

ΕΕ725

Ειδικά Θέματα Ψηφιακών Επικοινωνιών

3η διάλεξη

Δημήτρης-Αλέξανδρος Τουμπακάρης

Τμήμα ΗΜ&ΤΥ, Πανεπιστήμιο Πατρών

2 Μαρτίου 2010

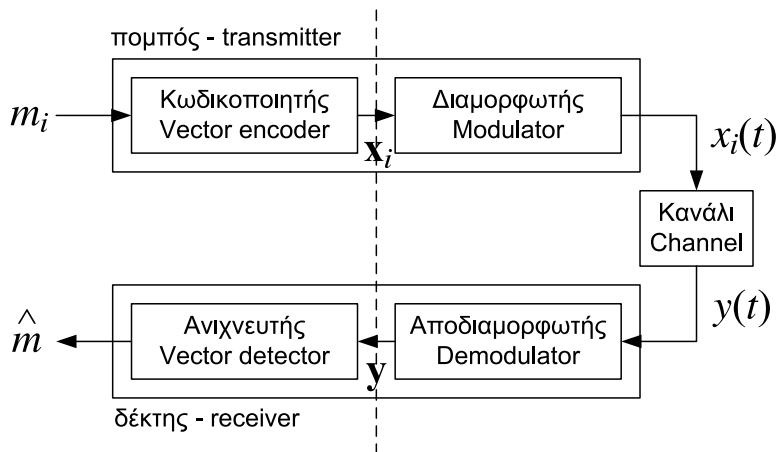
Αντιστοιχία με βιβλιογραφία

- Cioffi: 1.2
- Barry, Lee & Messerschmitt (3rd ed.): 7.3.2
- Proakis & Salehi, Communication Systems Engineering (2nd ed.):
7.1

Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

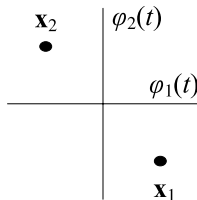
- 1 Διαμόρφωση και αποδιαμόρφωση (συνέχεια)
 - Διαμόρφωση και Αστερισμοί (συνέχεια)
 - Αποδιαμόρφωση και προσαρμοσμένο φίλτρο
- 2 Θόρυβος στις Ψηφιακές Επικοινωνίες
 - Εισαγωγή και Λευκός Θόρυβος
 - Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος (AWGN)
 - Θόρυβος σε συστήματα επικοινωνιών
- 3 Αποδιαμόρφωση και αποκωδικοποίηση παρουσία θορύβου
 - Μεγιστοποίηση SNR στο δέκτη

Ψηφιακή Μετάδοση



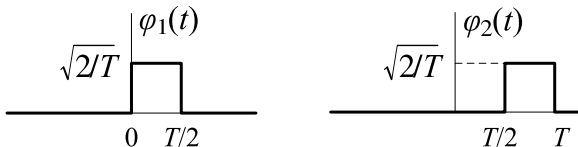
Παράδειγμα Αστερισμού: Μετάδοση BPSK

- $\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$, $\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{4}\right)$ στο διάστημα $0 \leq t \leq T$ και $\phi_1(t) = \phi_2(t) = 0$ εκτός του διαστήματος.
 - Οι συναρτήσεις βάσης είναι ορθογώνιες μεταξύ τους και το μέτρο τους ισούται με 1 \rightarrow ορθοκανονική βάση υπόχωρου διάστασης $N = 2$.
 - Χρησιμοποιούμε δύο σύμβολα: $x_1(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) = -\frac{2}{\sqrt{T}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ και $x_2(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t) = \frac{2}{\sqrt{T}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$
(Υπενθύμιση: $\cos(A) - \cos(B) = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{B-A}{2}\right)$).
 - Επομένως, $M = 2$, $\mathbf{x}_1 = [1 \ -1]^T$ και $\mathbf{x}_2 = [-1 \ 1]^T$.



Παράδειγμα Αστερισμού: Διαμόρφωση Manchester

- Ας θεωρήσουμε τώρα ένα άλλο σύστημα το οποίο χρησιμοποιεί διαμόρφωση Manchester.



- Υποθέτουμε και πάλι ότι χρησιμοποιούμε $x_1(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t)$ και $x_2(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t)$. Άρα, και σε αυτήν την περίπτωση, $M = 2$, $\mathbf{x}_1 = [1 \ -1]^T$ και $\mathbf{x}_2 = [-1 \ 1]^T$.
- Παρόλο που οι κυματομορφές είναι διαφορετικές, η αναπαράστασή τους στον Ευκλείδειο χώρο είναι η ίδια!
- Εναλλακτικά, μπορούμε να αναπαραστήσουμε τις $x_1(t)$ και $x_2(t)$ τόσο στην περίπτωση BPSK όσο και στη Manchester με χρήση μίας μόνο συνάρτησης βάσης (πώς;)

Μέση ενέργεια/μέση ισχύς αστερισμού

- Μέση ενέργεια αστερισμού $\mathcal{E}_x \triangleq \mathbb{E}[\|x\|^2] = \sum_{m=0}^{M-1} \|x_m\|^2 p_x(m)$, όπου $\|x_m\|$ είναι το Ευκλείδειο μέτρο του συμβόλου m του αστερισμού.
- Στη συνέχεια του μαθήματος, $\|\cdot\|$ υπονοεί $\|\cdot\|_2$.
- Εάν ο ρυθμός μετάδοσης ισούται με $\frac{1}{T}$ symbols/s, η μέση ισχύς του αστερισμού ισούται με $P_x \triangleq \frac{\mathcal{E}_x}{T}$.
- Δύο αντικρουόμενοι στόχοι: Για να ελαχιστοποιήσουμε την απαιτούμενη μέση ενέργεια/ισχύ μετάδοσης επιθυμούμε μικρή απόσταση μεταξύ των συμβόλων ενός αστερισμού. Από την άλλη, όπως θα δούμε, όσο μικραίνει η απόσταση αυξάνεται η πιθανότητα σφάλματος στο δέκτη λόγω θορύβου.

Διατήρηση ενέργειας (Θεώρημα Parseval)

- Έστω $u(t) = \sum_{n=1}^N u_n \phi_n(t) \leftrightarrow \mathbf{u} \triangleq [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N]^T$ και $v(t) = \sum_{n=1}^N v_n \phi_n(t) \leftrightarrow \mathbf{v} \triangleq [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N]^T$. Μπορεί να αποδειχθεί ότι

$$\langle u, v \rangle = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle.$$

Επομένως, για να υπολογίσουμε το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ των $u(t)$ και $v(t)$ που ανήκουν σε υπόχωρο του \mathcal{L}_2 διάστασης $\leq N$ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αναπαράστασή τους ως διανύσματα στον Ευκλείδειο χώρο \mathbb{R}^N .

- Προσοχή: το εσωτερικό γινόμενο αριστερά είναι εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων του \mathcal{L}_2 , ενώ το εσωτερικό γινόμενο δεξιά είναι διανυσμάτων στον Ευκλείδειο χώρο – αλλάξαμε λίγο το συμβολισμό σε σχέση με τις πρώτες σελίδες των διαφανειών.

Θεώρημα Parseval (συνέχεια)

- Συνεπώς, εάν $u(t) = v(t)$, μπορούμε να γράψουμε

$$\mathbb{E} \left[\int_{-\infty}^{\infty} |u(\tau)|^2 d\tau \right] = \mathbb{E}[\langle u, u \rangle] = E[\langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle] = \mathcal{E}_x.$$

- Επομένως, η μέση ενέργεια ενός αστερισμού δεν εξαρτάται από την επιλογή των συναρτήσεων βάσης, αρκεί αυτές να είναι ορθοκανονικές.
- Εδώ χρησιμοποιούμε το Θεώρημα του Parseval για την ειδική περίπτωση μετασχηματισμού από υπόχωρο του \mathcal{L}_2 στον \mathbb{R}^N .
- Το Θεώρημα του Parseval ισχύει γενικά για οποιοδήποτε ορθογώνιο μετασχηματισμό (π.χ. μετασχηματισμός Fourier).

Αποδιαμόρφωση - Το προσαρμοσμένο φίλτρο (Matched Filter)

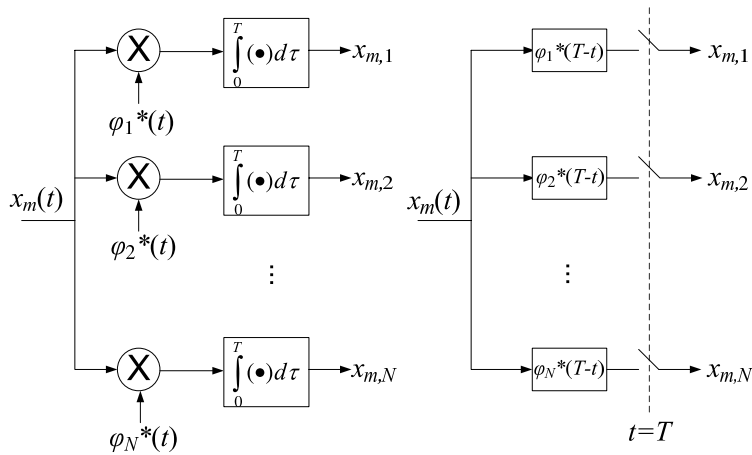
- Έστω ότι ο πομπός μεταδίδει μια κυματομορφή $x_m(t)$ η οποία ανήκει σε υπόχωρο του $\mathcal{L}_2[0, T]$ διάστασης N . Οι συνιστώσες $x_{m,n}$ του συμβόλου (διανύσματος) \mathbf{x}_m μπορούν να βρεθούν με χρήση της σχέσης

$$\begin{aligned}
 x_{m,n} = \langle \mathbf{x}_m, \phi_n \rangle &= \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(\tau) d\tau \\
 &= \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(-t + \tau + T) d\tau \Big|_{t=T} = \\
 &= x_m(t) * \phi_n^*(T - t) \Big|_{t=T}.
 \end{aligned}$$

Το προσαρμοσμένο φίλτρο (2)

- $x_{m,n} = \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(\tau) d\tau = x_m(t) * \phi_n^*(T-t)|_{t=T}$, για κάθε μήνυμα m και διάσταση n .
- Επομένως, (αγνοώντας, προς το παρόν, το θόρυβο) ο δέκτης μπορεί να μετατρέψει τη ληφθείσα κυματομορφή σε δάνυσμα είτε με χρήση πολλαπλασιασμού και ολοκλήρωσης (correlative demodulation), είτε με χρήση προσαρμοσμένων φίλτρων (matched filters) $\phi_m^*(T-t)$ και δειγματοληψία ανά T s.
- Σε επίπεδο υλοποίησης, ενδέχεται να μην υπάρχει καμία διαφορά μεταξύ του αποδιαμορφωτή συσχέτισης και του αποδιαμορφωτή προσαρμοσμένου φίλτρου.
- Τα φίλτρα είναι προσαρμοσμένα στις συναρτήσεις βάσης στις οποίες μπορούν να αναλυθούν τα εκπεμπόμενα σήματα (και τις οποίες χρησιμοποιεί ο διαμορφωτής).

Αποδιαμόρφωση (2)



συσχετιστικός αποδιαμορφωτής

αποδιαμορφωτής προσαρμοσμένων φίλτρων

Το προσαρμοσμένο φίλτρο (3)

- Επιστρέφοντας στο προσαρμοσμένο φίλτρο, παρατηρούμε ότι, αντί για

$$\int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(\tau) d\tau$$

$$= \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(-t + \tau + T) d\tau \Big|_{t=T} = x_m(t) * \phi_n^*(T - t) \Big|_{t=T},$$

θα μπορούσαμε να είχαμε γράψει

$$\int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(\tau) d\tau$$

$$= \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(-t + \tau + T_0) d\tau \Big|_{t=T_0} = x_m(t) * \phi_n^*(T_0 - t) \Big|_{t=T_0},$$

αν, βέβαια, επιτρέπεται οι $\phi^*(t)$ να εκτείνονται και εκτός του διαστήματος $[0, T]$.

Το προσαρμοσμένο φίλτρο (4)

- Στην πράξη, δεν υπάρχει καμία διαφορά. Στην πρώτη περίπτωση έχουμε ένα φίλτρο που αποκρίνεται άμεσα στη διέγερση ($x(t)$) στην είσοδό του (αν υποθέσουμε ότι η $\phi_n(t)$ είναι μη μηδενική τη χρονική στιγμή T), ενώ στη δεύτερη περίπτωση το φίλτρο αποκρίνεται μετά από $T_0 - T$ s (ή $T - T_0$ s ενωρίτερα).
- Χωρίς βλάβη της γενικότητας, από εδώ και στο εξής θα θεωρούμε σήματα που εκτείνονται από το $-\infty$ στο $+\infty$ (όχι, πλέον, μέσα στο $[0, T]$) και θα ορίζουμε το *προσαρμοσμένο φίλτρο που αντιστοιχεί στο σήμα $\phi_n(t)$* ως το φίλτρο με κρουστική απόκριση

$$\phi_n^*(-t).$$

Το προσαρμοσμένο φίλτρο (5)

- Είδαμε ότι ένας τρόπος να υπολογίσουμε το εσωτερικό γινόμενο $\langle x, \phi_n \rangle$ είναι εφαρμόζοντας είσοδο $x(t)$ στο προσαρμοσμένο φίλτρο $\phi_n^*(-t)$ και παρατηρώντας την έξοδό του τη χρονική στιγμή 0.
- Με τον ίδιο τρόπο, μπορούμε να δείξουμε εύκολα ότι το εσωτερικό γινόμενο $\langle x, \phi_{n,t_0} \rangle$, όπου $\phi_{n,t_0}(t) = \phi_n(t - t_0)$, ισούται με την έξοδο του ίδιου προσαρμοσμένου φίλτρου $\phi_n^*(-t)$ τη χρονική στιγμή t_0 .
- Συνεπώς, αν οι συναρτήσεις βάσης, $\phi_n(t)$, μπορούν να γραφούν ως μετατοπίσεις στο χρόνο μιας συνάρτησης $\phi(t)$ (για παράδειγμα, αν $\phi_n(t) = \phi(t - nT_s)$) μπορούμε να υπολογίζουμε τα εσωτερικά γινόμενά τους με το σήμα $x(t)$ με απλή παρατήρηση της εξόδου του προσαρμοσμένου φίλτρου τις κατάλληλες χρονικές στιγμές.
- Θα δούμε ότι αυτό διευκολύνει σημαντικά την υλοποίηση του αποδιαμορφωτή.

Θόρυβος στις Ψηφιακές Επικοινωνίες

- 1 Διαμόρφωση και αποδιαμόρφωση (συνέχεια)
 - Διαμόρφωση και Αστερισμοί (συνέχεια)
 - Αποδιαμόρφωση και προσαρμοσμένο φίλτρο
- 2 Θόρυβος στις Ψηφιακές Επικοινωνίες
 - Εισαγωγή και Λευκός Θόρυβος
 - Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος (AWGN)
 - Θόρυβος σε συστήματα επικοινωνιών
- 3 Αποδιαμόρφωση και αποκωδικοποίηση παρουσία θορύβου
 - Μεγιστοποίηση SNR στο δέκτη

Θόρυβος

- Ο θόρυβος είναι ένα άγνωστο σήμα.
- Μπορεί να οφείλεται σε φυσικά φαινόμενα (π.χ. θερμικός θόρυβος, ηλεκτρικές εκκενώσεις), στον ανθρώπινο παράγοντα (π.χ. κινητήρες, παρεμβολές στις ραδιοσυχνότητες) ή στα συστήματα επικοινωνιών (διαφωνία, θόρυβος κβαντισμού).
- Κατηγορίες θορύβου
 - Ανάλογα με το πώς υπερτίθεται στο σήμα: Αθροιστικός / Πολλαπλασιαστικός / Θόρυβος φάσης.
 - Ανάλογα με τη στατιστική του κατανομή: στάσιμος, μη στάσιμος, κρουστικός (impulse/burst).
- Το ποσό της πληροφορίας που μπορούμε να μεταδώσουμε εξαρτάται (και) από το θόρυβο.

Λευκός Θόρυβος (White Noise)

- Ας περιοριστούμε, προς το παρόν, στην κατηγορία του WSS προσθετικού θορύβου.
- Παρόλο που δε γνωρίζουμε τις ακριβείς τιμές του θορύβου, ενδέχεται να γνωρίζουμε κάποιες ιδιότητές του (π.χ. μέση τιμή και αυτοσυσχέτιση).
- Έστω η στοχαστική ανέλιξη WSS διακριτού χρόνου $\{n_k\}$ με $m = 0$ και $K_{NN}(l) = \frac{N_0}{2} \delta_l$ (δέλτα του Kronecker).
 - Η $\{n_k\}$ εξελίσσεται όσο πιο τυχαία γίνεται στο χρόνο k (γιατί;)
 - Η PSD είναι επίπεδη. Διαισθητικά, η $\{n_k\}$ μπορεί να μεταβληθεί εξίσου πιθανά με οποιαδήποτε 'ταχύτητα'.
- Μια στοχαστική ανέλιξη με μηδενική μέση τιμή και αυτοδιασπορά (ή αυτοσυσχέτιση) $K_{XX}(t_1, t_2) = K\delta(t_1 - t_2)$ ονομάζεται λευκή (σε αναλογία με το λευκό φως το οποίο περιέχει όλες τις συχνότητες του ορατού φάσματος).

Λευκός Θόρυβος (White Noise) (2)

- Όπως έχουμε αναφέρει, μηδενική αυτοδιασπορά δε συνεπάγεται και ανεξαρτησία.
- Όταν οποιαδήποτε δύο δείγματα στοχαστικής ανέλιξης είναι ανεξάρτητα, η ανέλιξη ονομάζεται *αυστηρώς λευκή*.
- Όπως θα δούμε στα επόμενα, ο Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος (AWGN noise) είναι αυστηρώς λευκός.

Λευκός Θόρυβος (White Noise) (3)

- Έστω, τώρα, η στοχαστική ανέλιξη WSS συνεχούς χρόνου $\{n(t)\}$ με $m = 0$ και $K_{XX}(\tau) = \frac{N_0}{2}\delta(\tau)$.
- Στη φύση είναι αδύνατο να υπάρχει τέτοιο σήμα (συνεχής λευκός θόρυβος) (γιατί;)
- Ας υποθέσουμε, όμως, ότι η $\{n(t)\}$ έχει επίπεδη PSD στις συχνότητες που μας ενδιαφέρουν. Εάν γίνει δειγματοληψία σε αυτές τις συχνότητες (μετά, βέβαια, από κατάλληλο βαθυπερατό φίλτρο), η διακριτή στοχαστική ανέλιξη $\{n_k\}$ που προκύπτει έχει επίπεδη PSD. Άρα, στο ψηφιακό πεδίο η $\{n_k\}$ είναι λευκή.

Θερμικός θόρυβος (Johnson)

- Οφείλεται στη θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων. Εμφανίζεται σε οποιοδήποτε σύστημα λειτουργεί σε μη μηδενική θερμοκρασία. Η (μονόπλευρη) PSD του θερμικού θορύβου ισούται με

$$S(f) = \frac{hf}{e^{\frac{hf}{kT_n}} - 1},$$

όπου h η σταθερά του Planck, k η σταθερά του Boltzmann ($= 1.38 \cdot 10^{-23}$ Joules ανά βαθμό Kelvin) και T_n η θερμοκρασία σε βαθμούς Kelvin.

- Η (μονόπλευρη) PSD για συχνότητες έως και τα 300, περίπου, GHz ισούται με kT_n (επίπεδη). Επομένως, στο ψηφιακό πεδίο, και εφόσον η δειγματοληψία γίνεται κάτω από τα 300 GHz, ο θερμικός θόρυβος μπορεί να θεωρηθεί λευκός με πολύ καλή προσέγγιση.
- Στην ουσία, ο θερμικός θόρυβος μεταβάλλεται εξίσου πιθανά στην περιοχή 'ταχυτήτων' έως και 300 GHz. Για τα ψηφιακά συστήματα τα οποία λειτουργούν κάτω από τα 300 GHz ο θόρυβος μεταβάλλεται εξίσου πιθανά σε όλες τις χρησιμοποιούμενες συχνότητες.

Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος (AWGN)

- Το γεγονός ότι η αυτοσυσχέτιση του λευκού θορύβου ισούται με $\frac{N_0}{2} \delta(t)$ δε δίνει καμία πληροφορία για την κατανομή των τιμών του. Για παράδειγμα, μια λευκή στοχαστική ανέλιξη ενδέχεται να παίρνει τιμές μόνο 0 και 1 (Bernoulli).
- Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος: Λευκός θόρυβος τα δείγματα του οποίου είναι ανεξάρτητες ομοίως κατανομημένες (i.i.d.) γκαουσιανές μεταβλητές.

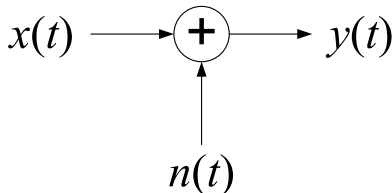
Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος (AWGN)

(συνέχεια)

- Ο AWGN είναι το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο μοντέλο θορύβου. Ο λόγος είναι ότι μοντελοποιεί πολύ καλά ένα μεγάλο ποσοστό κυματομορφών θορύβου που εμφανίζεται στις Ψηφιακές Επικοινωνίες.
 - Λευκότητα: Αποτέλεσμα της τυχαιότητας της κίνησης των ηλεκτρονίων.
 - Γκαουσιανός: Δικαιολογείται από το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα: Ο συνολικός θόρυβος είναι αποτέλεσμα της αθροιστικής συμβολής ενός πολύ μεγάλου αριθμού (i.i.d.) πηγών θορύβου.
 - Ο θερμικός θόρυβος μοντελοποιείται ως AWGN.
- Έγχρωμος (colored) Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος: Η PSD δεν είναι επίπεδη. Μοντελοποιεί θόρυβο λόγω διαφωνίας (crosstalk) ή λόγω φίλτρων.
- Για άλλα είδη θορύβου (π.χ. violet noise) και ηχητικά δείγματα πατήστε [εδώ](#).

Θερμικός θόρυβος σε μικροκυματικά συστήματα

- Στα μικροκυματικά συστήματα διακρίνουμε δύο πηγές θορύβου: την κεραία και τα εσωτερικά κυκλώματα του δέκτη.
 - Ο θόρυβος λόγω της κεραίας εξαρτάται από το φυσικό περιβάλλον και από τον προσανατολισμό της κεραίας.
 - Ο θόρυβος λόγω των κυκλωμάτων του δέκτη εξαρτάται από τη σχεδίασή τους (και τα υλικά που χρησιμοποιούν).
- Συνήθως ο συνολικός θερμικός θόρυβος του δέκτη ανάγεται στην είσοδό του, όπως φαίνεται στο σχήμα (όπου δεν εμφανίζεται η επίδραση του καναλιού).



Σημείωση σχετικά με τις Οπτικές Επικοινωνίες

Στις οπτικές συχνότητες ο θερμικός θόρυβος είναι αμελητέος. Επομένως, σε συστήματα οπτικών επικοινωνιών ο θερμικός θόρυβος εμφανίζεται κυρίως σε μεταγενέστερα στάδια επεξεργασίας στο δέκτη όπου το σήμα έχει μεταφερθεί σε χαμηλότερες συχνότητες (για παράδειγμα στο στάδιο προενίσχυσης του σήματος στην έξοδο του φωτοανιχνευτή).

Τα οπτικά συστήματα υπόκεινται, επιπλέον, σε πολλαπλασιαστικό θόρυβο βολής. Στο μάθημα δε θα ασχοληθούμε αναλυτικά με οπτικά συστήματα. Παρόλο που η σχεδίαση οπτικών συστημάτων διαφέρει από αυτή των μικροκυματικών και βαθυπερατών συστημάτων (εν μέρει λόγω του διαφορετικού θορύβου) υπάρχουν κάποιες βασικές αρχές οι οποίες διέπουν όλα τα συστήματα επικοινωνιών. Επομένως, κάποια από τα θέματα που θα καλύψουμε εφαρμόζονται και σε οπτικά συστήματα (ιδιαίτερα στο κομμάτι μετά το φωτοανιχνευτή).

Σημείωση σχετικά με τα Μαγνητικά Κανάλια

Τα μαγνητικά συστήματα υπόκεινται σε προσθετικό και σε πολλαπλασιαστικό θόρυβο, καθώς και σε θόρυβο χρονισμού (jitter). Ο προσθετικός θόρυβος οφείλεται στην επίδραση των μαγνητικών διπόλων στην κεφαλή ανάγνωσης/εγγραφής. Ο πολλαπλασιαστικός θόρυβος οφείλεται σε ανομοιογένειες της πυκνότητας του υλικού οι οποίες προκαλούν μεταβολή του πλάτους του σήματος. Τέλος, ο θόρυβος χρονισμού προκαλείται από τη μεταβολή της απόστασης μεταξύ της κεφαλής και της επιφάνειας εγγραφής. Επιπρόσθετα, στα μαγνητικά συστήματα εμφανίζεται διαφωνία (crosstalk) λόγω παρεμβολών από γειτονικά κανάλια.

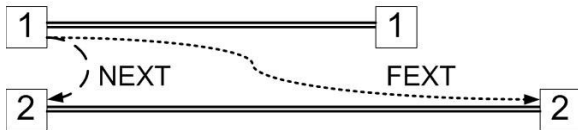
Όπως και στην περίπτωση οπτικών συστημάτων, δε θα ασχοληθούμε με τα μαγνητικά κανάλια. Ωστόσο, πολλές από τις αρχές και τις τεχνικές σχεδίασης ψηφιακών συστημάτων εφαρμόζονται και σε αυτά τα συστήματα.

Θόρυβος σε τηλεφωνικά κανάλια

- Επιπλέον του θερμικού θορύβου, άλλες πηγές θορύβου σε τηλεφωνικά κανάλια είναι:
 - Θόρυβος από γειτονικά κανάλια λόγω διαφωνίας (crosstalk)
 - Θόρυβος λόγω κβαντισμού (quantization noise)
 - Κρουστικός θόρυβος (impulse noise)
 - Θόρυβος λόγω παρεμβολών σε ραδιοσυχνότητες (Radio Frequency Ingress - RFI)

Διαφωνία (Crosstalk)

- Οφείλεται σε παρεμβολές από γειτονικά κανάλια. Αποτελεί πρόβλημα σε συνεστραμμένα ζεύγη (twisted pairs) χαλκού τα οποία ανήκουν σε ομάδες καλωδίων (binders).
- Προκειμένου να μειωθεί η επίδραση της διαφωνίας, πολλές φορές χρησιμοποιείται διαφορική μετάδοση (π.χ. DSL), δηλαδή το μεταδιδόμενο σήμα ισούται με τη διαφορά τάσης μεταξύ δύο γραμμών.
- Διακρίνεται σε παραδιαφωνία (Near-End Crosstalk -- NEXT) και τηλεδιαφωνία (Far-End Crosstalk -- FEXT).



- Τα στατιστικά της διαφωνίας εξαρτώνται από τη διαμόρφωση που χρησιμοποιούν οι γραμμές που παρεμβάλλονται στο υπό εξέταση κανάλι και στην απόστασή τους από αυτό.

Διαφωνία (2)

- Σε πολλές περιπτώσεις, η παραδιαφωνία μοντελοποιείται με αρκετή ακρίβεια από τη σχέση

$$S_{NEXT}(j\omega) = K_{NEXT} |\omega|^{1.5} S_{interf}(j\omega),$$

όπου $S_{interf}(j\omega)$ η PSD του σήματος από το οποίο προέρχεται η παρεμβολή. Ο συντελεστής K_{NEXT} εξαρτάται από το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται το κανάλι (π.χ. δομή του binder). Παρατηρούμε ότι η παραδιαφωνία αποτελεί μεγαλύτερο πρόβλημα στις υψηλές συχνότητες.

- Αντίστοιχα, η τηλεδιαφωνία μοντελοποιείται από τη σχέση

$$S_{FEXT}(j\omega) = K_{FEXT} \cdot d \cdot |\omega|^2 |H(j\omega)|^2 S_{interf}(j\omega).$$

d είναι το μήκος της γραμμής. Σε κανάλια συνεστραμμένων ζευγών ο θόρυβος λόγω τηλεδιαφωνίας αρχικά αυξάνει με τη συχνότητα, αλλά στη συνέχεια μειώνεται λόγω του πολλαπλασιασμού με την $|H(j\omega)|^2$ η οποία είναι φθίνουσα (στα συνεστραμμένα ζεύγη η απόσβεση αυξάνεται με τη συχνότητα).

Θόρυβος λόγω κβαντισμού (Quantization noise)

- Για να μεταδώσουμε ένα αναλογικό σήμα (π.χ. φωνή) με χρήση ενός ψηφιακού συστήματος αναγκαστικά πρέπει να περιορίσουμε (να κβαντίσουμε) τις πιθανές τιμές του σήματος.
- Ο κβαντισμός παραμορφώνει το σήμα.
- Μερικές φορές, και για ορισμένες περιοχές λόγου ισχύος σήματος προς θόρυβο (SNR), η παραμόρφωση λόγω κβαντισμού μοντελοποιείται ικανοποιητικά ως προσθετικός θόρυβος κβαντισμού και η απόδοση του συστήματος εξετάζεται με χρήση του λόγου σήματος ως προς θόρυβο κβαντισμού (SQNR).
- Τα χαρακτηριστικά του θορύβου κβαντισμού διαφέρουν από το θερμικό θόρυβο. Για περισσότερες λεπτομέρειες δείτε π.χ. Lee & Messerschmitt 2nd ed. Ch. 5.

Κρουστικός Θόρυβος (Impulse/Burst Noise)

- Εμφανίζεται με τη μορφή ξαφνικών και σύντομων κυματομορφών με μεγάλη, πολλές φορές, ενέργεια.
- Οφείλεται σε φυσικά φαινόμενα (π.χ. κεραυνοί), σε ανθρώπινη δραστηριότητα (π.χ. κινητήρες, άνοιγμα διακοπών), στο τηλεφωνικό δίκτυο (π.χ. μηχανικοί διακόπτες).
- Είναι μη στάσιμος και δε μοντελοποιείται εύκολα. Έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα (π.χ. παλμός Cook), αλλά κανένα μοντέλο λογικής πολυπλοκότητας δεν περιγράφει με ακρίβεια την επίδρασή του κρουστικού θορύβου στα κανάλια.
- Στα συστήματα DSL αντιμετωπίζεται με χρήση κωδίκων διόρθωσης σφάλματος (Error-Correcting Codes).

Θόρυβος φάσης/χρονισμού

- Δεν είναι προσθετικός.
- Είναι μια άγνωστη διαταραχή του χρονισμού του σήματος (timing jitter) ή της φάσης του (phase jitter).
- Μια από τις αιτίες του jitter είναι το μη τέλει ρολόι που χρησιμοποιεί ο δέκτης για αποδιαμόρφωση και για δειγματοληψία.
- Αντιμετωπίζεται με χρήση κυκλωμάτων στο δέκτη (π.χ. Phase-Locked Loops (PLLs) σε συνδυασμό με φίλτρα). Η αντιμετώπισή του είναι πιο εύκολη όταν έχει σχετικά μικρό εύρος ζώνης (δηλαδή όταν διαδοχικές τιμές του jitter είναι συσχετισμένες).

Επίδραση καναλιού στο μεταδιδόμενο σήμα

Το μεταδιδόμενο σήμα δέχεται τόσο την επίδραση του θορύβου όσο και την επίδραση του καναλιού. Η τιμή του θορύβου είναι άγνωστη. Αντίθετα, σε μερικές περιπτώσεις (όχι, όμως, πάντα) ο τρόπος που επιδρά το κανάλι στο σήμα ενδέχεται να περιγράφεται με ακρίβεια από κάποιο μοντέλο.

Παραθέτουμε, χωρίς να τους αναλύσουμε, μερικούς από τους τρόπους με τους οποίους επιδρά το κανάλι στο μεταδιδόμενο σήμα. Θα επανέλθουμε σε κάποιους από αυτούς σε επόμενα μαθήματα.

- Απόσβεση
- Καθυστέρηση
- Παραμόρφωση (πλάτους/φάσης)
- Απόκλιση φάσης/συχνότητας (phase/frequency offset), φαινόμενο doppler
- Διαλείψεις (fading), σκίαση (shadowing)
- Διασυμβολική παρεμβολή (Inter-Symbol Interference – ISI)
- Ηχώ

Αποδιαμόρφωση και αποκωδικοποίηση παρουσία θορύβου

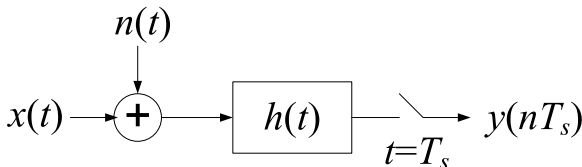
- 1 Διαμόρφωση και αποδιαμόρφωση (συνέχεια)
 - Διαμόρφωση και Αστερισμοί (συνέχεια)
 - Αποδιαμόρφωση και προσαρμοσμένο φίλτρο
- 2 Θόρυβος στις Ψηφιακές Επικοινωνίες
 - Εισαγωγή και Λευκός Θόρυβος
 - Λευκός Προσθετικός Γκαουσιανός Θόρυβος (AWGN)
 - Θόρυβος σε συστήματα επικοινωνιών
- 3 Αποδιαμόρφωση και αποκωδικοποίηση παρουσία θορύβου
 - Μεγιστοποίηση SNR στο δέκτη

Λόγος Σήματος προς Θόρυβο στο Δέκτη (Receiver SNR)

- SNR στην έξοδο του δέκτη (τόσο για διακριτές όσο και για συνεχείς στοχαστικές ανελίξεις):

$$\text{SNR} = \frac{\text{μέση ενέργεια διαμορφωμένου σήματος}}{\text{μέση τετραγωνική τιμή θορύβου}}$$

- Στο δέκτη του σήματος θέλουμε να βρούμε το φίλτρο $h(t)$ που μεγιστοποιεί τον SNR στην έξοδο τη χρονική στιγμή T_s κατά την οποία γίνεται η δειγματοληψία. Ο θόρυβος είναι AWGN.
- Εδώ θεωρούμε νομοτελειακό $x(t)$ (θα γενικεύσουμε αργότερα).



Μεγιστοποίηση SNR του δέκτη από το προσαρμοσμένο φίλτρο

- Ενέργεια σήματος τη χρονική στιγμή T_s :

$$\begin{aligned} |y(T_s)|^2 &= |x(t) * h(t)|_{t=T_s}|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t - \tau)d\tau \Big|_{t=T_s} \right|^2 \\ &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(T_s - \tau)d\tau \right|^2 = |\langle x(t), h^*(T_s - t) \rangle|^2 \end{aligned}$$

- Μέση ενέργεια θορύβου στην έξοδο του $h(t)$:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[|\tilde{n}(T_s)|^2] &= \mathbb{E} \left[\int_{-\infty}^{\infty} n(\tau)h(T_s - \tau)d\tau \int_{-\infty}^{\infty} n^*(\tau')h^*(T_s - \tau')d\tau' \right] \\ &= \mathbb{E} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathcal{N}_0}{2} \delta(\tau - \tau')h(T_s - \tau)h^*(T_s - \tau')d\tau d\tau' \right] \\ &= \frac{\mathcal{N}_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |h(T_s - \tau)|^2 d\tau = \frac{\mathcal{N}_0}{2} \langle h(t), h(t) \rangle = \frac{\mathcal{N}_0}{2} \|\mathbf{h}\|^2. \end{aligned}$$

Μεγιστοποίηση SNR του δέκτη από το προσαρμοσμένο φίλτρο (2)

- Επομένως, $SNR = \frac{2}{N_0} \frac{|\langle x(t), h^*(T_s - t) \rangle|^2}{\|\mathbf{h}\|^2}$.
- Από την ανισότητα Cauchy-Schwarz, $|\langle x(t), h^*(T_s - t) \rangle|^2 \leq \|\mathbf{x}\|^2 \|\mathbf{h}\|^2$,
με \equiv όταν $x(t) = kh^*(T_s - t)$ ή, ισοδύναμα, $h(t) = Kx^*(t - T_s)$.
(γιατί $\langle h(T_s - t), h(T_s - t) \rangle = \langle h(t), h(t) \rangle$);
- Συνεπώς, $SNR \max = \frac{2}{N_0} \frac{K^2 \|\mathbf{x}\|^2 \|\mathbf{x}\|^2}{K^2 \|\mathbf{x}\|^2} = \frac{2}{N_0} \|\mathbf{x}\|^2$, όταν το φίλτρο $h(t)$ είναι προσαρμοσμένο στο σήμα $x(t)$.
- Όπως θα δούμε αργότερα, η πιθανότητα σφάλματος P_e στο δέκτη εξαρτάται από τον SNR. Επομένως, με χρήση δέκτη προσαρμοσμένων φίλτρων βελτιστοποιούμε την απόδοση του συστήματος.
- Το προσαρμοσμένο φίλτρο μας λέει, στην ουσία, ότι όταν ξέρουμε ότι κάποιο διάνυσμα βρίσκεται πάνω σε μια κατεύθυνση (στη συγκεκριμένη περίπτωση \mathbf{h}) το καλύτερο που μπορούμε να κάνουμε είναι να 'κοιτάξουμε' σε εκείνη την κατεύθυνση.

Μεγιστοποίηση SNR του δέκτη από το προσαρμοσμένο φίλτρο (3)

- Έστω, τώρα, ότι το σήμα $x(t)$ είναι τυχαίο. Αν χρησιμοποιούμε γραμμική διαμόρφωση, οποιοδήποτε $x(t)$ μπορεί να γραφτεί στη μορφή $x(t) = \sum_{n=1}^N x_n \phi_n(t)$.
- Για να μεγιστοποιήσουμε τον SNR σε κάθε διάσταση, n , πρέπει να χρησιμοποιήσουμε το προσαρμοσμένο φίλτρο $\phi_n^*(-t)$.
- Συνεπώς, ο αποδιαμορφωτής προσαρμοσμένων φίλτρων μεγιστοποιεί το SNR ανά διάσταση και, επομένως, και το συνολικό SNR.
- Θα δούμε, επίσης, ότι, με χρήση του αποδιαμορφωτή προσαρμοσμένων φίλτρων διατηρείται όλη η πληροφορία που απαιτείται για την ανίχνευση του $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N]$. Δηλαδή, δεν υπάρχει απώλεια επίδοσης του δέκτη.