

ΕΕ725

Ειδικά Θέματα Ψηφιακών Επικοινωνιών

10η διάλεξη

Δημήτρης-Αλέξανδρος Τουμπακάρης

Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών

11 Μαΐου 2010

Αντιστοιχία με βιβλιογραφία

- Proakis & Salehi, Communication Systems Engineering (2nd ed.): 10.1.1–10.1.3.
- Tse & Vishwanath, Fundamentals of Wireless Communication: 2ο κεφάλαιο, 3.1.

Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

- 1 Το ασύρματο (wireless) κανάλι (συνέχεια)
 - Φαινόμενο Doppler
- 2 Στατιστικά Μοντέλα Καναλιού
 - Διάλειψη Rayleigh
 - Άλλα είδη διαλείψεων
- 3 Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι
 - Πιθανότητα σφάλματος σε κανάλια με διαλείψεις

Φαινόμενο Doppler και χρόνος συμφωνίας

- Υποθέτουμε ότι ο πομπός μεταδίδει σήμα $x(t) = \cos(2\pi ft)$. Ο δέκτης λαμβάνει σήμα $y(t) = \alpha \cos(2\pi f(t - t_d))$, όπου t_d η καθυστέρηση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος λόγω πεπερασμένης ταχύτητας του φωτός, c .
- Εάν η απόσταση πομπού-δέκτη ισούται με r , $t_d = \frac{r}{c}$.
- Εάν ο δέκτης απομακρύνεται από τον πομπό με σταθερή ταχύτητα, $r = r_0 + vt \Rightarrow y(t) = \alpha \cos(2\pi f(t - \frac{r_0 + vt}{c})) = \alpha \cos(2\pi f((1 - \frac{v}{c})t - \frac{r_0}{c}))$.
- Επομένως, ο δέκτης βλέπει το προσπίπτον σήμα μετατοπισμένο στη συχνότητα κατά $f_D = -f \frac{v}{c} = -\frac{v}{\lambda}$.
- Γενικά (εάν η κίνηση γίνεται υπό γωνία θ), η μετατόπιση συχνότητας λόγω Doppler ισούται με $f_D \cos(\theta) = \cos(\theta) \frac{v}{\lambda}$.

Φαινόμενο Doppler και χρόνος συμφωνίας (2)

- Κάθε μονοπάτι στα κανάλια πολυδιαδρομικής διάδοσης έχει διαφορετική μετατόπιση Doppler, ανάλογα με την ταχύτητα του πομπού, του δέκτη και των ανακλαστήρων που βρίσκονται στη διαδρομή του. Επίσης, οι ταχύτητες ενδέχεται να μεταβάλλονται.
- Επομένως, οι μετατοπίσεις συχνότητας λόγω Doppler σχηματίζουν μια περιοχή γύρω από τη φέρουσα συχνότητα f_c (Doppler Spread).
- Έστω ένα κανάλι με L taps τη χρονική στιγμή t :

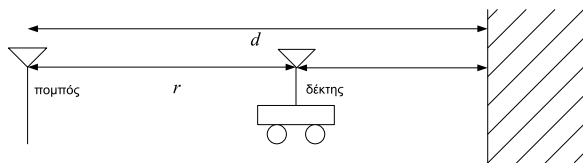
$$h(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l(t) \delta(t - \tau_l(t)).$$

Ορισμός Doppler spread για ένα από τα taps του καναλιού:

$D_s \triangleq \max_{i,j} f_c |\tilde{\tau}'_i(t) - \tilde{\tau}'_j(t)|$ ($\tilde{\tau}'$: ταχύτητες, $\tilde{\tau}_i$: όλα τα μονοπάτια που ενσωματώνουμε στο tap τ_l όταν δειγματοληψούμε το κανάλι).

Ορισμός Χρόνος συμφωνίας (Coherence Time) $T_c \approx \frac{1}{4D_s}$. Είναι ένα μέτρο του πόσο γρήγορα αλλάζει η τιμή του tap $h_l(t)$ στο χρόνο (η αλλαγή οφείλεται σε αλλαγές της φάσης του σήματος λόγω Doppler).

Παράδειγμα (Tse): Τοίχος με ανάκλαση (επιστροφή)



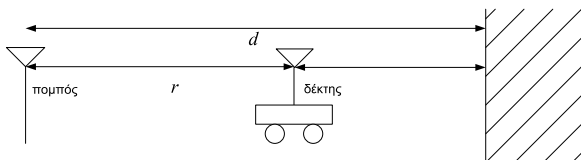
- Ο δέκτης κινείται με σταθερή ταχύτητα v : $r = r_0 + vt$.

- Πεδίο στο δέκτη:

$$E_r(f, t) = \frac{\alpha \cos 2\pi f \left[\left(1 - \frac{v}{c}\right)t - \frac{r_0}{c} \right]}{r_0 + vt} - \frac{\alpha \cos 2\pi f \left[\left(1 + \frac{v}{c}\right)t + \frac{r_0 - 2d}{c} \right]}{2d - r_0 - vt}.$$

- Το απευθείας κύμα υφίσταται μετατόπιση Doppler $D_1 = -\frac{fv}{c}$.
Το ανακλώμενο κύμα υφίσταται μετατόπιση Doppler $D_2 = +\frac{fv}{c}$.
- Διασπορά Doppler: $D_s = D_2 - D_1$.

Παράδειγμα (Tse): Τοίχος με ανάκλαση (επιστροφή)

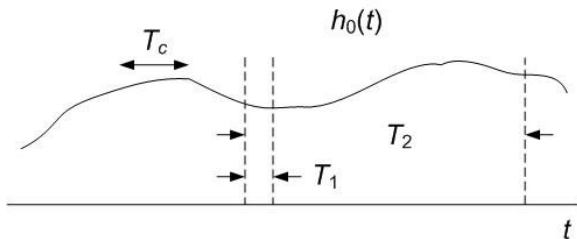


- Με πράξεις, μπορεί ναδειχθεί ότι

$$E_r(f, t) \approx \frac{2\alpha \sin 2\pi f \left[\frac{v}{c} t + \frac{r_0 - d}{c} \right] \sin 2\pi f \left[t - \frac{d}{c} \right]}{r_0 + vt}$$
. Δηλαδή, η περιβάλλουσα της $E_r(f, t)$ μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με συχνότητα $f \frac{v}{c} = \frac{D_s}{2}$ λόγω της κίνησης του δέκτη.

Ταχύτητα διαλείψεων (fast/slow fading)

- Η ταχύτητα διαλείψεων καθορίζεται τόσο από το φαινόμενο Doppler, όσο και από το χρονικό διάστημα που χρησιμοποιούμε το κανάλι.
- Στο σχήμα απεικονίζεται το πλάτος ενός tap. Όταν το κανάλι χρησιμοποιείται για χρονικό διάστημα της τάξης του T_c (π.χ. T_1) η διάλειψη είναι αργή, αλλιώς είναι ταχεία.



Στατιστικά Μοντέλα Καναλιού

- 1 Το ασύρματο (wireless) κανάλι (συνέχεια)
 - Φαινόμενο Doppler
- 2 Στατιστικά Μοντέλα Καναλιού
 - Διάλειψη Rayleigh
 - Άλλα είδη διαλείψεων
- 3 Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι
 - Πιθανότητα σφάλματος σε κανάλια με διαλείψεις

Πίνακας Συσχέτισης Καναλιού

Ορισμός Πίνακας συσχέτισης καναλιού:

$$R_h(\Delta f, \Delta t) = \mathbb{E}\{H(f, t)H^*(f - \Delta f; t - \Delta t)\}.$$

Ορισμός Συνάρτηση συσχέτισης συχνότητας (frequency correlation function):

$p_h(\Delta f) \triangleq R_h(\Delta f, 0)$. Το εύρος ζώνης συμφωνίας (coherence bandwidth) ισούται με το "εύρος" της $p_h(\Delta f)$.

Ορισμός Κατανομή ισχύος στο χρόνο (Delay power profile): $p_h(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{p_h(\Delta f)\}$. Το multipath delay spread ισούται με το "εύρος" της $p_h(\tau)$.

Ορισμός Συνάρτηση χρονικής συσχέτισης (time correlation function):

$p_h(\Delta t) = R_h(0, \Delta t)$. Ποσοτικοποιεί τη μεταβολή του καναλιού στο χρόνο (λόγω κίνησης).

Ορισμός Φάσμα ισχύος Doppler (Doppler power spectrum): $\Phi_h(\nu) = \mathcal{F}\{p_h(\Delta t)\}$. Το doppler delay spread ισούται με το "εύρος" της $\Phi_h(\nu)$, ενώ ο χρόνος συμφωνίας του καναλιού (coherence time) είναι ανάλογος του αντιστρόφου του doppler delay spread, όπως είδαμε.

Στατιστικά Μοντέλα

- Οι παράμετροι που αναφέραμε παραπάνω (αριθμός και κατανομή των taps h_l , multipath spread, coherence time) διαφέρουν ανάλογα με το κανάλι (το οποίο, με τη σειρά του, εξαρτάται από παράγοντες όπως το περιβάλλον, η φέρουσα συχνότητα f_c , το εύρος ζώνης W που χρησιμοποιεί το σύστημα, η ταχύτητα κλπ).
- Για να σχεδιάσουμε συστήματα χρειαζόμαστε στατιστικά μοντέλα που να περιγράφουν τα κανάλια κινητών επικοινωνιών.
- Τα μοντέλα αυτά φτιάχνονται είτε προσπαθώντας να τα ταιριάξουμε με μετρήσεις, είτε θεωρητικά, κάνοντας όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικές παραδοχές.
- Ένα μοντέλο πρέπει να είναι αρκετά λεπτομερές ώστε να περιγράφει καλά το κανάλι, αλλά και αρκετά απλό/γενικό ώστε να καλύπτει όλα τα παρόμοια κανάλια. Γενικά, η μοντελοποίηση καναλιών κινητών τηλεπικοινωνιών δεν είναι μια απλή διαδικασία.

Στατιστικά Μοντέλα (2)

- Είδαμε ότι, εάν η καθυστέρηση όδευσης και η εξασθένηση δε μεταβάλλονται σημαντικά με τη συχνότητα,
$$y(t) \approx \sum_i a_i(t)x(t - \tau_i(t)) + w(t).$$
- Μπορεί να αποδειχθεί (βλ. π.χ. Tse & Vishwanath) ότι αν δειγματοληπήσουμε ανά $\frac{1}{W}$ (και κάνουμε κάποιες υποθέσεις) μπορούμε να γράψουμε $y[m] = \sum_l h_l[m]x[m-l] + w[m]$, όπου
$$h_l[m] = \sum_i a_i\left(\frac{m}{W}\right) e^{-j2\pi f_c \tau_i\left(\frac{m}{W}\right)} \text{sinc}\left[l - \tau_i\left(\frac{m}{W}\right) W\right].$$
- Πολύ συχνά θεωρούμε το κανάλι $y[m] = \sum_l h_l[m]x[m-l] + w[m]$ και μοντελοποιούμε τα taps $h_l[m]$.

Διάλεια Rayleigh

- Θεωρούμε ότι κάθε tap είναι το αποτέλεσμα της συμβολής ενός μεγάλου αριθμού στατιστικώς ανεξάρτητων ανακλώμενων και σκεδαζόμενων μονοπατιών με τυχαίες τιμές πλάτους.
- Θεωρούμε, επίσης, ότι οι φάσεις των μονοπατιών είναι κατανεμημένες ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 2\pi]$ και ότι είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Με αυτές τις παραδοχές, το tap $h_i[m]$ είναι μια κυκλική συμμετρική γκαουσιανή τ.μ. $\mathcal{CN}(0, \sigma_i^2)$.
- Κυκλική συμμετρική (μιγαδική) τ.μ. \mathbf{X} : Όταν η $e^{j\theta} \mathbf{X}$ ακολουθεί την ίδια κατανομή με τη \mathbf{X} για οποιαδήποτε γωνία θ . Αποδεικνύεται ότι $\mathbb{E}[\mathbf{X}] = \mathbf{0}$.

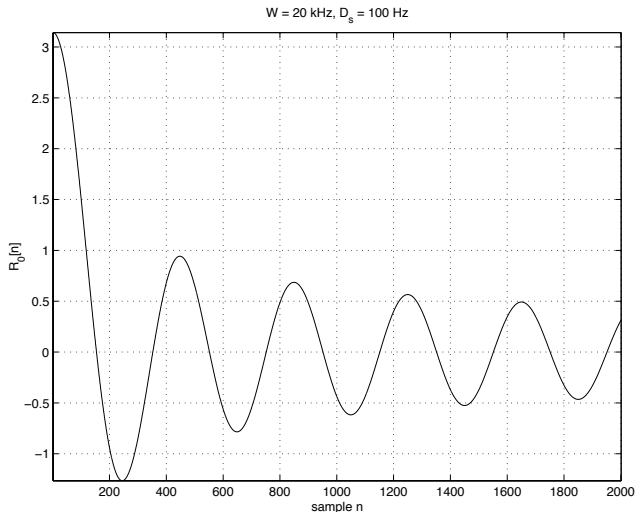
Διάλειαση Rayleigh (2)

- Το πλάτος $|h_l[m]|$ ακολουθεί κατανομή Rayleigh με σ.π.π. $f(x) = \frac{x}{\sigma_l^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_l^2}\right)$.
- Το τετράγωνο του πλάτους $|h_l[m]|^2$ είναι εκθετικά κατανεμημένο. $f(x) = \frac{1}{\sigma_l^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_l^2}\right)$.
- Το μοντέλο Rayleigh είναι εφαρμόσιμο σε περιβάλλοντα όπου υπάρχουν πολλοί μικροί ανακλαστήρες (περιβάλλοντα non-Line of Sight (non-LOS)). Ωστόσο, χρησιμοποιείται συχνά ακόμα και όταν ο αριθμός των ανακλαστήρων/σκεδαστών είναι σχετικά μικρός, λόγω της απλότητάς του.

Μεταβολή των taps στο χρόνο

- Για να περιγράψουμε πλήρως το κανάλι χρειαζόμαστε και την αυτοσυσχέτιση κάθε tap l , $R_l[n] = \mathbb{E}\{h_l^*[m]h_l[m+n]\}$ (θεωρούμε ότι οι $h_l[m]$ είναι WSS και ανεξάρτητες από τις $h_k[m]$).
- Η $R_l[n]$ εξαρτάται από το κανάλι και την ταχύτητα του πομπού/δέκτη/εμποδίων. Εάν έχουμε 1 tap (flat fading) και πολλά προσπίπτοντα μονοπάτια ίσης ενέργειας α^2 με ομοιόμορφη γωνία πρόσπτωσης, $R_0[n] = \alpha^2 \pi J_0(n\pi D_s/W)$, όπου $J_0(\cdot)$ η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, μηδενικής τάξης και $D_s = 2f_c v/c$ η διασπορά Doppler (Clarke's model).

Μεταβολή των t_{rms} στο χρόνο (2)



Μεταβολή των taps στο χρόνο (3)

- Ορισμός** Εναλλακτικός ορισμός multipath spread T_d : $\frac{L}{W}$, όπου L η τιμή για την οποία $\sum_{l=0}^L R_l[0] \approx \sum_{l=0}^{\infty} R_l[0]$, δηλαδή ο αριθμός των taps που περιέχουν σχεδόν όλη την ενέργεια του καναλιού.
- Ορισμός** Εναλλακτικός ορισμός χρόνου συμφωνίας T_c : Η μικρότερη τιμή του n για την οποία το $R_l[n]$ διαφέρει σημαντικά από το $R_l[0]$.

Μοντέλα Rice, Nakagami-m

- Μοντέλο Rice: Για κανάλια στα οποία υπάρχει και ένα μονοπάτι οπτικής επαφής (LOS).
- $h_l[m] = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \sigma_l e^{j\theta} + \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}} \mathcal{CN}(0, \sigma_l^2)$. κ : K-factor: Ο λόγος της ενέργειας του μονοπατιού LOS δια της ενέργειας στα σκεδασμένα μονοπάτια.
- Μοντέλο Nakagami-m: Βασισμένο σε πειραματικά δεδομένα. Μοτελοποιεί κάποια κανάλια με μεγαλύτερη ακρίβεια. Μπορεί να μοτελοποιήσει και κανάλια με "χειρότερες" διαλείψεις από τη Rayleigh.

Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι

- 1 Το ασύρματο (wireless) κανάλι (συνέχεια)
 - Φαινόμενο Doppler
- 2 Στατιστικά Μοντέλα Καναλιού
 - Διάλειψη Rayleigh
 - Άλλα είδη διαλείψεων
- 3 **Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι**
 - Πιθανότητα σφάλματος σε κανάλια με διαλείψεις

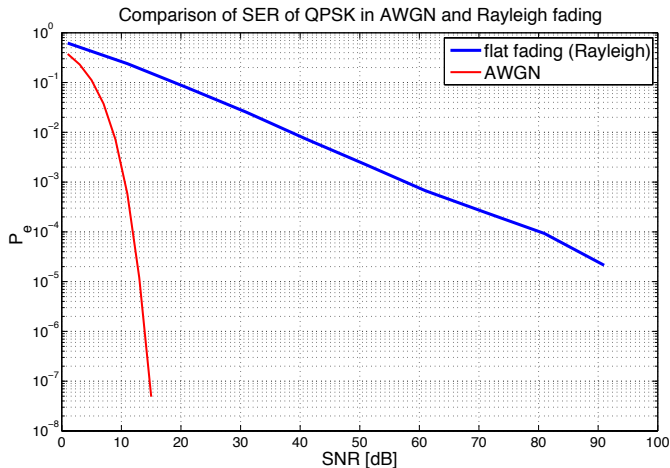
Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι

- Λόγω των διαλείψεων, η μετάδοση δια μέσου ενός καναλιού κινητών επικοινωνιών απαιτεί μεγαλύτερη ισχύ σε σχέση με ένα μη μεταβαλλόμενο κανάλι.
- Αυτό ισχύει ακόμα και στην περίπτωση που γνωρίζουμε το κανάλι σε κάθε χρονική στιγμή.
- Δηλαδή, η μείωση της απόδοσης οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το κανάλι μεταβάλλεται και όχι στη μη τέλεια εκτίμηση καναλιού.
- Φυσικά, η ακριβής εκτίμηση καναλιού συμβάλλει στο να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή απόδοση.

Παράδειγμα: BPSK

- Έστω κανάλι AWGN (και, επομένως, σταθερό SNR. Γνωρίζουμε ότι, για μετάδοση BPSK, $P_e = Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma}\right) = Q\left(\frac{2\sqrt{\mathcal{E}_x}}{2\sigma}\right) = Q(\sqrt{\text{SNR}})$.
- Έστω, τώρα, μετάδοση BPSK σε κανάλι Rayleigh, flat fading με $\mathbb{E}[|h|^2] = 1$. Δηλαδή, $y[m] = h[m]x[m] + z[m]$. Υποθέτουμε ότι ο δέκτης γνωρίζει την ακριβή τιμή όλων των (μιγαδικών) $h[m]$ (σύμφωνη ανίχνευση – coherent detection). Επίσης, στο δέκτη, $\overline{\text{SNR}} \triangleq \mathbb{E}[\text{SNR}]$.
- Προσαρμοσμένο φίλτρο: $h^*[m]$. Επομένως, $r[m] \triangleq \Re\left\{\frac{h^*[m]}{|h[m]|}y[m]\right\} = |h[m]|x[m] + z'[m]$, $z' \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{N}_0/2)$.
- Αποδεικνύεται ότι $P_e = \mathbb{E}_h[P_{e|h}] = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\overline{\text{SNR}}}{2 + \overline{\text{SNR}}}}\right) \approx \frac{1}{2\overline{\text{SNR}}}$.
- Το κανάλι διαλείψεων έχει πολύ χειρότερη απόδοση σε σχέση με το κανάλι AWGN!

Σύγκριση επίδοσης για QPSK



Γιατί η μεγάλη διαφορά απόδοσης;

- Σε ένα κανάλι AWGN η πιθανότητα σφάλματος εξαρτάται μόνο από την πιθανότητα ο γκαουσιανός θόρυβος να υπερβεί την τιμή $d_{\min}/2$.
- Όταν ένα κανάλι με διαλείψεις έχει μεγάλο στιγμιαίο κέρδος, $h[m]$, η πιθανότητα σφάλματος οφείλεται σε εξαιρετικές περιπτώσεις μεγάλου θορύβου δεδομένου ότι η "ουρά" της $Q(\cdot)$ έχει μικρό εμβαδόν.
- Ωστόσο, όταν το κανάλι έχει μικρό στιγμιαίο κέρδος, η d_{\min} είναι ίδιας τάξης μεγέθους με την τυπική απόκλιση του θορύβου, με αποτέλεσμα η $Q(\cdot)$ να παίρνει μεγάλες τιμές.

Γιατί η μεγάλη διαφορά απόδοσης; (2)

- Η πιθανότητα το στιγμιαίο κέρδος του καναλιού να είναι μικρό ώστε $|h[m]|^2 \text{SNR} = 1$ ισούται με $\int_0^{1/\text{SNR}} e^{-x} dx \approx \frac{1}{\text{SNR}}$.
- Επομένως, στα κανάλια διαλείψεων έχουμε 2 φαινόμενα: θόρυβο AWGN και διαλείψεις. Η πιθανότητα μεγάλης διάλειψης (deep fade) καθορίζει, στην ουσία, την πιθανότητα σφάλματος.
- Όσο καλός και να είναι ο δέκτης δεν μπορούμε να κάνουμε τίποτα κατά τη διάρκεια των deep fades! (δεδομένου του καναλιού $y[m] = h[m]x[m] + z[m]$)