ΕΕ728 (22Α004) - Προχωρημένα Θέματα Θεωρίας Πληροφορίας
3η σειρά ασκήσεων
Διακριτά και Συνεχή Κανάλια

Παράδοση: Έως 22/6/2015

1. **Υποβέλτιστοι κώδικες – Cover & Thomas 7.9**

   Θεωρήστε το κανάλι Z με πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης

   $$Q = \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 1/2 & 1/2 \end{array} \right] \quad x, y \in \{0, 1\}.$$

   Έστω ότι κατασκευάζουμε τυχαίο κώδικα $\left(2^{nR}, n\right)$ με ρίψεις *αμερόληπτου* κέρματος. Με τον τρόπο αυτό δεν επιτυγχάνουμε μετάδοση με τη χωρητικότητα (γιατί;). Βρείτε το μέγιστο εφικτό ρυθμό μετάδοσης, R, ώστε η *μέση* τιμή της πιθανότητας σφάλματος $P_e^{(n)}$ επί όλων των κωδίκων που κατασκευάζονται τυχαία με αμερόληπτες ρίψεις να τείνει στο 0 καθώς το μήκος, n, του κώδικα τείνει στο άπειρο.

2. **Κανάλι διακριτών εισόδων, συνεχών εξόδων – Cover & Thomas 9.15**

   Έστω Pr$\{X = 1\} = p$, Pr$\{X = 0\} = 1 - p$ και $Y = X + Z$, όπου η Z είναι κατανεμημένη *ομοιόμορφα* στο διάστημα $[0, a]$, $a > 1$. Επίσης, η Z είναι ανεξάρτητη της X.

   (α) Υπολογίστε την $I(X; Y) = H(X) - H(X|Y)$.

   (β) Υπολογίστε, τώρα, την $I(X; Y)$ με διαφορετικό τρόπο, με χρήση της $I(X; Y) = h(Y) - h(Y|X)$.

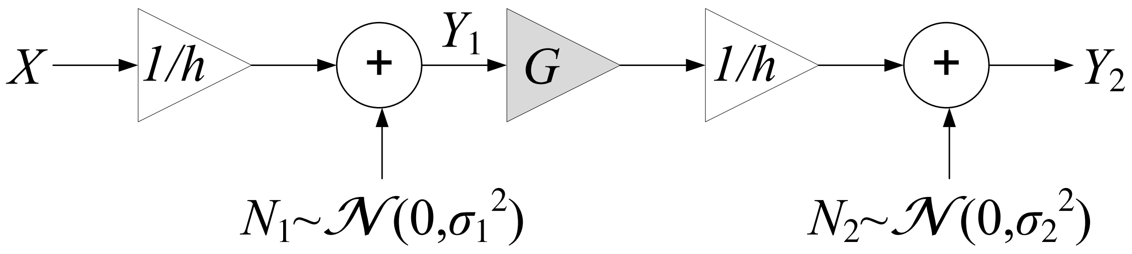
   (γ) Υπολογίστε τη χωρητικότητα του καναλιού μεγιστοποιώντας ως προς p.

3. **Κανάλι με αναμεταδότη (Τελική Εξέταση Θ. Π., Φεβρουάριος 2009)**

   Προκειμένου να μεταδώσουμε πληροφορία σε μεγάλη απόσταση χρησιμοποιούμε το κανάλι με αναμεταδότη του Σχήματος 1.

   Τα δύο κανάλια πριν και μετά τον αναμεταδότη εισάγουν απόσβεση $|h| > 1$ και Γκαουσιανό θόρυβο N_i μηδενικής μέσης τιμής. Δηλαδή, για το σήμα Y_1 στην είσοδο του αναμεταδότη ισχύει $Y_1 = \frac{1}{h}X + N_1$. Ο αναμεταδότης (στην ουσία ένας ενισχυτής) πολλαπλασιάζει το Y_1 με $|G| > 1$. Θεωρήστε ότι η μέση ισχύς του σήματος X στην είσοδο του καναλιού ισούται με P. Επίσης, θεωρήστε ότι θόρυβοι N_i είναι ανεξάρτητοι μεταξύ τους και ανεξάρτητοι της X.

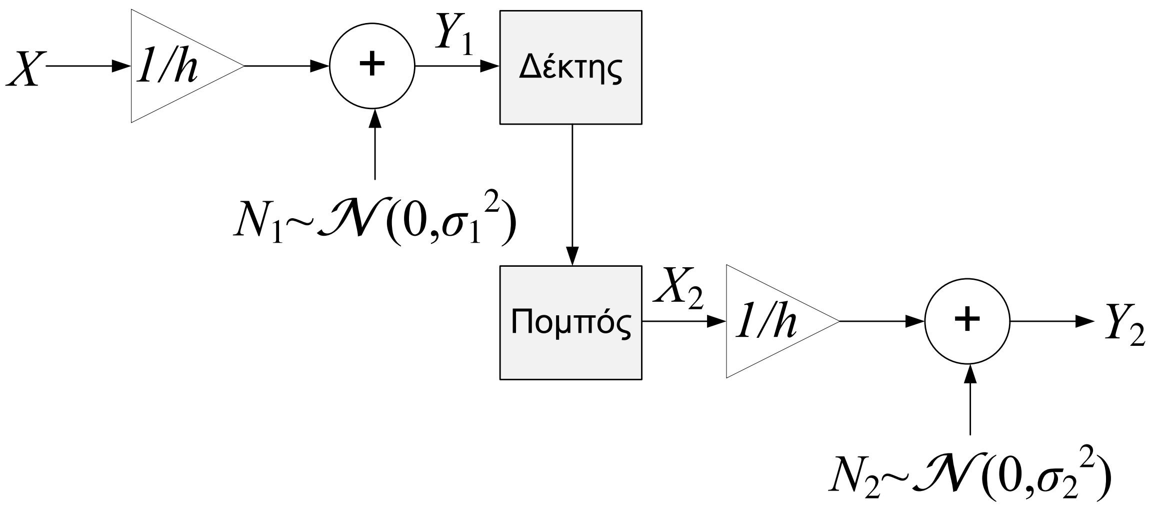
   Θεωρούμε ότι ο δέκτης γνωρίζει τις τιμές των h και G, καθώς και τις τιμές της διασποράς των Γκαουσιανών θορύβων N_1 και N_2, σ_1^2 και σ_2^2, αντιστοίχως.



Σχήμα 1: Κανάλι με αναμεταδότη που ενισχύει το σήμα.

(α) Βρείτε το μέγιστο αριθμό bits που μπορούμε να μεταδώσουμε κάθε φορά που χρησιμοποιούμε το κανάλι με είσοδο X και έξοδο Y_2 (συναρτήσει των P, h, G, σ_1 και σ_2), καθώς και την κατανομή εισόδου που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε. Πρέπει να αιτιολογήσετε επαρκώς την απάντησή σας.

(β) Έστω, τώρα, ότι, αντί για ενισχυτή, ο αναμεταδότης αποτελείται από ένα δέκτη και ένα πομπό, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 2: Κανάλι με αναμεταδότη που αποκωδικοποιεί, επανακωδικοποιεί και επαναμεταδίδει.

Ο δέκτης του αναμεταδότη αποκωδικοποιεί το μήνυμα και ο πομπός του το επανακωδικοποιεί και το επαναμεταδίδει, πάλι με ισχύ P. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός bits που μπορούμε να μεταδώσουμε σε αυτήν την περίπτωση και ποιες κατανομές πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για τις X και X_2;

(γ) Εάν η πολυπλοκότητα του αναμεταδότη δεν αποτελεί περιοριστικό παράγοντα και $G = h$ (ώστε το σήμα πληροφορίας στην έξοδο του αναμεταδότη-ενισχυτή να έχει ενέργεια P και να είναι δίκαιη η σύγκριση με τον αναμεταδότη-πομποδέκτη), ποια από τις δύο υλοποιήσεις του αναμεταδότη οδηγεί στο μέγιστο επιτεύξιμο ρυθμό μετάδοσης;

4. **Waterfilling με περιορισμό μέγιστης ισχύος (Προχωρημένα Θέματα Θ. Π., Τελική Εξέταση, Ιούνιος 2010)**

   Σε ορισμένες περιπτώσεις, ενδέχεται να μη θέλουμε να υπερβούμε μια συγκεκριμένη τιμή ισχύος στον πομπό, ακόμα και εάν η ισχύς είναι διαθέσιμη (για παράδειγμα, για λόγους λειτουργίας του ενισχυτή ή για να μην προκαλέσουμε παρεμβολές σε γειτονικές συνδέσεις). Στο πρόβλημα αυτό θα εξετάσουμε πώς πρέπει να μεταβάλουμε τη λύση waterfilling για να ικανοποιήσουμε και ένα περιορισμό μέγιστης ισχύος εκπομπής, $P_{\mathsf{max},k}$, για κάθε χρήστη, k.

   Θεωρούμε παράλληλα Γκαουσιανά κανάλια και *συνολική* διαθέσιμη ισχύ P. Η διασπορά του θορύβου σε κάθε κανάλι ισούται με N_k. Η διαθέσιμη ισχύς μπορεί να κατανεμηθεί στα κανάλια όπως επιθυμούμε, αρκεί, σε κάθε κανάλι, η ισχύς να μην υπερβαίνει μια μέγιστη τιμή $P_{\mathsf{max},k}$. Διευκρινίζεται ότι, στη γενική περίπτωση, η $P_{\mathsf{max},k}$ δεν είναι η ίδια για όλα τα κανάλια.

   (α) Θεωρούμε, κατ' αρχάς, την περίπτωση 2 χρηστών, δηλαδή $K = 2$. Επίσης, *μόνο* σε αυτό το ερώτημα, θεωρούμε ότι *δεν* υπάρχει περιορισμός ισχύος, ή, ισοδύναμα, ότι $P_{\mathsf{max},k} = P$. Χωρίς βλάβη της γενικότητας, έστω ότι $N_2 \geq N_1$.

   Δώστε μια έκφραση σε κλειστή μορφή για τη χωρητικότητα του καναλιού που αποτελείται από τα 2 παράλληλα Γκαουσιανά κανάλια.

   Υπόδειξη: Πρέπει να διακρίνετε περιπτώσεις, ανάλογα με την τιμή της P.

   (β) Θεωρήστε, τώρα, ότι ενδέχεται κάποιες από τις $P_{\mathsf{max},k}$ (ή όλες) να είναι μικρότερες από P. Για το κανάλι 2 χρηστών ($K = 2$) βρείτε ποιες συνθήκες πρέπει να ισχύουν για τις $P_{\mathsf{max},1}$ και $P_{\mathsf{max},2}$ συναρτήσει των P, N_1 και N_2, ώστε οι περιορισμοί να μην επηρεάζουν τη χωρητικότητα, δηλαδή η χωρητικότητα για *δεδομένες* τιμές των P, N_1 και N_2 να ισούται με την τιμή που βρήκατε στο Ερώτημα (α).

   Μπορείτε και πάλι να θεωρήσετε, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι $N_2 \geq N_1$.

   (γ) Στη συνέχεια, για να απλοποιήσουμε τις εκφράσεις, θεωρούμε ότι $P_{\mathsf{max},1} = P_{\mathsf{max},2} = P_{\mathsf{max}}$. Επίσης, θεωρούμε ότι $P_{\mathsf{max},1} + P_{\mathsf{max},2} = 2P_{\mathsf{max}} \geq P$, δηλαδή ότι όλη η συνολική ισχύς κατανέμεται, τελικά στα κανάλια.

   Βρείτε τη χωρητικότητα των 2 παράλληλων καναλιών για οποιαδήποτε τιμή του P_{max} (δηλαδή, ακόμα και για τιμές που ενδέχεται να αλλάζουν τη βέλτιστη λύση του Ερωτήματος (α)).

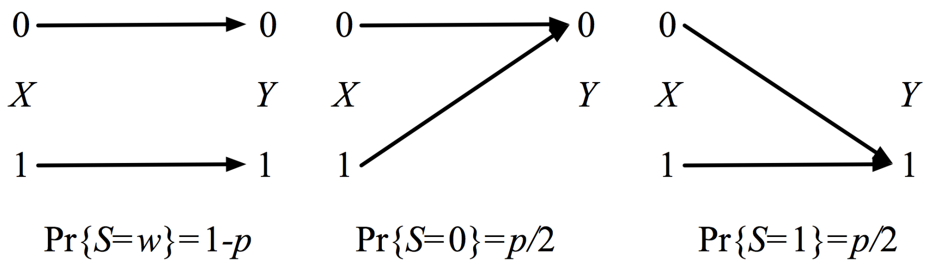
   (δ) Στη συνέχεια, θεωρούμε τη γενική περίπτωση K χρηστών. Υποθέστε ότι, αρχικά, εκτελούμε τον αλγόριθμο waterfilling χωρίς περιορισμούς. Μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου παρατηρούμε ότι σε κάποια κανάλια έχουμε υπερβεί την $P_{\mathsf{max},k}$. Υποθέστε ότι, μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου waterfilling έχει κατανεμηθεί μη μηδενική ισχύς σε όλα τα K κανάλια (δηλαδή $P_k > 0$ για όλα τα k). Υποθέστε, επίσης, ότι στα κανάλια όπου δεν έχουμε υπερβεί την $P_{\mathsf{max},k}$ δεν υπάρχει περιορισμός ισχύος. Πώς πρέπει να κατανείμουμε την πλεονάζουσα ισχύ $\sum_{k \in \mathcal{O}} (P_k - P_{\mathsf{max},k})$ στα υπόλοιπα κανάλια ώστε να μεγιστοποιήσουμε το άθροισμα ρυθμών μετάδοσης; ($\mathcal{O}$ είναι το σύνολο των καναλιών όπου ο αλγόριθμος waterfilling υπερέβη τις $P_{\mathsf{max},k}$ και P_k οι λύσεις του αλγορίθμου waterfilling χωρίς περιορισμούς).

   (ε) Προτείνετε έναν τροποποιημένο αλγόριθμο waterfilling για την περίπτωση που έχουμε περιορισμούς ισχύος, $P_{\mathsf{max},k}$, σε κάθε κανάλι. Σε αυτό το ερώτημα θεωρήστε τη γενική περίπτωση, δηλαδή ότι υπάρχουν περιορισμοί σε όλα τα κανάλια.

Επίσης, σε αντίθεση με το προηγούμενο ερώτημα, υπάρχει περίπτωση μετά την εκτέλεση του αλγορίθμου waterfilling χωρίς περιορισμούς ισχύος κάποια κανάλια να μη χρησιμοποιούνται (δηλαδή να έχουμε $P_k = 0$).

5. **Γνώση κατάστασης καναλιού στον πομπό ή/και στο δέκτη (Π. Θ. Θ. Π., Τελική εξέταση Ιουνίου 2013)**

Θεωρούμε ένα δυαδικό διακριτό κανάλι χωρίς μνήμη το οποίο μπορεί να βρίσκεται σε μία από 3 πιθανές καταστάσεις, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.



Σχήμα 3: Κανάλι με 3 διαφορετικές καταστάσεις.

Θεωρούμε ότι κάθε φορά που χρησιμοποιούμε το κανάλι, αυτό βρίσκεται σε μία από τις 3 καταστάσεις $S = w, 0$ ή 1 και ότι η κατάσταση μεταβάλλεται με τυχαίο τρόπο μεταξύ διαδοχικών μεταδόσεων. Δηλαδή, η κατάσταση S_n κατά τη $n-$στή χρήση είναι τ.μ. με κατανομή

$$p_S(s) = \begin{cases} 1-p & \text{για} \quad s = w \\ p/2 & \text{για} \quad s = 0 \\ p/2 & \text{για} \quad s = 1 \end{cases}$$

και οι S_n είναι i.i.d.

Με τον τρόπο αυτό θα μπορούσαμε, για παράδειγμα, να μοντελοποιήσουμε μία μνήμη N δυαδικών κυττάρων στα οποία μπορούμε να εγγράψουμε την τιμή ενός bit (0 ή 1). Το $100(1-p)$ % των κυττάρων είναι αξιόπιστα, ενώ το $100p$ % είναι ελαττωματικά. Από τα ελαττωματικά κύτταρα, τα μισά είναι "κολλημένα" στο 0, ενώ τα άλλα μισά στο 1.

Παρατηρήστε ότι σε αυτήν την περίπτωση το n υποδηλώνει χώρο αντί για χρόνο.

Στη συνέχεια, για να διευκολυνθεί η επίλυση θεωρήστε, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι σε όλη την άσκηση αναφερόμαστε σε αυτή τη μνήμη N δυαδικών κυττάρων (και, επομένως, bits). Δηλαδή το n είναι ο αριθμός του κυττάρου και όχι κάποια χρονική στιγμή.

(α) Υποθέστε, αρχικά, ότι ούτε ο πομπός, αλλά ούτε και ο δέκτης γνωρίζουν την κατάσταση, S_n, του καναλιού (δηλαδή δε γνωρίζουν αν ένα δεδομένο κύτταρο, n, είναι ελαττωματικό).

Βρείτε τη χωρητικότητα, $C_{\text{no CSI}}$, του καναλιού.

Εδώ η χωρητικότητα είναι ο αριθμός των bits (≤ 1) που μπορούμε να αποθηκεύσουμε κατά μέσο όρο σε κάθε κύτταρο. Δηλαδή, ο αριθμός bits που μπορούμε να αποθηκεύσουμε σε όλη τη μνήμη ισούται με $N \cdot C_{\text{no CSI}}$.

Υπόδειξη: Δείξτε ότι μπορούμε να μοντελοποιήσουμε το κανάλι ως BSC. Η απάντησή σας μπορεί να περιέχει όρους της μορφής $H(\mathbf{p})$, όπου **p** διακριτή κατανομή.

(β) Έστω, τώρα, ότι τόσο ο πομπός όσο και ο δέκτης γνωρίζουν την τιμή της κατάστασης S_n για όλα τα n.

Βρείτε τη χωρητικότητα, $C_{\text{full CSI}}$, του καναλιού. Συγκρίνετε με την απάντησή σας στο Ερώτημα (α). Κερδίζουμε σε χωρητικότητα όταν πομπός και δέκτης γνωρίζουν την κατάσταση του καναλιού;

Δίνεται ότι $1 - p \geq 1 - H(p/2)$ με την ισότητα να ισχύει μόνο για $p = 0$ ή $p = 1$.

(γ) Έστω, τώρα, ότι ο δέκτης γνωρίζει την τιμή της S_n, αλλά όχι ο πομπός.

Βρείτε τη χωρητικότητα, $C_{\text{receiver CSI}}$, του καναλιού. Συγκρίνετε με την απάντησή σας στο Ερώτημα (β). Έχουμε απώλεια χωρητικότητας όταν μόνο ο δέκτης (αλλά όχι ο πομπός) γνωρίζει την κατάσταση του καναλιού;

(δ) Έστω, τώρα, ότι ο πομπός γνωρίζει την S_n, αλλά όχι ο δέκτης. Δηλαδή το κύκλωμα εγγραφής μπορεί να μπορεί να εντοπίσει εάν ένα κύτταρο μνήμης είναι ελαττωματικό. Ωστόσο, το κύκλωμα ανάγνωσης δεν είναι σε θέση να γνωρίζει αν η τιμή του κάθε κυττάρου έχει προέλθει από ελάττωμα ή από εγγραφή δεδομένων.

Θεωρούμε τον εξής τρόπο κωδικοποίησης

i. Κατασκευάζουμε όλες τις 2^N δυαδικές ακολουθίες (όπου N ο αριθμός των κυττάρων της μνήμης).

ii. Τοποθετούμε τις ακολουθίες με *τυχαίο* και *ανεξάρτητο* τρόπο σε 2^{NR} bins, όπου $0 < R \leq 1$. Αποκαλύπτουμε την αντιστοίχιση σε πομπό και δέκτη.

iii. Για να στείλουμε ένα από 2^{NR} μηνύματα, έστω το μήνυμα m, στέλνουμε μια ακολουθία από το bin m της οποίας τα ψηφία στις θέσεις όπου η μνήμη είναι ελαττωματική ταυτίζονται με τα ελαττώματα της μνήμης. Για παράδειγμα, αν $N = 10$ και οι καταστάσεις των κυττάρων της μνήμης είναι $S_1^{10} = www0w01www$, επιλέγουμε μια ακολουθία από το bin m (εάν υπάρχει) η οποία έχει '0' στις θέσεις 4 και 6 και '1' στη θέση 7. Οι άλλες θέσεις μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή, αρκεί η ακολουθία να προέρχεται από το bin m.

iv. Επειδή τα ψηφία στις μη ελαττωματικές θέσεις θα μεταδοθούν αυτούσια, ο δέκτης λαμβάνει (διαβάζει) ακριβώς την ακολουθία που στείλαμε (γράψαμε). Επομένως, είναι σε θέση να βρει σε ποιο bin, m, ανήκει η ακολουθία. Συνεπώς, μπορούμε να μεταδώσουμε το δείκτη του bin, δηλαδή ένα από 2^{NR} μηνύματα. Δηλαδή, η πληροφορία είναι το *bin* στο οποίο ανήκει η κωδική λέξη που γράφουμε στη μνήμη και όχι η ίδια η κωδική λέξη.

Απομένει να βρούμε τις τιμές του R έτσι ώστε, για δεδομένα ελαττώματα μνήμης, να μπορούμε να βρούμε μέσα σε *κάθε* ένα από τα 2^{NR} bins τουλάχιστον μία ακολουθία οι τιμές της οποίας να ταυτίζονται με τα ελαττώματα της μνήμης (στις θέσεις όπου η μνήμη είναι ελαττωματική).

(δ1) Για δεδομένο p και για $N \to \infty$ πόσες είναι (προσεγγιστικά) οι θέσεις της μνήμης με ελάττωμα;

(δ2) Για $N \to \infty$ και για *δεδομένα* ελαττώματα στη μνήμη (δηλαδή για *δεδομένη* ακολουθία S_1^N) πόσες από τις 2^N δυαδικές ακολουθίες μήκους N έχουν

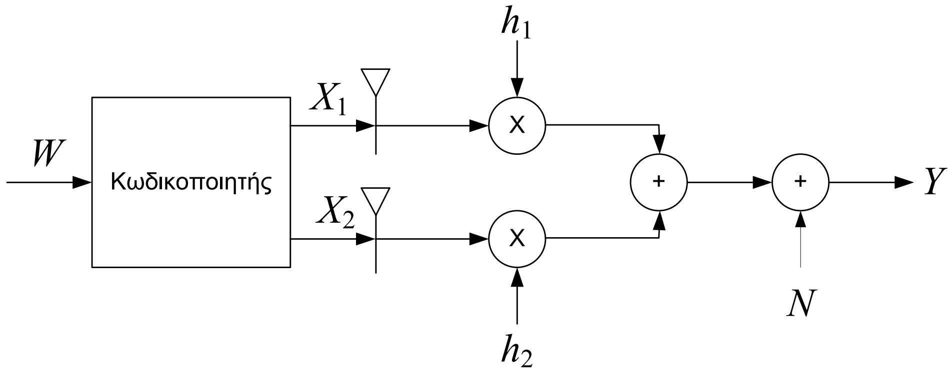
τις ίδιες τιμές με τα ελαττώματα της μνήμης στις θέσεις όπου η μνήμη είναι ελαττωματική;
Υπόδειξη: Πρόκειται για ερώτημα συνδυαστικής.

(δ3) Οι ακολουθίες του Ερωτήματος (δ2) έχουν διαμοιραστεί τυχαία στα 2^{NR} bins κατά τη δημιουργία του κώδικα. Εμείς έχουμε επιλέξει ένα bin m (το οποίο εξαρτάται από την πληροφορία που θέλουμε να μεταδώσουμε, δηλαδή δεν μπορούμε να επηρεάσουμε την τιμή του m) και θέλουμε να μπορούμε να βρούμε τουλάχιστον μία από τις ακολουθίες του Ερωτήματος (δ2) μέσα στο bin. Βρείτε την τιμή του R ώστε, για $N \to \infty$ το bin να περιέχει μια από τις ακολουθίες του Ερωτήματος (δ2) με πιθανότητα που τείνει στο 1.

(δ4) Τι συμπεραίνετε για τη χωρητικότητα του καναλιού, $C_{\text{transmitter CSI}}$, όταν μόνο ο πομπός (αλλά όχι ο δέκτης) γνωρίζει την κατάσταση, S_n; Συγκρίνετε με την απάντησή σας στα Ερωτήματα (β) και (γ).

6. **Μία ή δύο κεραίες; (Τελική Εξέταση Π. Θ. Θ. Π. – Ιούνιος 2008)**

Στο σύστημα του Σχήματος 4 ο πομπός χρησιμοποιεί 2 κεραίες προκειμένου να στείλει μηνύματα W στο δέκτη.



Σχήμα 4: Μετάδοση με χρήση 2 κεραιών και κοινό κωδικοποιητή.

Για κάθε χρήση καναλιού, k, το σήμα στο δέκτη ισούται με $Y_k = h_1X_{1,k} + h_2X_{2,k} + N_k$, όπου h_1 και h_2 (πραγματικές) σταθερές γνωστές τόσο στον πομπό όσο και στο δέκτη και N i.i.d. γκαουσιανός θόρυβος $\sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Οι X_1 και X_2 είναι ανεξάρτητες από το θόρυβο N, αλλά όχι απαραίτητα ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επίσης, υπάρχει περιορισμός ισχύος στον πομπό: Το άθροισμα των ισχύων των σημάτων που εκπέμπονται από τις δύο κεραίες δεν πρέπει να υπερβαίνει μια τιμή P. Πιο συγκεκριμένα, $\mathbb{E}[X_1^2] + \mathbb{E}[X_2^2] \leq P$. Θέλουμε να βρούμε ποια είναι η χωρητικότητα του καναλιού και πώς πρέπει να σχεδιαστεί ο κωδικοποιητής προκειμένου να επιτύχουμε μετάδοση με τη χωρητικότητα.

(α) Θεωρήστε το κανάλι με είσοδο (X_1, X_2) και έξοδο Y. Εξηγήστε γιατί το κανάλι δεν έχει μνήμη και δώστε μια έκφραση για τη συνάρτηση μετάβασης $f(y|x_1, x_2)$. Υπενθυμίζεται ότι οι παράμετροι h_1 και h_2 θεωρούνται γνωστές και σταθερές.

(β) Δώστε μια έκφραση για την αμοιβαία πληροφορία $I(Y; X_1, X_2)$. Ποια πρέπει να είναι η κατανομή της Y ώστε να μεγιστοποιείται η $I(Y; X_1, X_2)$; Αναφέρετε απλώς την κατανομή, δε χρειάζονται περισσότερες λεπτομέρειες (προς το παρόν).

(γ) Θεωρούμε, χωρίς απώλεια της γενικότητας, ότι $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2] = 0$. Δείξτε ότι η $\mathbb{E}[Y^2]$ μεγιστοποιείται όταν $X_1 = cX_2$, όπου c σταθερά.

Υπόδειξη: Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την ανισότητα Cauchy-Schwarz: $(\mathbb{E}[X_1 X_2])^2 \leq \mathbb{E}[X_1^2]\mathbb{E}[X_2^2]$ με = όταν $X_1 = cX_2$ (γενικά $X_1 = cX_2 + d$. Εδώ $d = 0$ λόγω της υπόθεσης $\mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2] = 0$).

(δ) Δώστε μια έκφραση για την $\mathbb{E}[Y^2]$ όταν $X_1 = cX_2$ (συναρτήσει των c, P, h_1 και h_2). (Υπόδειξη: Χρησιμοποιήστε τον περιορισμό ισχύος στον πομπό). Τι κατανομή πρέπει να ακολουθούν οι X_1 και X_2 για να μεγιστοποιείται η $I(Y; X_1, X_2)$;

(ε) Βρείτε την τιμή της c η οποία μεγιστοποιεί την $\mathbb{E}[Y^2]$. Βεβαιωθείτε ότι λαμβάνετε υπόψη σας τον περιορισμό ισχύος $\mathbb{E}[X_1^2] + \mathbb{E}[X_2^2] \leq P$. Ένας τρόπος είναι να βρείτε το c που μεγιστοποιεί την έκφραση για την $\mathbb{E}[Y^2]$ που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα. Εναλλακτικά, μπορείτε να θεωρήσετε ότι $X_1 = \alpha X$ και $X_2 = \beta X$, όπου $\mathbb{E}[X^2] = 1$ και $\alpha^2 + \beta^2 = P$ και να βρείτε τη σχέση μεταξύ α και β.

(στ) Με βάση τα παραπάνω, καθώς και τη βέλτιστη τιμή της c που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, υπολογίστε τη χωρητικότητα του καναλιού. Συγκρίνετε με την περίπτωση που χρησιμοποιείται μόνο μια κεραία για τη μετάδοση (χωρίς απώλεια της γενικότητας, μπορείτε να θεωρήσετε ότι $h_1 \geq h_2$).

(ζ) Περιγράψτε πολύ συνοπτικά πώς θα κατασκευάζατε το βιβλίο κωδίκων σε αυτό το κανάλι και τι μεταδίδεται από κάθε κεραία εάν ακολουθήσουμε τη μέθοδο (του Shannon) που χρησιμοποιήσαμε για την απόδειξη του θεωρήματος κωδικοποίησης για το γκαουσιανό κανάλι.