	<input type="button" value="I"/>	<input type="button" value="H"/>
qBit 2	<input type="radio"/> 0> <input checked="" type="radio"/> 1>	<input type="button" value="H"/>	<input type="button" value="I"/>	<input type="button" value="Cn"/>	<input type="button" value="H"/>
qBit 3	<input type="radio"/> 0> <input type="radio"/> 1>	<input type="button" value="I"/>	<input type="button" value="Cnc"/>	<input type="button" value="Cnc"/>	<input type="button" value="I"/>

Measure

	Starting State	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4
qBit State 1	0.00	0.25	0.25	0.25	0.00
qBit State 2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
qBit State 3	1.00	0.25	0.25	0.00	0.25
qBit State 4	0.00	0.00	0.00	0.25	0.25
qBit State 5	0.00	0.25	0.00	0.00	0.25
qBit State 6	0.00	0.00	0.25	0.25	0.25
qBit State 7	0.00	0.25	0.00	0.25	0.00
qBit State 8	0.00	0.00	0.25	0.00	0.00
	Starting State	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4

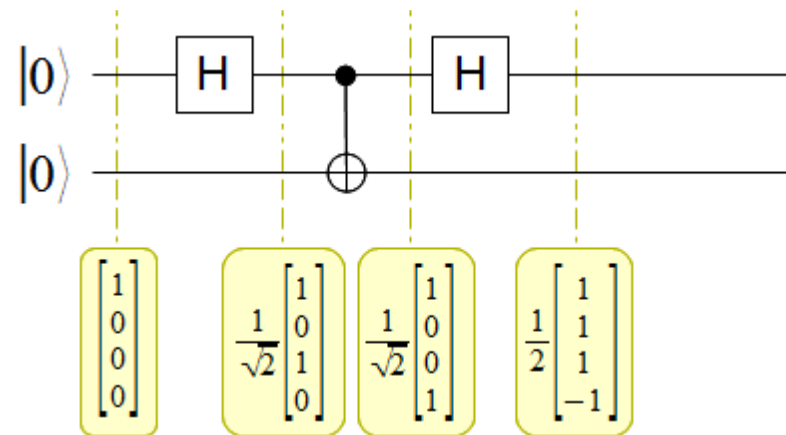
Phase

	Starting State	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4
qBit State 1	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
qBit State 2	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
qBit State 3	0.00°	180.00°	180.00°	0.00°	0.00°
qBit State 4	0.00°	0.00°	0.00°	180.00°	0.00°
qBit State 5	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°
qBit State 6	0.00°	0.00°	0.00°	0.00°	180.00°
qBit State 7	0.00°	180.00°	0.00°	180.00°	0.00°
qBit State 8	0.00°	0.00°	180.00°	0.00°	0.00°
	Starting State	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4



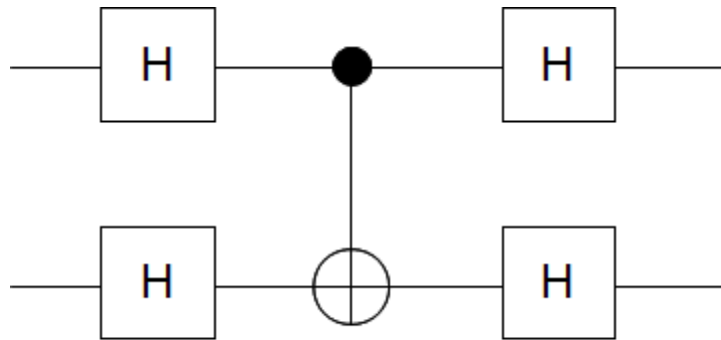
Άσκηση

- Να γίνει ο παρακάτω κβαντικός υπολογισμός αποκλειστικά με τη χρήση άλγεβρας (όχι με πίνακες). Βεβαιωθείτε ότι υπολογίζετε σωστά τα διανύσματα σε κάθε βήμα, όπως δείχνει το σχήμα:

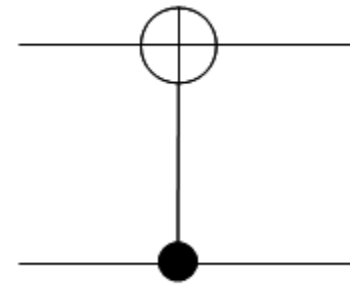


Άσκηση

Να αποδείξετε ότι οι κβαντικοί υπολογισμοί (α) και (β) είναι ισοδύναμοι. Δηλαδή όταν οι αντίστοιχες κβαντικές πύλες δρουν στον ίδιο κβαντικό καταχωρητή μεταβάλλουν την κατάστασή του με τον ίδιο τρόπο.



(α)



(β)

Υπόδειξη: Μπορούμε να υπολογίσουμε έναν συνολικό πίνακα για όλα τα βήματα του αλγορίθμου



Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση **1.0** διαθέσιμη [εδώ](#).



Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Σγάρμπας Κυριάκος**. «**Κβαντική Επεξεργασία Πληροφορίας, Υπολογισμοί σε Κβαντικά Κυκλώματα II**».
Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2014**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

https://eclass.upatras.gr/modules/course_metadata/opencourses.php?fc=15



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες

Διαφάνεια 15 : (Άσκηση 4.3, σελ.110, βιβλίου Ι.Καραφυλλίδη «Κβαντικοί Υπολογιστές»)

