

ΕΕΕ725 - Ειδικά Θέματα Ψηφιακών
Επικοινωνιών

Δημήτρης - Αλέξανδρος Τουμπακάρης
10ο Μάθημα – 18 Ιανουαρίου 2008

Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

- Στατιστικά μοντέλα κανάλιου
 - Tse & Viswanath, Ch.2
- Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι

Περίληψη προηγούμενου μαθήματος

- 2 Βασικά φαινόμενα στο κανάλι κινητών επικοινωνιών:
 - Πολυδιαδρομική διάδοση (**multipath**): Δημιουργεί επιλεκτικότητα καναλιού στη συχνότητα. Ποσοτικοποιείται με χρήση του εύρους ζώνης συμφωνίας ή της διαστοράς πολυδιαδρομικής διάδοσης.
 - Διαλείψεις λόγω κίνησης (φαινόμενο **Doppler**): Δημιουργεί μεταβολή των **taps** του καναλιού στο χρόνο. Ποσοτικοποιείται με χρήση του χρόνου συμφωνίας ή της διαστοράς **Doppler**.
- Η επιλεκτικότητα στο χρόνο και στη συχνότητα δημιουργεί προβλήματα στην εκτίμηση του καναλιού. Ωστόσο, από την άλλη, μπορούμε να κερδίσουμε σε αξιοπιστία μετάδοσης χρησιμοποιώντας τεχνικές διαφορισμού (**diversity**) στο χρόνο ή στη συχνότητα.

Πίνακας Συσχέτισης Καναλιού

- $R_h(\Delta f, \Delta t) = E\{H(f, t)H^*(f - \Delta f; t - \Delta t)\}$.
- Συνάρτηση συσχέτισης συχνότητας (frequency correlation function): $p_h(\Delta f) \triangleq R_h(\Delta f, 0)$. Το εύρος ζώνης συμφωνίας (coherence bandwidth) ισούται με το 'εύρος' της $p_h(\Delta f)$.
- Κατανομή ισχύος στο χρόνο (Delay power profile): $p_h(\tau) = \mathcal{F}^{-1}\{p_h(\Delta f)\}$. Το multipath delay spread ισούται με το 'εύρος' της $p_h(\tau)$.
- Συνάρτηση χρονικής συσχέτισης (time correlation function): $p_h(\Delta t) = R_h(0, \Delta t)$. Ποσοτικοποιεί τη μεταβολή του καναλιού στο χρόνο (λόγω κίνησης).
- Φάσμα ισχύος Doppler (Doppler power spectrum): $\Phi_h(\nu) = \mathcal{F}\{p_h(\Delta t)\}$. Το doppler delay spread ισούται με το 'εύρος' της $\Phi_h(\nu)$, ενώ ο χρόνος συμφωνίας του καναλιού (coherence time) είναι ανάλογος του αντιστρόφου της του doppler delay spread, όπως είδαμε.

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚά Μοντέλα

- Οι παράμετροι που αναφέραμε παραπάνω (αριθμός και κατανομή των **taps** h_i , **multipath spread**, **coherence time**) διαφέρουν ανάλογα με το κανάλι (το οποίο, με τη σειρά του εξαρτάται από παράγοντες όπως το περιβάλλον, η φέρουσα συχνότητα f_c , το εύρος ζώνης W που χρησιμοποιεί το σύστημα, η ταχύτητα κλπ).
- Για να σχεδιάσουμε συστήματα χρειάζόμαστε στατιστικά μοντέλα που να περιγράφουν τα κανάλια κινητών επικοινωνιών.
- Τα μοντέλα αυτά φτιάχνονται είτε προσπαθώντας να τα ταιριάξουμε με μετρήσεις, είτε θεωρητικά, κάνοντας όσο το δυνατόν πιο ρεαλιστικές παραδοχές.
- Ένα μοντέλο πρέπει να είναι αρκετά λεπτομερές ώστε να περιγράφει καλά το κανάλι, αλλά και αρκετά απλό/γενικό ώστε να καλύπτει όλα τα παρόμοια κανάλια. Γενικά η μοντελοποίηση καναλιών κινητών τηλεπικοινωνιών δεν είναι μια απλή διαδικασία.

Στατιστικά Μοντέλα (2)

- Είδαμε ότι, εάν η καθυστέρηση όδευσης και η εξασθένηση δε μεταβάλλονται σημαντικά με τη συχνότητα, $\mathbf{y}(t) \approx \sum_i \mathbf{a}_i(t)x(t - \tau_i(t)) + w(t)$.
- Μπορεί να αποδειχθεί (βλ. π.χ. **Tse & Viswanath**) ότι αν δειγματοληπτήσουμε ανά $\frac{1}{W}$ (και κάνουμε κάποιες υποθέσεις) μπορούμε να γράψουμε $\mathbf{y}[m] = \sum_l h_l[m]x[m-l] + w[m]$, όπου $h_l[m] = \sum_i \mathbf{a}_i \left(\frac{m}{W}\right) e^{-j2\pi f_c \tau_i \left(\frac{m}{W}\right)} \text{sinc} \left[l - \tau_i \left(\frac{m}{W}\right) W\right]$.
- Πολύ συχνά θεωρούμε το κανάλι $\mathbf{y}[m] = \sum_l h_l[m]x[m-l] + w[m]$ και μοντελοποιούμε τα taps $h_l[m]$.

Διάλεξη Rayleigh

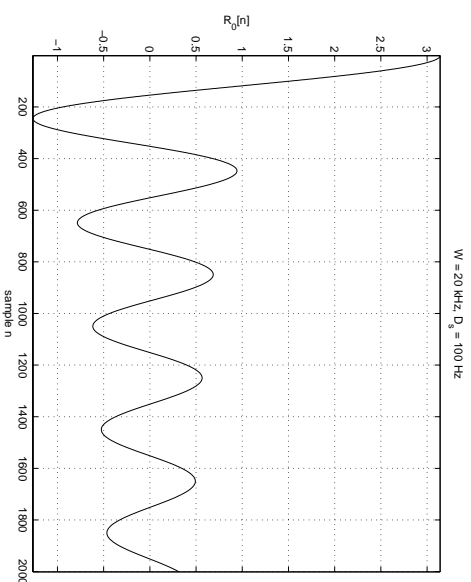
- Θεωρούμε ότι κάθε **tap** είναι το αποτέλεσμα της συμβολής ενός μεγάλου αριθμού στατιστικά ανεξάρτητων ανακλώμενων και σκεδαζόμενων μονοπατιών με τυχαίες τιμές πλάτους.
- Θεωρούμε, επίσης, ότι οι φάσεις των μονοπατιών είναι κατανομημένες ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 2\pi]$ και ότι είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.
- Με αυτές τις παραδοχές, το **tap** $h_l[m]$ είναι μια κυκλική συμμετρική γκαουσιανή τ.μ. $\mathcal{CN}(0, \sigma_l^2)$.
- Κυκλική συμμετρική (μυγαδική) τ.μ. **X**: Όταν η $e^{j\theta} \mathbf{X}$ ακολουθεί την ίδια κατανομή με τη **X** για οποιαδήποτε γωνία θ . Αποδεικνύεται ότι $E[\mathbf{X}] = \mathbf{0}$.

Διάλεξη Rayleigh (2)

- Το πλάτος $|h_l[m]|$ ακολουθεί κατανομή Rayleigh με σ.π.π. $f(x) = \frac{x}{\sigma_l^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_l^2}\right)$.
- Το τετράγωνο του πλάτους $|h_l[m]|^2$ είναι εκθετικά κατανεμημένο. $f(x) = \frac{1}{\sigma_l^2} \exp\left(-\frac{x}{\sigma_l^2}\right)$.
- Το μοντέλο Rayleigh είναι εφαρμόσιμο σε περιβάλλοντα όπου υπάρχουν πολλοί μικροί ανακλαστές (non-Line of Sight (non-LOS) περιβάλλοντα). Ωστόσο, χρησιμοποιείται συχνά ακόμα και όταν ο αριθμός των ανακλαστών/σχεδιαστών είναι σχετικά μικρός, λόγω της απλότητάς του.

Μεταβολή των **taps** στο χρόνο

- Για να περιγράψουμε πλήρως το κανάλι χρειαζόμαστε και την αυτοσυσχέτιση κάθε tap l , $R_l[n] = E\{h_l^*[m]h_l[m+n]\}$ (θεωρούμε ότι οι $h_l[m]$ είναι **WSS** και ανεξάρτητες από τις $h_k[m]$).
- Η $R_l[n]$ εξαρτάται από το κανάλι και την ταχύτητα του πομπού/δέκτη/εμποδίων. Εάν έχουμε 1 tap (**flat fading**) και πολλά προσπίπτοντα μονοπάτια ίσης ενέργειας a^2 με ομοιόμορφη γωνία πρόσπτωσης, $R_0[n] = a^2\pi J_0(n\pi D_s/W)$, όπου $J_0(\cdot)$ η συνάρτηση Bessel πρώτου είδους, μηδενικής τάξης και $D_s = 2f_c v/c$ η διαστορά Doppler (Clarke's model).



Μεταβολή των **taps** στο χρόνο (2)

- Εναλλακτικός ορισμός multipath spread T_d : $\frac{L}{W}$, όπου L η τιμή για την οποία $\sum_{l=0}^L R_l[0] \approx \sum_{l=0}^{\infty} R_l[0]$, δηλαδή ο αριθμός των **taps** που περιέχουν σχεδόν όλη την ενέργεια του καναλιού.
- Εναλλακτικός ορισμός χρόνου συμφωνίας T_c : Η μικρότερη τιμή του n για την οποία το $R_l[n]$ διαφέρει σημαντικά από το $R_l[0]$.

Μοντέλα Rice, Nakagami-m

- Μοντέλο Rice: Για κανάλια στα οποία υπάρχει και ένα μονοπάτι οπτικής επαφής (LOS).
- $h_l[m] = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \sigma_l e^{j\theta} + \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}} \mathcal{CN}(0, \sigma_l^2)$. κ : K-factor: Ο λόγος της ενέργειας του μονοπατιού LOS δια της ενέργειας στα σκεδασμένα μονοπάτια.
- Μοντέλο Nakagami-m: Βασισμένη σε πειραματικά δεδομένα. Μοντελοποιεί κάποια κανάλια με μεγαλύτερη ακρίβεια. Μπορεί να μοντελοποιήσει και κανάλια με ' χειρότερες ' διασείψεις από τη Rayleigh.

Μετάδοση στο ασύγχροτο κανάλι

- Στατιστικά μοντέλα καναλιού
- | |
|--------------------------------|
| Μετάδοση στο ασύγχροτο κανάλι. |
|--------------------------------|

 - Tse & Viswanath, Ch.3
 - Proakis, Ch 14

Μετάδοση στο ασύρματο κανάλι

- Λόγω των διαλείψεων, η μετάδοση δια μέσου ενός καναλιού κινητών επικοινωνιών απαιτεί μεγαλύτερη ισχύ σε σχέση με ένα μη μεταβαλλόμενο κανάλι.
- Αυτό ισχύει ακόμα και στην περίπτωση που γνωρίζουμε το κανάλι σε κάθε χρονική στιγμή.
- Δηλαδή, η μείωση της απόδοσης οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το κανάλι μεταβάλλεται και όχι στη μη τέλεια εκτίμηση καναλιού.
- Φυσικά, η ακριβής εκτίμηση καναλιού συμβάλλει στο να επιτευχθεί η βέλτιστη δυνατή μετάδοση.

Παράδειγμα: **BPSK**

- Έστω κανάλι **AWGN** με σταθερό **SNR**. Γνωρίζουμε ότι, για μετάδοση **BPSK**, $P_e = Q\left(\frac{d_{\min}}{2\sigma}\right) = Q\left(\frac{2\sqrt{E_x}}{2\sigma}\right) = Q(\sqrt{\text{SNR}})$.
- Έστω, τώρα, μετάδοση **BPSK** σε κανάλι **Rayleigh**, **flat fading** με $E[|h|^2] = 1$. Δηλαδή, $y[m] = h[m]x[m] + n[m]$. Υποθέτουμε ότι ο δέκτης γνωρίζει την ακριβή τιμή όλων των (μγαδικών) $h[m]$. Επίσης, στο δέκτη, $\overline{\text{SNR}} \triangleq E[\text{SNR}]$.
- Προσαρμοσμένο φίλτρο: $h^*[m]$. Επομένως, $r[m] \triangleq \Re\left\{\frac{h^*[m]}{|h[m]|}y[m]\right\} = |h[m]|x[m] + z[m]$, $z \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{N}_0/2)$.
- Αποδεικνύεται ότι $P_e = E_h[P_{e|h}] = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\overline{\text{SNR}}}{2+\overline{\text{SNR}}}}\right) \approx \frac{1}{2\overline{\text{SNR}}}$.
- Το κανάλι διαθέσιμων έχει πολύ χειρότερη απόδοση σε σχέση με το κανάλι **AWGN**!

Γιατί η μεγάλη διαφορά απόδοσης;

- Σε ένα κανάλι **AWGN** η πιθανότητα σφάλματος εξαρτάται μόνο από την πιθανότητα ο γκαουσιανός θόρυβος να υπερβεί την τιμή $d_{\min}/2$.
- Όταν ένα κανάλι με διαλείψεις έχει μεγάλο στιγμιαίο κέρδος $h[m]$, η πιθανότητα σφάλματος οφείλεται σε εξαιρετικές περιπτώσεις μεγάλου θορύβου δεδομένου ότι η ‘ουρά’ της $Q(\cdot)$ έχει μικρό εμβαδόν.
- Ωστόσο, όταν το κανάλι έχει μικρό στιγμιαίο κέρδος, η d_{\min} είναι ίδιας τάξης μεγέθους με την τυπική απόκλιση του θορύβου, με αποτέλεσμα η $Q(\cdot)$ να παίρνει μεγάλες τιμές.
- Η πιθανότητα το στιγμιαίο κέρδος του καναλιού να είναι μικρό ώστε $|h[m]|^2 \text{SNR} = 1$ ισούται με $\int_0^{1/\text{SNR}} e^{-x} dx \approx \frac{1}{\text{SNR}}$.
- Ειδομένως, στα κανάλια διαλείψεων έχουμε 2 φαινόμενα: θόρυβο **AWGN** και διαλείψεις. Η πιθανότητα μεγάλης διάλειψης (**deep fades**) καθορίζει, στην ουσία, την πιθανότητα λάθους.
- Όσο καλός και να είναι ο δέκτης δε μπορούμε να κάνουμε τίποτα κατά τη διάρκεια των **deep fades**! (δεδομένου του καναλιού $y[m] = h[m]x[m] + n[m]$)

Πώς μπορούμε να ελαττώσουμε την P_e σε κανάλια με διαλείψεις;

- Ένας τρόπος είναι να δημιουργήσουμε με κάποιο τρόπο αντίγραφα του ίδιου σήματος \Rightarrow τεχνικές διαφορισμού (**diversity**).
 - Διαφορισμός στο χρόνο (**time diversity**): Μετάδοση σε περισσότερες από μια χρονικές στιγμές ώστε να εκμεταλλευόμαστε διαφορετικές τιμές των $h[m]$.
 - Διαφορισμός στη συχνότητα (**frequency diversity**): Μετάδοση σε περισσότερες από μια περιοχές του φάσματος (στην περίπτωση που έχουμε **multipath** και, επομένως, **frequency-selective fading**) ώστε να εκμεταλλευόμαστε διαφορετικές τιμές της απόκρισης συχνότητας $H(f, m)$.
 - Διαφορισμός στο χώρο (**space diversity**): Χρήση περισσότερων από μία κεραίων στον πομπό (**MISO**), στο δέκτη (**SIMO**) ή και στους δύο (**MIMO**) ώστε να έχουμε περισσότερα από ένα κανάλια.

Πώς μπορούμε να ελαττώσουμε την P_e σε κανάλια με διαλείψεις; (2)

- Επίσης, μπορούμε να μεταδώσουμε πιο ‘έξυπνα’ στον πομπό: Να αποφύγουμε τις ‘ κακές ’ περιοχές του καναλιού και να καταναείμουμε την ισχύ που εξοικονομείται στις ‘ καλές ’ περιοχές.
- Αποδεικνύεται ότι για **SNR** $\rightarrow \infty$ η χωρητικότητα του καναλιού **Rayleigh 1 tap** υπολείπεται κατά **0.83 bits/s/Hz** (**-2.5 dB**) του καναλιού **AWGN**.
- Αντίθετα, για πολύ μικρά **SNR** η χωρητικότητα υπερβαίνει αυτή του καναλιού **AWGN** γιατί η πολύ περιορισμένη ενέργεια που διαθέτουμε χρησιμοποιείται μόνο όταν το στιγμιαίο κέρδος του καναλιού είναι πολύ μεγάλο.
- Πρόβλημα: Καθυστερήση. Ενδέχεται να μην έχουμε την πολυτέλεια να περιμένουμε μέχρι να εμφανιστεί καλό κανάλι (ειδικά για πολύ μικρά **SNR**).

Διαφορισμός Χώρου (**space/antenna diversity**)

- Τα συστήματα **MIMO** επιτυγχάνουν και κάτι περισσότερο: Εάν τα κανάλια που δημιουργούνται είναι ανεξάρτητα **Rayleigh**, ένα σύστημα $N_t \times N_r$ όπου N_t και N_r ο αριθμός κεραίων στον πομπό και στο δέκτη, αντίστοιχα, έχει χωρητικότητα $\min(N_t, N_r)$ φορές μεγαλύτερη από αυτή του συστήματος **SISO**.
- Επομένως, με τα συστήματα **MIMO** αυξάνουμε τους βαθμούς ελευθερίας (**degrees of freedom**) του συστήματος.
- Μάλιστα, σε πολλές περιπτώσεις μπορούμε να 'ανταλλάξουμε' βαθμούς ελευθερίας με κέρδος λόγω διαφορισμού (**diversity gain**).