EE728
Προχωρημένα Θέματα Θεωρίας Πληροφορίας
11η διάλεξη

Δημήτρης-Αλέξανδρος Τουμπακάρης

Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών

14 Μαΐου 2010

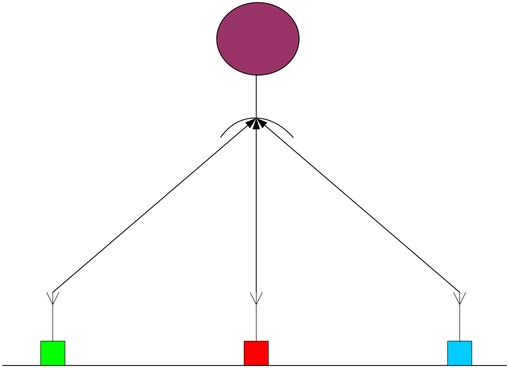
Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

Αντιστοιχία με συγγράμματα

- Cover & Thomas: 15.1.1 – 15.1.2, 15.3 (χωρίς την απόδειξη του Θεωρήματος Κωδικοποίησης Καναλιού)
- Gallager: Το βιβλίο του Gallager δεν αναφέρεται σε κανάλια πολλών χρηστών.
- Tse & Viswanath, Fundamentals of Wireless Communication (δωρεάν πρόσβαση στην Ιστοσελίδα του David Tse): 6.1 (για το Γκαουσιανό MAC).
- El Gamal & Kim, Lecture Notes on Network Information Theory (δωρεάν πρόσβαση στην ιστοσελίδα του Young-Han Kim): Κεφάλαιο 4.

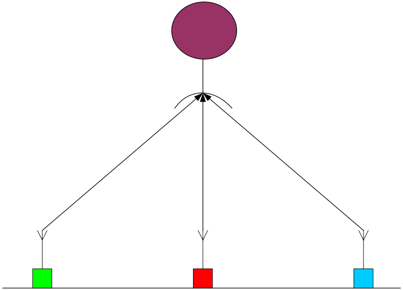
Το Κανάλι Πολλαπλής Πρόσβασης (Multiple Access Channel - MAC)

Κανάλι Πολλαπλής Πρόσβασης (Multiple Access Channel)



- Πολλοί χρήστες που επιθυμούν να επικοινωνήσουν με ένα κεντρικό σταθμό. Παράδειγμα: Κινητά τερματικά προς σταθμό βάσης.
- Το κανάλι πολλών χρηστών που έχει κατανοηθεί καλύτερα.

Κανάλι Πολλαπλής Πρόσβασης (MAC) (2)



- Έως τώρα, η παράμετρος που επηρέαζε την επικοινωνία ήταν ο θόρυβος. Στο MAC, επιπλέον του θορύβου, η επικοινωνία επηρεάζεται από παρεμβολές (interference).
- Πόση πληροφορία μπορούμε να μεταδώσουμε για κάθε χρήστη, και πώς σχετίζονται μεταξύ τους οι χωρητικότητες των χρηστών;

Κανάλι Πολλαπλής Πρόσβασης (MAC) – Ορισμοί

- Για απλοποίηση, θα αναφερθούμε, κατ' αρχάς, σε MAC 2 χρηστών.
- Διακριτό MAC χωρίς μνήμη: Αποτελείται από 3 αλφάβητα $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$ και $\mathcal{Y}$ και πίνακα πιθανοτήτων μετάβασης $p(y|x_1, x_2)$.
- Κώδικας $((2^{nR_1}, 2^{nR_2}), n)$ για το MAC: Αποτελείται από δύο σύνολα ακεραίων $\mathcal{W}_1 = \{1, 2, \ldots, 2^{nR_1}\}$ και $\mathcal{W}_2 = \{1, 2, \ldots, 2^{nR_2}\}$ (σύνολα μηνυμάτων – message sets), δύο συναρτήσεις κωδικοποίησης (encoding functions):

$$X_1 : \mathcal{W}_1 \to \mathcal{X}_1^n \text{ και}$$
$$X_2 : \mathcal{W}_2 \to \mathcal{X}_2^n,$$

  και μια συνάρτηση αποκωδικοποίησης (decoding function)

$$g : \mathcal{Y}^n \to \mathcal{W}_1 \times \mathcal{W}_2.$$

- Θεωρούμε *τέλειο* συγχρονισμό μεταξύ των χρηστών.

Μετάδοση στο MAC

- Ο χρήστης 1 επιλέγει ένα από 2^{nR_1} μηνύματα ομοιόμορφα και στέλνει την αντίστοιχη κωδική λέξη στο κανάλι. Ομοίως, ο χρήστης 2 επιλέγει ένα από 2^{nR_2} μηνύματα ανεξάρτητα από το χρήστη 1 και εκπέμπει την αντίστοιχη κωδική λέξη.
- Μέση Πιθανότητα Σφάλματος:

$$P_e^{(n)} = \frac{1}{2^{n(R_1+R_2)}} \sum_{(w_1,w_2)\in\mathcal{W}_1\times\mathcal{W}_2} \Pr\{g(Y^n) \neq (w_1,w_2) | \text{εστάλη το } (w_1,w_2)\}$$

- Ένα ζεύγος ρυθμών μετάδοσης (R_1, R_2) είναι εφικτό για το MAC εάν υπάρχει ακολουθία κωδίκων $(2^{nR_1}, 2^{nR_2}, n)$ τέτοια ώστε $P_e^{(n)} \to 0$.

Ορισμός Η περιοχή χωρητικότητας (capacity region) του MAC είναι το κλειστό σύνολο (closure) των εφικτών (R_1, R_2).

Η περιοχή χωρητικότητας του MAC είναι κυρτή

- Έστω $\mathbf{R}_1 = (R_{1,1}, R_{2,1})$ και $\mathbf{R}_2 = (R_{1,2}, R_{2,2})$ δύο ζεύγη ρυθμών μετάδοσης που ανήκουν στην περιοχή χωρητικότητας, $\mathcal{C}$, του MAC.
- Μπορούμε να μεταδώσουμε με οποιοδήποτε κυρτό συνδυασμό $\lambda\mathbf{R}_1 + (1-\lambda)\mathbf{R}_2$, $0 \leq \lambda \leq 1$, μεταδίδοντας με $\mathbf{R}_1$ 100λ % του χρόνου και με $\mathbf{R}_2$ $100(1-\lambda)$ % του χρόνου (timesharing).
- Επομένως, η περιοχή χωρητικότητας του MAC (και κάθε καναλιού όπου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε timesharing) είναι κυρτή (convex).

Περιοχή Χωρητικότητας MAC

Θεώρημα (Cover 15.3.1): Η χωρητικότητα του MAC $(\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2, p(y|x_1, x_2), \mathcal{Y})$ είναι το κλειστό σύνολο (closure) της κυρτής γάστρας (convex hull) όλων των (R_1, R_2) που ικανοποιούν τις σχέσεις

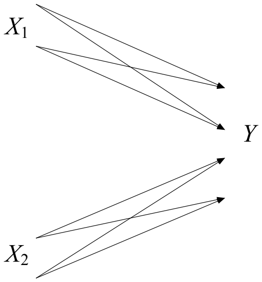
Περιοχή ρυθμών (rate region) MAC 2 χρηστών για δεδομένη $p(x_1)p(x_2)$

$$\begin{aligned} R_1 &< I(X_1; Y|X_2), \\ R_2 &< I(X_2; Y|X_1), \\ R_1 + R_2 &< I(X_1, X_2; Y) \end{aligned}$$

για κάποια κατανομή $p_1(x_1)p_2(x_2)$ στο σύνολο $\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2$.

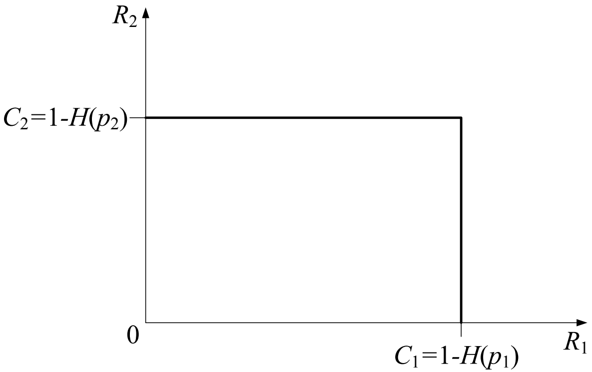
- Δε θα το αποδείξουμε στο μάθημα.
- Σημείωση: Η κατανομή εισόδου είναι $p_1(x_1)p_2(x_2)$ γιατί θεωρούμε ότι οι χρήστες δεν μπορούν να συνεργαστούν.

Παράδειγμα 11.1 - Ανεξάρτητα BSC



- Μπορούμε να στείλουμε με $R_1 = 1 - H(p_1)$ από το 1ο κανάλι, και, ταυτόχρονα, με ρυθμό $R_2 = 1 - H(p_2)$ από το 2ο κανάλι.
- Τα δύο κανάλια είναι ανεξάρτητα $\longrightarrow$ δεν εμφανίζεται παρεμβολή.

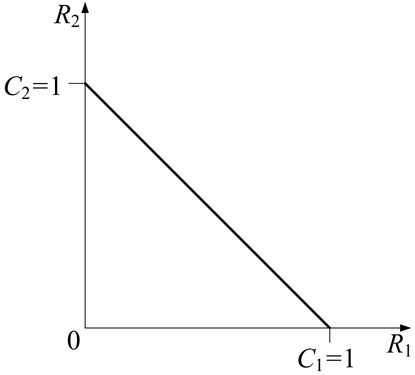
Παράδειγμα 11.1 - Ανεξάρτητα BSC – Περιοχή Χωρητικότητας



Παράδειγμα 11.2 - Δυαδικό Πολλαπλασιαστικό Κανάλι

- Οι X_1 και X_2 παίρνουν τιμές στο σύνολο $\{0,1\} \times \{0,1\}$. $Y = X_1 X_2$.
- Όταν $X_1 = 1$, μπορούμε να στείλουμε $R_2 = 1$ bit/χρήση καναλιού με ομοιόμορφη κατανομή της X_2. $R_1 = 0$, δεδομένου ότι η X_1 δεν αλλάζει.
- Ομοίως, όταν $X_2 = 1$, μπορούμε να στείλουμε $R_1 = 1$ bit/χρήση καναλιού με ομοιόμορφη κατανομή της X_1. $R_2 = 0$.
- Μπορούμε να πετύχουμε οποιοδήποτε ζεύγος $(\lambda, 1-\lambda)$, $0 \leq \lambda \leq 1$ με διαμέριση στο χρόνο (timesharing). Δηλαδή, "παγώνουμε" το X_2 για 100λ % του χρόνου και μεταδίδουμε με ομοιόμορφα κατανεμημένη X_1 (αντίστροφα για το υπόλοιπο $100(1-\lambda)$ %).

Παράδειγμα 11.2 - Δυαδικό Πολλαπλασιαστικό Κανάλι – Περιοχή Χωρητικότητας

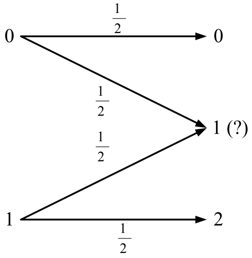


Παράδειγμα 11.3 - Δυαδικό MAC Διαγραφής

- Οι X_1 και X_2 παίρνουν τιμές στο σύνολο $\{0, 1\} \times \{0, 1\}$.
  $Y = X_1 + X_2$.
- Εάν $Y = 1$ δε γνωρίζουμε εάν η είσοδος ήταν $(X_1, X_2) = (1, 0)$ ή $(0, 1)$.
- Εάν θέσουμε $X_1 = 1$, μπορούμε να μεταδώσουμε με $R_2 = 1$ bit/χρήση καναλιού (με ομοιόμορφη X_2).
- Εάν θέσουμε $X_2 = 1$, μπορούμε να μεταδώσουμε με $R_1 = 1$ bit/χρήση καναλιού (με ομοιόμορφη X_1).
- Μπορούμε να στείλουμε με $R_1 + R_2 > 1$ bit/χρήση καναλιού;

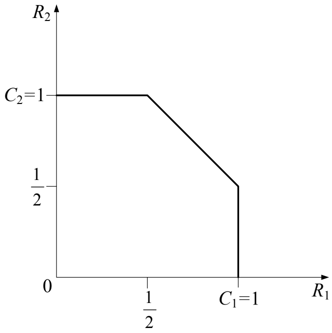
Παράδειγμα 11.3 - Δυαδικό MAC Διαγραφής (2)

- Έστω ότι χρησιμοποιούμε ομοιόμορφη X_1. Επομένως, $R_1 = 1$ bit/χρήση καναλιού.
- Από τη σκοπιά του χρήστη 2 το κανάλι είναι δυαδικό κανάλι διαγραφής με πιθανότητα διαγραφής $p = 1/2$.



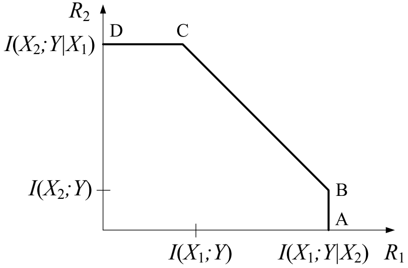
- Επομένως, μπορούμε να στείλουμε επιπλέον $1/2$ bits του χρήστη 2!

Παράδειγμα 11.3 - Δυαδικό MAC Διαγραφής – Περιοχή Χωρητικότητας



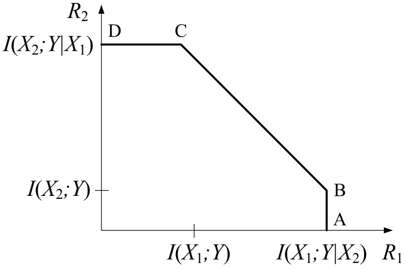
- Μπορούμε, επίσης, να επιτύχουμε οποιοδήποτε ζεύγος $(R_1, R_2) = (0.5+\lambda, 1-\lambda)$, $0 \leq \lambda \leq 0.5$ με timesharing.

Περιοχή επιτεύξιμων ρυθμών μετάδοσης (Rate Region)



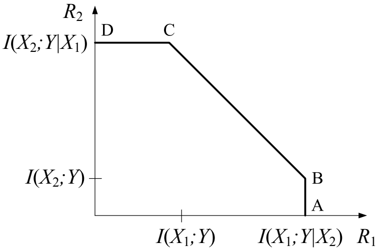
- Θεωρούμε δεδομένη $p(x_1)p(x_2)$. Η περιοχή εφικτών ρυθμών μετάδοσης (όχι η περιοχή χωρητικότητας) φαίνεται στο Σχήμα.
- Σημείο B: Η X_1 αποτελεί θόρυβο για τη μετάδοση της X_2. Ο μέγιστος ρυθμός για τη μετάδοση της X_2 ισούται με $I(X_2; Y)$. Στο δέκτη, ανιχνεύεται αρχικά η X_2.

Περιοχή επιτεύξιμων ρυθμών μετάδοσης (Rate Region) (2)



- Δεδομένης, τώρα, της τιμής x_2 της X_2, ο δέκτης προχωρά στην αποκωδικοποίηση της X_1.
- Ο R_1 ισούται με $\sum_{x_2} p(x_2) I(X_1; Y|X_2 = x_2) = I(X_1; Y|X_2)$.
- Προφανώς, μπορούμε να επιτύχουμε και οποιαδήποτε άλλη τιμή $R_2 < I(X_1; Y|X_2)$.

Περιοχή επιτεύξιμων ρυθμών μετάδοσης (Rate Region) (3)



- Σημεία C και D: Αντίστοιχα με τα A και B, αλλά με τους ρόλους των X_1 και X_2 ανεστραμμένους.
- Επιπλέον του ρυθμού μετάδοσης αλλάζει και η σειρά αποκωδικοποίησης στο δέκτη. Δηλαδή, για το σημείο B αποκωδικοποιείται πρώτα η X_2, ενώ για το σημείο C αποκωδικοποιείται πρώτα η X_1.

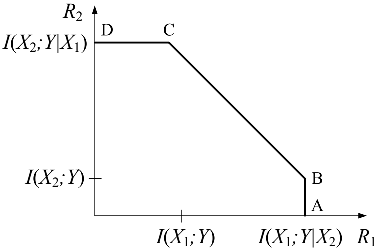
Διαδοχική Αποκωδικοποίηση (Successive Decoding) στο MAC

- Η ιδέα της διαδοχικής αποκωδικοποίησης (successive decoding ή successive interference cancellation -- SIC) είναι κεντρική στο MAC (καθώς και στο degraded Broadcast Channel, όπως θα δούμε στη συνέχεια).
- Π.χ. για το σημείο B. Αποκωδικοποιούμε τη X_2 θεωρώντας τη X_1 ως θόρυβο.
- Ανάλογα με την τιμή της X_2, από τη σκοπιά της X_1 βλέπουμε $|\mathcal{X}_2|$ διαφορετικά κανάλια. Αφού βρούμε την τιμή της X_2 επιλέγουμε το (ένα από τα $|\mathcal{X}_2|$) κανάλι που "βλέπει" η X_1 και αποκωδικοποιούμε με βάση αυτό το συγκεκριμένο κανάλι.

Διαδοχική Αποκωδικοποίηση (Successive Decoding) στο MAC (2)

- Αντίστροφα, για το σημείο C, αποκωδικοποείται πρώτα η X_1 και η X_2 αποκωδικοποιείται με βάση ένα από $|\mathcal{X}_1|$ διαφορετικά κανάλια.
- Στο Γκαουσιανό MAC, η επιλογή καναλιού γίνεται με αφαίρεση, όπως θα δούμε στη συνέχεια.
- Το τμήμα μεταξύ των B και C επιτυγχάνεται με timesharing.

Περιοχή επιτεύξιμων ρυθμών μετάδοσης (Rate Region) (4)



- Το ευθύγραμμο τμήμα BC έχει κλίση 45^o. (Αποδείξτε το ως άσκηση)
- Αποδεικνύεται, επίσης (δείτε π.χ. Σημειώσεις El Gamal & Kim) ότι μπορούμε να επιτύχουμε οποιοδήποτε σημείο της περιοχής επιτεύξιμων ρυθμών μετάδοσης χωρίς να απαιτείται timesharing εφαρμόζοντας από κοινού αποκωδικοποίηση των X_1 και X_2 στο δέκτη (αντί για SIC).

Γενική Μορφή Περιοχής Χωρητικότητας MAC

- Για να βρούμε την περιοχή χωρητικότητας του MAC πρέπει να πάρουμε το κλειστό σύνολο (closure) της ένωσης όλων των περιοχών επιτεύξιμων ρυθμών (για όλες τις $p(x_1)p(x_2)$).
- Για παράδειγμα, για να μεγιστοποιήσουμε τον R_1, ενδέχεται να πρέπει να "παγώσουμε" τη X_2 σε μια τιμή x_2 για την οποία μεγιστοποιείται η $I(X_1;Y|X_2=x_2)$: $\max R_1 = \max_{p_1(x_1)p_2(x_2)} I(X_1;Y|X_2) = \max_{p_1(x_1)p_2(x_2)} \sum_{x_2} p_2(x_2) I(X_1;Y|X_2=x_2)$ $\leq \max_{p_1(x_1)} \{\max_{x_2} I(X_1;Y|X_2=x_2)\}$.
- Αν δεν υπάρχει κατανομή $p_2(x_2)$ με περισσότερες από μία μη μηδενικές μάζες η οποία μεγιστοποιεί τον R_1, τα σημεία A και B ταυτίζονται.
- Στο Παράδειγμα 11.2, για να μεγιστοποιήσουμε τον R_1 πρέπει να "παγώσουμε" τη X_2 στο 1 (και αντιστρόφως). Επομένως, το πεντάγωνο εκφυλίζεται σε τρίγωνο.

Γενική Μορφή Περιοχής Χωρητικότητας MAC (2)

- Ωστόσο, ενδέχεται να υπάρχει κατανομή $p_2(x_2)$ με μη μηδενική εντροπία για την οποία ισχύει ότι $\max_{p_1(x_1)p_2(x_2)} \sum_{x_2} p_2(x_2) I(X_1; Y | X_2 = x_2)$ $= \max_{p_1(x_1)} \{\max_{x_2} I(X_1; Y | X_2 = x_2)\}$.
- Στο Παράδειγμα 11.3, μπορούμε να επιτύχουμε το μέγιστο ρυθμό $R_1 = 1$ και, ταυτόχρονα, $R_2 = 0.5$ bit (με ομοιόμορφη κατανομή p_2).
- Παρατηρήστε ότι, ακόμα και αν είχαμε "παγώσει" τη X_2 σε μία σταθερή τιμή, δε θα μπορούσαμε να μεταδώσουμε με $R_1 > 1$.
- Παρόλο που στο Παράδειγμα 11.3 η περιοχή επιτεύξιμων ρυθμών για ομοιόμορφες p_1 και p_2 ταυτίζεται με την περιοχή χωρητικότητας, στη γενική περίπτωση η χωρητικότητα είναι ένα κυρτό σύνολο που προέρχεται από την ένωση πενταγώνων (ή εκφυλισμένων πενταγώνων).

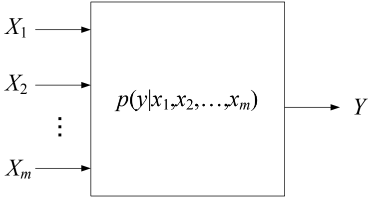
Γενική Μορφή Περιοχής Χωρητικότητας MAC (3)

- Όπως θα δούμε, μία πολύ σημαντική ειδική περίπτωση όπου όλα τα σημεία στο όριο της περιοχής χωρητικότητας επιτυγχάνονται από μία μόνο κατανομη $p_1(x_1)p_2(x_2)$ είναι το Γκαουσιανό MAC.
- Γενικά, αποδεικνύεται ότι αρκεί timesharing μεταξύ 2 το πολύ κατανομών $p_1(x_1)p_2(x_2)$ για να επιτευχθεί οποιοδήποτε σημείο της περιοχής χωρητικότητας του MAC 2 χρηστών.
- Για λεπτομέρειες, δείτε Σημειώσεις El Gamal & Kim.
- Αποδεικνύεται, επίσης, ότι οποιοδήποτε σημείο της περιοχής χωρητικότητας, $\mathcal{C}$, μπορεί να επιτευχθεί χωρίς timesharing με χρήση coded time sharing (για λεπτομέρειες, δείτε Σημειώσεις El Gamal & Kim).

Διευκρίνιση: 2 είδη timesharing

1. Timesharing μεταξύ βιβλίων κωδίκων για *δεδομένη* $p_1(x_1)p_2(x_2)$ (και, επομένως, δεδομένη rate region).
   - Για κάθε ένα από τα δύο σημεία χρησιμοποιούμε SIC στο δέκτη. Η σειρά SIC αλλάζει όταν αλλάζουμε σημείο.
   - Μπορούμε να μην κάνουμε timesharing αν χρησιμοποιήσουμε από κοινού (ταυτόχρονη) αποκωδικοποίηση των X_1 και X_2 στο δέκτη.
2. Timesharing μεταξύ $|\mathcal{Q}| = 2$ διαφορετικών κατανομών $p_1(x_1)p_2(x_2)$ προκειμένου να επιτύχουμε οποιοδήποτε σημείο της περιοχής χωρητικότητας.
   - Μπορούμε να μην κάνουμε timesharing αν χρησιμοποιήσουμε coded timesharing (δε θα επεκταθούμε σε αυτό το μάθημα).

Γενίκευση MAC για m χρήστες



Θεώρημα (Cover 15.3.6): Η περιοχή χωρητικότητας του MAC m χρηστών είναι το κλειστό σύνολο (closure) της κυρτής γάστρας (hull) των διανυσμάτων $\mathbf{R} = (R_1, R_2, \ldots, R_m)$ που ικανοποιούν τις σχέσεις

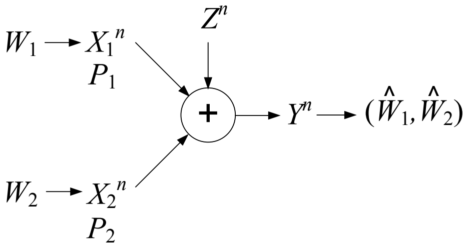
$R(S) \leq I(X(S); Y|X(S^c))$ για <u>όλα</u> τα σύνολα $S \subseteq \{1, 2, \ldots, m\}$,

όπου S^c το συμπλήρωμα του S και για όλες τις κατανομές εισόδου (με ανεξάρτητα X_i).

Γκαουσιανό MAC

1. Το Κανάλι Πολλαπλής Πρόσβασης (Multiple Access Channel - MAC)
   - Εισαγωγή και Ορισμοί
   - Περιοχή χωρητικότητας
   - Παραδείγματα
   - Γενική μορφή περιοχής χωρητικότητας MAC
2. Γκαουσιανό MAC
   - Μοντέλο και περιοχή χωρητικότητας
   - Σύγκριση με CDMA, TDMA και FDMA

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών



- Τη χρονική στιγμή i, ο δέκτης λαμβάνει σήμα $Y_i = X_{1i} + X_{2i} + Z_i$, όπου ο θόρυβος Z είναι i.i.d $\sim \mathcal{N}(0, N)$. Επίσης, ο κάθε πομπός i έχει περιορισμό ισχύος P_i. Οι X_1 και X_2 είναι ανεξάρτητες.

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών (2)

- Για την $I(X_1; Y|X_2)$ μπορούμε να γράψουμε

$$
\begin{aligned}
I(X_1; Y|X_2) &= h(Y|X_2) - h(Y|X_1, X_2) \\
&= h(X_1 + X_2 + Z|X_2) - h(X_1 + X_2 + Z|X_1, X_2) \\
&= h(X_1 + Z|X_2) - h(Z|X_1, X_2) = h(X_1 + Z) - h(Z) \\
&= h(X_1 + Z) - \frac{1}{2}\log(2\pi e)N \\
&\overset{(a)}{\leq} \frac{1}{2}\log(2\pi e)(P_1 + N) - \frac{1}{2}\log(2\pi e)N \\
&= \frac{1}{2}\log\left(1 + \frac{P_1}{N}\right).
\end{aligned}
$$

(a) γιατί;

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών (3)

- Ομοίως, $I(X_2; Y|X_1) \leq \frac{1}{2}\log\left(1 + \frac{P_2}{N}\right)$.
- Η X_1 και η X_2 πρέπει να ακολουθούν γκαουσιανή κατανομή ($\mathcal{N}(0, P_1)$ και $\mathcal{N}(0, P_2)$, αντίστοιχα).

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών – Περιοχή Χωρητικότητας

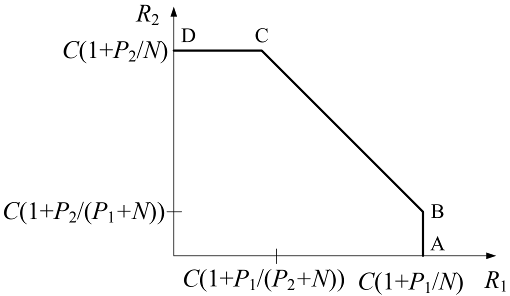
- Ορίζουμε τη χωρητικότητα του καναλιού AWGN με λόγο σήματος προς θόρυβο x ως $C(x) \triangleq \frac{1}{2}\log(1+x)$.
- Η περιοχή χωρητικότητας του γκαουσιανού MAC 2 χρηστών δίνεται από τις σχέσεις

Χωρητικότητα γκαουσιανού MAC 2 χρηστών

$$R_1 \le C\left(\frac{P_1}{N}\right), \; R_2 \le C\left(\frac{P_2}{N}\right) \text{ και } R_1 + R_2 \le C\left(\frac{P_1+P_2}{N}\right)$$

και επιτυγχάνεται με $X_1 \sim \mathcal{N}(0, P_1)$ και $X_2 \sim \mathcal{N}(0, P_2)$.

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών – Περιοχή Χωρητικότητας (2)



- Μπορούμε να επιτύχουμε ρυθμό μετάδοσης έως και $C\left(\frac{P_1+P_2}{N}\right)$, σα να είχαμε, δηλαδή, έναν πομπό που εκπέμπει με ισχύ $P_1 + P_2$.

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών – Σχόλια

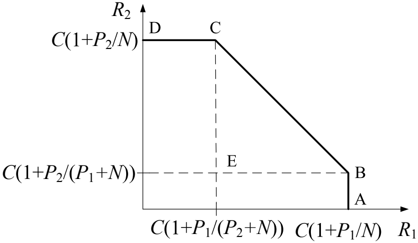
- Θεωρούμε το σημείο B. Ο δέκτης αποκωδικοποιεί πρώτα την πληροφορία του πομπού 2, θεωρώντας τη μετάδοση του πομπού 1 ως θόρυβο: $R_2 = C\left(\frac{P_2}{P_1+N}\right)$.
- Στη συνέχεια, ο δέκτης αφαιρεί από το σήμα Y το αποκωδικοποιημένο σήμα X_2. Επομένως, το μόνο άγνωστο σήμα που απομένει είναι ο θόρυβος, και $R_1 = C\left(\frac{P_1}{N}\right)$.
- Για το σημείο C εφαρμόζεται η αντίθετη διαδικασία. Δηλαδή, αποκωδικοποίηση του X_1 θεωρώντας ότι το X_2 είναι θόρυβος, αφαίρεση του X_1 από το Y και αποκωδικοποίηση του X_2 παρουσία μόνο του θορύβου.
- Η διαδικασία αυτή ονομάζεται διαδοχική αποκωδικοποίηση (successive decoding), διαδοχική απαλοιφή παρεμβολών (successive interference cancellation -- SIC) ή onion peeling.

Γκαουσιανό MAC 2 χρηστών – Σχόλια (2)

- Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, στην ειδική περίπτωση Γκαουσιανού MAC, μια κατανομή είσόδου (το γινόμενο δύο Γκαουσιανών) αρκεί για να επιτύχουμε οποιοδήποτε σημείο της περιοχής χωρητικότητας.
- Ωστόσο, ανάλογα με το σημείο, αλλάζουν οι κωδικές λέξεις που πρέπει να στείλουμε.
- Για παράδειγμα, ένας τρόπος για να μεταδώσουμε με $\max(R, R)$ (στη μέση της ευθείας BC) είναι να μεταδίδουμε το 50% του χρόνου με βιβλίο κωδίκων που επιτυγχάνει το σημείο B και το άλλο 50% με βιβλίο κωδίκων που επιτυγχάνει το σημείο C.
- Επομένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε καλούς κώδικες που έχουν σχεδιαστεί για το κανάλι AWGN ενός χρήστη και στο Γκαουσιανό MAC.

Σύγκριση με CDMA uplink

- Uplink: Μετάδοση πληροφορίας από χρήστες σε σταθμό βάσης. Εμπίπτει στο μοντέλο του MAC (παρόλο που, στη γενική περίπτωση, είναι MAC με διαλείψεις (fading)).
- Στα συμβατικά συστήματα CDMA ο κάθε χρήστης αποκωδικοποιείται θεωρώντας την επικοινωνία των άλλων χρηστών ως παρεμβολή (σημείο E).
- Με χρήση SIC αυξάνεται ο συνολικός ρυθμός μετάδοσης και το πρόβλημα near-far παύει να υφίσταται.



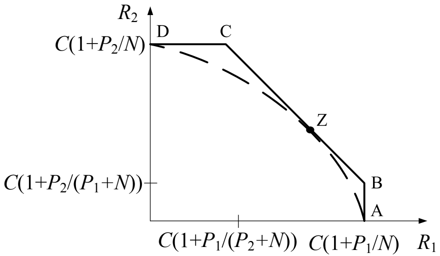
Σύγκριση με FDMA uplink

- Έστω ότι οι δύο χρήστες μοιράζονται το φάσμα. Ο χρήστης 1 χρησιμοποιεί W_1 Hz, ενώ ο χρήστης 2 χρησιμοποιεί W_2 Hz. Το συνολικό φάσμα ισούται με $W_1 + W_2 = W$ Hz.
- Ο κάθε χρήστης εκπέμπει μόνος του στο κανάλι AWGN που του αναλογεί. Επομένως,

$$R_1 = W_1 \log\left(1 + \frac{P_1}{NW_1}\right)$$

$$R_2 = W_2 \log\left(1 + \frac{P_2}{NW_2}\right) = (W - W_1)\log\left(1 + \frac{P_2}{N(W - W_1)}\right)$$

Σύγκριση με FDMA uplink (2)



- Η καμπύλη εφάπτεται με το όριο της περιοχής χωρητικότητας σε ένα μόνο σημείο στο οποίο ισχύει $P_1/W_1 = P_2/W_2$.
- Επομένως, στη γενική περίπτωση, η χρήση FDMA στο MAC είναι υποβέλτιστη (suboptimal).

Σύγκριση με TDMA uplink

- Ο χρήστης 1 μεταδίδει για $\alpha 100$ % του συνολικού χρόνου. Η μέση ισχύς του κατά τη διάρκεια μετάδοσης είναι P_1/α (έτσι ώστε η συνολική του ενέργεια στη μονάδα του χρόνου να ισούται με P_1).
- Ο χρήστης 2 μεταδίδει για $(1-\alpha)100$ % του συνολικού χρόνου. Η μέση ισχύς του κατά τη διάρκεια μετάδοσης είναι $P_2/(1-\alpha)$.
- Επομένως,

$$
\begin{aligned}
R_1 &= \alpha W \log\left(1 + \frac{P_1}{N\alpha W}\right) \\
R_2 &= (1-\alpha) W \log\left(1 + \frac{P_2}{N(1-\alpha)W}\right)
\end{aligned}
$$

- Η ίδια περιοχή, όπως και στην περίπτωση FDMA.

MAC: Σχόλια

- FDMA/TDMA υποβέλτιστες, εκτός εάν $P_i/W_i = c$ για όλους τους χρήστες i.
- CDMA υποβέλτιστη, εκτός εάν ο δέκτης χρησιμοποιεί SIC (onion peeling).
- $\sum_i R_i \leq C\left(\frac{\sum_i P_i}{N}\right)$. Επομένως, για κάθε επιπρόσθετο χρήστη που εμφανίζεται στο κανάλι η συνολική χωρητικότητα αυξάνει!
- Ωστόσο, λόγω της λογαριθμικής σχέσης μεταξύ P και C, η χωρητικότητα ανά χρήστη $\frac{1}{m}C\left(\frac{\sum_i P_i}{N}\right) \to 0$ για αριθμό χρηστών $m \to \infty$.