

ΕΕΕ725 - Ειδικά Θέματα Ψηφιακών
Επικοινωνιών

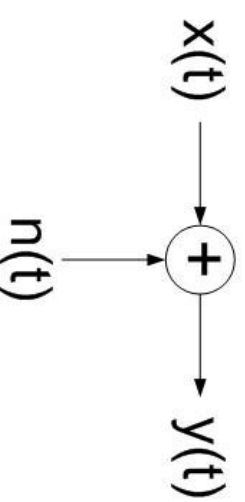
Δημήτρης - Αλέξανδρος Τουμπακάκης
4ο Μάθημα – 25 Μαΐου 2007

Περιεχόμενα σημερινού μαθήματος

- Θόρυβος στις Ψηφιακές Επικοινωνίες (συνέχεια)
- Διαμόρφωση και αποδιαμόρφωση: Αναπαράσταση με διανύσματα

Θερμικός θόρυβος σε μικροκυματικά συστήματα

- Στα μικροκυματικά συστήματα διακρίνουμε δύο πηγές θορύβου: την κεραία και τα εσωτερικά κυκλώματα του δέκτη.
 - Ο θόρυβος λόγω της κεραίας εξαρτάται από το φυσικό περιβάλλον και τον προσανατολισμό της κεραίας.
 - Ο θόρυβος λόγω των κυκλωμάτων του δέκτη εξαρτάται από τη σχεδίασή τους (και τα υλικά που χρησιμοποιούν).
- Συνήθως ο συνολικός θερμικός θόρυβος του δέκτη ανάγεται στην είσοδό του, όπως φαίνεται στο σχήμα (όπου δεν εμφανίζεται η επίδραση του καναλιού).



Σημείωση σχετικά με τις Οπτικές Επικοινωνίες

Στις οπτικές συχρότητες ο θερμικός θόρυβος είναι αμελητέος. Επομένως, σε συστήματα οπτικών επικοινωνιών ο θερμικός θόρυβος εμφανίζεται κυρίως σε μεταγενέστερα στάδια επεξεργασίας στο δέκτη όπου το σήμα έχει μεταφερθεί σε χαμηλότερες συχρότητες (για παράδειγμα στο στάδιο προσίσχυσης του σήματος στην έξοδο του φωτοανιχνευτή).

Τα οπτικά συστήματα υπόκεινται επιπλέον σε πολλαπλασιαστικό θόρυβο βολής. Στο μάθημα δε θα ασχοληθούμε αναλυτικά με οπτικά συστήματα. Παρόλο που η σχεδίαση οπτικών συστημάτων διαφέρει από αυτή των μικροκυματικών και βαθύτερα των συστημάτων (εν μέρει λόγω του διαφορετικού θορύβου) υπάχουν και ομοιότητες. Επομένως, κάποια από τα θέματα που θα καλύψουμε εφαρμόζονται και σε οπτικά συστήματα (ιδιαίτερα στο κομμάτι μετά το φωτοανιχνευτή).

Σημείωση σχετικά με τα Μαγνητικά Κανάλια

Τα μαγνητικά συστήματα χαρακτηρίζονται από αθροιστικό και πολλαπλασιαστικό θόρυβο καθώς και από θόρυβο χρονισμού (jitter).

Ο αθροιστικός θόρυβος οφείλεται στην επίδραση των μαγνητικών διπόλων στην κεφαλή ανάγνωσης / εγγραφής. Ο πολλαπλασιαστικός θόρυβος οφείλεται σε ανομοιογένειες της πυκνότητας του υλικού οι οποίες προκαλούν μεταβολή του πλάτους του σήματος. Τέλος, ο θόρυβος χρονισμού προκαλείται από τη μεταβολή της απόστασης μεταξύ της κεφαλής και της επιφάνειας εγγραφής. Επιπρόσθετα, στα μαγνητικά συστήματα εμφανίζεται διαφωνία (crosstalk) λόγω παρεμβολών από γειτονικά κανάλια.

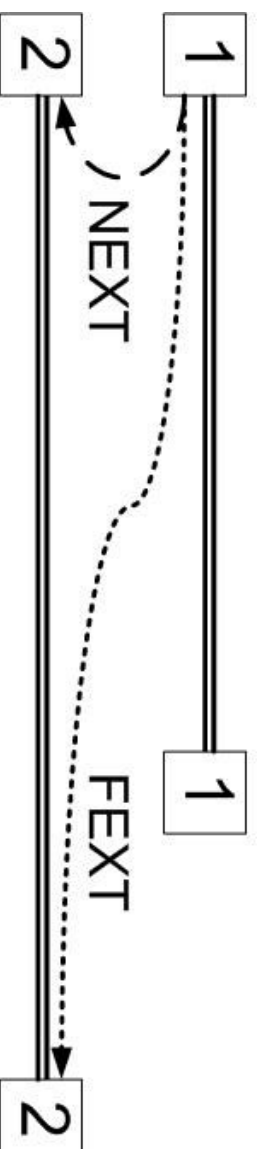
Όπως και στην περίπτωση οπτικών συστημάτων, δε θα ασχοληθούμε με τα μαγνητικά κανάλια. Ωστόσο, πολλές από τις αρχές και τεχνικές σχεδίασης ψηφιακών συστημάτων εφαρμόζονται και σε αυτά τα συστήματα.

Θόρυβος σε τηλεφωνικά κανάλια

- Επιπλέον του θεσμικού θορύβου, άλλες πηγές θορύβου σε τηλεφωνικά κανάλια είναι:
 - Θόρυβος από γειτονικά κανάλια λόγω διαφωνίας (crosstalk)
 - Θόρυβος λόγω κβαντισμού (quantization noise)
 - Κρουστικός θόρυβος (impulse noise)
 - Θόρυβος λόγω παρεμβολών σε ραδιοσυχνότητες (Radio Frequency Ingress - RFI)

Διαφωνία (Crosstalk)

- Οφείλεται σε παρεμβολές από γειτονικά κανάλια. Αποτελεί πρόβλημα σε συνεστραμμένα ζεύγη τα οποία ανήκουν σε ομάδες καλωδίων (*binders*).
- Προκειμένου να μειωθεί η επίδραση της διαφωνίας, πολλές φορές χρησιμοποιείται διαφορεική μετάδοση (π.χ. **DSL**), δηλαδή το μεταδιδόμενο σήμα ισούται με τη διαφορά τάσης μεταξύ δύο γραμμών.
- Διακρίνεται σε παραδιαφωνία (**Near-End Crosstalk – NEXT**) και τηλεδιαφωνία (**Far-End Crosstalk – FEXT**).



- Τα στατιστικά της διαφωνίας οφείλονται στη διαμόρφωση που χρησιμοποιούν οι γραμμές που παρεμβάλλονται στο υπό εξέταση κανάλι και στην απόστασή τους από αυτό.

Διαφωνία (2)

- Σε πολλές περιπτώσεις, η παραδιαφωνία μοντελοποιείται με αρκετή ακρίβεια από τη σχέση

$$S_{NEXT}(j\omega) = K_{NEXT}|\omega|^{1.5} S_{interf}(j\omega),$$

όπου $S_{interf}(j\omega)$ η PSD του σήματος από το οποίο προέρχεται η παρεμβολή. Ο συντελεστής K_{NEXT} εξαρτάται από το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται το κανάλι (π.χ. δομή του binder). Παρατηρούμε ότι η παραδιαφωνία αποτελεί μεγαλύτερο πρόβλημα στις υψηλές συχνότητες.

- Αντίστοιχα, η τηλεδιαφωνία μοντελοποιείται από τη σχέση

$$S_{FEXT}(j\omega) = K_{FEXT} \cdot d \cdot |\omega|^2 |H(j\omega)|^2 S_{interf}(j\omega).$$

d είναι το μήκος της γραμμής. Σε κανάλια συνεστραμμένων ζευγών (twisted pairs) ο θόρυβος λόγω τηλεδιαφωνίας αρχικά αυξάνει με τη συχνότητα, αλλά στη συνέχεια μειώνεται λόγω του πολλαπλασιασμού με την $|H(j\omega)|^2$ η οποία είναι φθίνουσα (στα συνεστραμμένα ζεύγη η απόσβεση αυξάνεται με τη συχνότητα).

Θόρυβος λόγω κβαντισμού

- Για να μεταδώσουμε ένα αναλογικό σήμα (π.χ. φωνή) με χρήση ενός ψηφιακού συστήματος αναγκαστικά πρέπει να περιορίσουμε (να κβαντίσουμε) τις πιθανές τιμές του σήματος.
- Ο κβαντισμός παραμορφώνει το σήμα.
- Μερικές φορές, και για ορισμένες περιοχές σηματοθορυβικού λόγου, η παραμόρφωση λόγω κβαντισμού μοντελοποιείται ικανοποιητικά ως αθροιστικός θόρυβος κβαντισμού και η απόδοση του συστήματος εξετάζεται με χρήση του λόγου σήματος ως προς θόρυβο κβαντισμού (SQNR).
- Τα χαρακτηριστικά του θορύβου κβαντισμού διαφέρουν από το θερμικό θόρυβο. Για περισσότερες λεπτομέρειες δείτε π.χ. **Lee & Messerschmitt 2nd ed. Ch. 5.**

Κρουστικός Θόρυβος (**Impulse/Burst Noise**)

- Εμφανίζεται με τη μορφή ξαφνικών και σύντομων κυματομορφών με μεγάλη, πολλές φορές, ενέργεια.
- Οφείλεται σε φυσικά φαινόμενα (π.χ. κεραυνοί), σε ανθρώπινη δραστηριότητα (π.χ. κινήσεις, άνοιγμα διακοπών), στο τηλεφωνικό δίκτυο (π.χ. μηχανικοί διακόπτες).
- Είναι μη στάσιμος και δε μοντελοποιείται εύκολα. Έχουν προταθεί διάφορα μοντέλα (π.χ. παλμός **Cook**), αλλά κανένα μοντέλο λογικής πολυπλοκότητας δεν περιγράφει με ακρίβεια την επίδρασή του κρουστικού θορύβου στα κανάλια.
- Στα συστήματα **DSL** αντιμετωπίζεται με χρήση κωδίκων διόρθωσης σφάλματος (**Error-Correcting Codes**).

Θόρυβος φάσης / χρονισμού

- Δεν είναι προσθετικός.
- Είναι μια άγνωστη διαταραχή του χρονισμού του σήματος (**timing jitter**) ή της φάσης του (**phase jitter**).
- Μια από τις αιτίες του **jitter** είναι το μη τέλει ρολόι που χρησιμοποιεί ο δέκτης για αποδιαμόρφωση και δειγματοληψία.
- Αντιμετωπίζεται με χρήση κυκλωμάτων στο δέκτη (π.χ. **Phase-Locked Loops (PLLs)** σε συνδυασμό με φίλτρα). Η αντιμετώπισή του είναι πιο εύκολη όταν έχει σχετικά μικρό εύρος ζώνης (δηλαδή όταν διαδοχικές τιμές του **jitter** είναι συσχετισμένες).

Επίδραση καναλιού στο μεταδιδόμενο σήμα

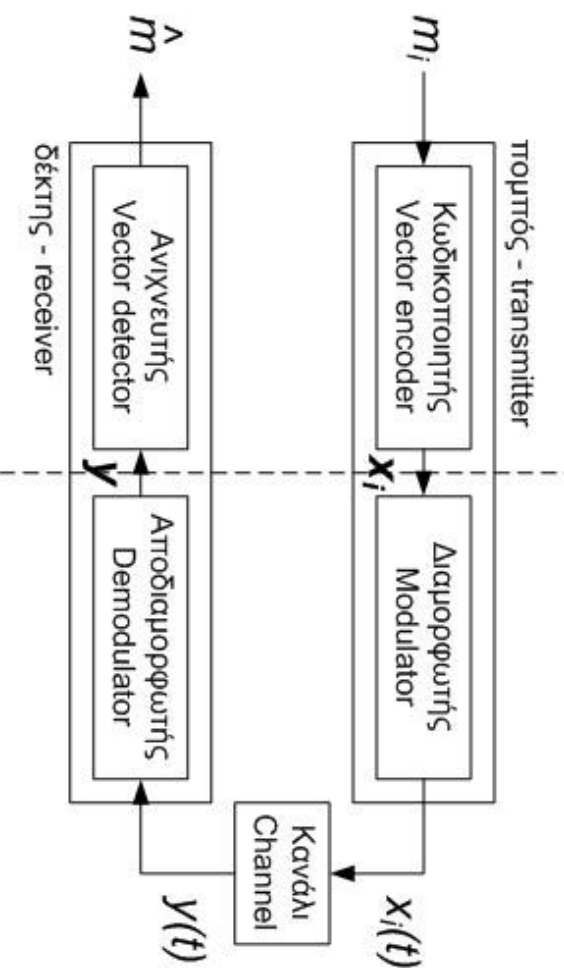
Το μεταδιδόμενο σήμα δέχεται τόσο την επίδραση του θορύβου όσο και την επίδραση του καναλιού. Η τιμή του θορύβου είναι άγνωστη. Αντίθετα, σε μερικές περιπτώσεις (όχι, όμως, πάντα) ο τρόπος που επιδρά το κανάλι στο σήμα ενδέχεται να περιγράφεται με ακρίβεια από κάποιο μοντέλο. Παραθέτουμε, χωρίς να τους αναλύσουμε, μερικούς από τους τρόπους με τους οποίους επιδρά το κανάλι στο μεταδιδόμενο σήμα. Θα επανέλθουμε σε κάποιους από αυτούς σε επόμενα μαθήματα.

- Απόσβεση
- Καθυστέρηση
- Παραμόρφωση (πλάτους/φάσης)
- Απόκλιση φάσης/συχνότητας (**phase/frequency offset**), φαινόμενο **doppler**
- Διαλείψεις (**fading**), **shadowing**
- Διασυμβολική παρεμβολή (**Inter-Symbol Interference – ISI**)
- Ηχώ

Διαμόρφωση και αποδιαμόρφωση: Αναπαράσταση με διανύσματα

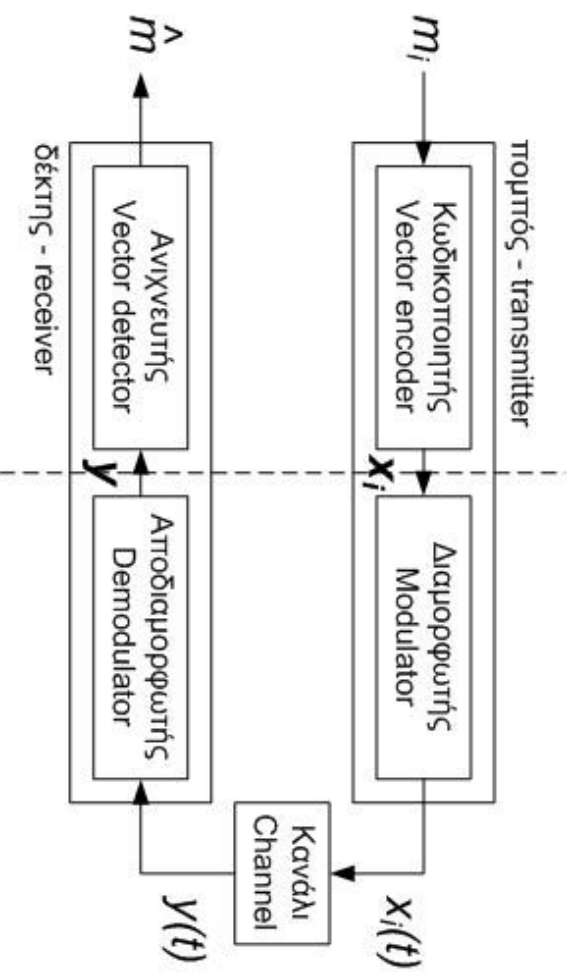
- Θόρυβος στις Ψηφιακές Επικοινωνίες (συνέχεια)
- Διαμόρφωση και αποδιαμόρφωση: Αναπαράσταση με διανύσματα
 - Cioffi Ch. 1, Lee & Messerschmitt 2nd ed. Ch. 7

Ψηφιακή Μετάδοση



- m_i : Ένα από M πιθανά μηνύματα. Αντιστοιχίζεται από τον κωδικοποιητή σε ένα διάνυσμα (σύμβολο) \mathbf{x}_i . Ο διαμορφωτής επιλέγει μια αναλογική κυματομορφή $x_i(t)$ με βάση την έξοδο του κωδικοποιητή. Στο δέκτη η ληφθείσα κυματομορφή αποδιαμορφώνεται στο διάνυσμα \mathbf{y} . Ο ανιχνευτής αποφασίζει ποιο μήνυμα μεταδόθηκε με βάση το \mathbf{y} και, στη γενική περίπτωση, πληροφορία από προηγούμενες λήψεις.

Ψηφιακή Μετάδοση (2)



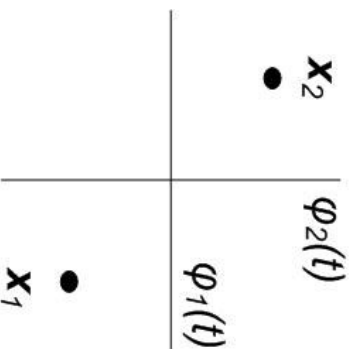
- Εάν δουλέψουμε με διανύσματα, μπορούμε να διαχωρίσουμε τη διαμόρφωση/αποδιαμόρφωση από την κωδικοποίηση/ανίχνευση \rightarrow πλέονέκτημα αναπαράστασης με διανύσματα.
- Έστω ότι ο πομπός στέλνει ένα μήνυμα ανά T s (symbol period). Ο ρυθμός μετάδοσης (data rate) ισούται με $R = \frac{\log_2 M}{T}$ bits/s.

Χρήση διανυσμάτων για την αναπαράσταση των αναλογικών κυματομορφών μετάδοσης

- Έστω το σύνολο των πραγματικών συναρτήσεων $f(t)$ για τις οποίες ισχύει $\int_0^T |f(\tau)|^2 d\tau < \infty$. Ο χώρος **Hilbert** στον οποίο ανήκουν οι $f(t)$ ονομάζεται $\mathcal{L}_2[0, T]$ και έχει άπειρη διάσταση.
- Μια συνάρτηση $x(t)$ του $\mathcal{L}_2[0, T]$ μπορεί να εκφραστεί ως άθροισμα συναρτήσεων βάσης: $x(t) = \sum_{n=1}^N x_n \phi_n(t)$. Στη γενική περίπτωση το N ισούται με ∞ . Τα παραπάνω ισχύουν και όταν τα όρια του διαστήματος τείνουν στο ∞ (ή $-\infty$).
- Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε M συναρτήσεις $x(t)$ για τη διαμόρφωση, οι οποίες ανήκουν σε έναν υπόχωρο \mathcal{V} του $\mathcal{L}_2[0, T]$ διάστασης N ($\leq M$ - γιατί;). Επομένως, κάθε συνάρτηση $x_m(t)$ ισούται με $\sum_{n=1}^N x_{m,n} \phi_n(t)$, όπου $\phi_n(t)$ οι συναρτήσεις βάσης του \mathcal{V} . Συνεπώς, μπορούμε να γράψουμε $x_m(t) \leftrightarrow \mathbf{x}_m = [x_{m,1} \ x_{m,2} \ \dots \ x_{m,N}]^T$.
- Τα σύμβολα \mathbf{x}_m , $m = 1, 2, \dots, M$ αποτελούν έναν αστερισμό (**constellation**). Με χρήση διανυσμάτων μπορούμε να αναπαραστήσουμε έναν αστερισμό στον Ευκλείδειο χώρο.

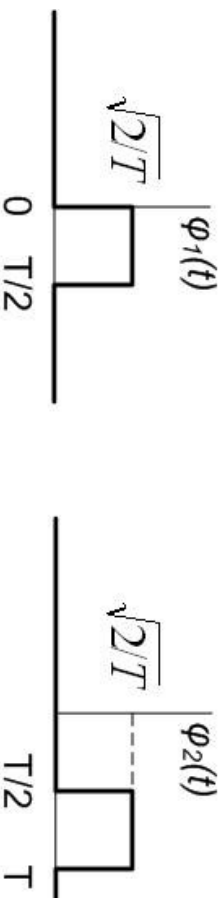
Παράδειγμα Αστερισμού

- Μετάδοση **BPSK**: $\phi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{4}\right)$, $\phi_2(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{\pi}{4}\right)$ στο διάστημα $0 \leq t \leq T$ και $\phi_1(t) = \phi_2(t) = 0$ εκτός του διαστήματος.
 - Οι συναρτήσεις βάσης είναι ορθογώνιες μεταξύ τους και το μέτρο τους ισούται με 1 \rightarrow ορθοκανονική βάση υπόχωρου διάστασης $N = 2$.
 - Χρησιμοποιούμε δύο σύμβολα: $x_1(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) = -\frac{2}{\sqrt{T}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ και $x_2(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t) = \frac{2}{\sqrt{T}} \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$
 - Υπενθύμιση: $\cos(A) - \cos(B) = 2 \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \sin\left(\frac{B-A}{2}\right)$.
 - Επομένως, $M = 2$, $\mathbf{x}_1 = [1 \ -1]^T$ και $\mathbf{x}_2 = [-1 \ 1]^T$.



Παράδειγμα Αστερισμού (συνέχεια)

- Ας θεωρήσουμε τώρα ένα άλλο σύστημα το οποίο χρησιμοποιεί κωδικοποίηση Manchester.



- Υποθέτουμε και πάλι ότι χρησιμοποιούμε $x_1(t) = \phi_1(t)$ και $x_2(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t)$. Άρα, και σε αυτήν την περίπτωση, $M = 2$, $\mathbf{x}_1 = [1 \ -1]^T$ και $\mathbf{x}_2 = [-1 \ 1]^T$.
- Παρόλο που οι κυματομορφές είναι διαφορετικές, η αναπαράστασή τους στον Ευκλείδειο χώρο είναι η ίδια!
- Εναλλακτικά, μπορούμε να αναπαραστήσουμε τις $x_1(t)$ και $x_2(t)$ τόσο στην περίπτωση BPSK όσο και στη Manchester με χρήση μίας μόνο συνάρτησης βάσης (πώς;)

Μέση ενέργεια / μέση ισχύς αστερισμού

- Μέση ενέργεια αστερισμού $\mathcal{E}_x \triangleq E[\|x\|^2] = \sum_{m=0}^{M-1} \|x_m\|^2 p_x(m)$, όπου $\|x_m\|$ είναι το μέτρο του συμβόλου m του αστερισμού.
- Εάν ο ρυθμός μετάδοσης ισούται με $\frac{1}{T}$ symbols/s, η μέση ισχύς του αστερισμού ισούται με $P_x \triangleq \frac{\mathcal{E}_x}{T}$.
- Δύο αντικρουόμενοι στόχοι: Για να ελαχιστοποιήσουμε την απαιτούμενη μέση ενέργεια/ισχύ μετάδοσης επιθυμούμε μικρή απόσταση μεταξύ των συμβόλων ενός αστερισμού. Από την άλλη, όπως θα δούμε, όσο μικραίνει η απόσταση αυξάνεται η πιθανότητα λάθους στο δέκτη λόγω θορύβου.

Άλλα χρήσιμα αποτελέσματα

- Έστω $u(t) = \sum_{n=1}^N u_n \phi_n(t) \leftrightarrow \mathbf{u} \triangleq [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_N]^T$ και $v(t) = \sum_{n=1}^N v_n \phi_n(t) \leftrightarrow \mathbf{v} \triangleq [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N]^T$. Μπορεί να αποδειχθεί ότι
$$\langle u, v \rangle = \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle.$$

Επιπλέον, για να υπολογίσουμε το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ των $u(t)$ και $v(t)$ του \mathcal{L}_2 μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την αναπαράστασή τους ως διανύσματα στον Ευκλείδειο χώρο. (Προσοχή: το εσωτερικό γινόμενο αριστερά είναι εσωτερικό γινόμενο διανυσμάτων του \mathcal{L}_2 , ενώ το εσωτερικό γινόμενο δεξιά είναι διανυσμάτων στον Ευκλείδειο χώρο)

- (Θεώρημα Parseval) Συνεπώς, εάν $u(t) = v(t)$, μπορούμε να γράψουμε

$$E \left[\int_{-\infty}^{\infty} u^2(\tau) d\tau \right] = E[\langle u, u \rangle] = E[\langle \mathbf{u}, \mathbf{u} \rangle] = \mathcal{E}_x.$$

- Άρα, η μέση ενέργεια ενός αστερισμού δεν εξαρτάται από την επιλογή των συναρτήσεων βάσης, αρκεί αυτές να είναι ορθοκανονικές.

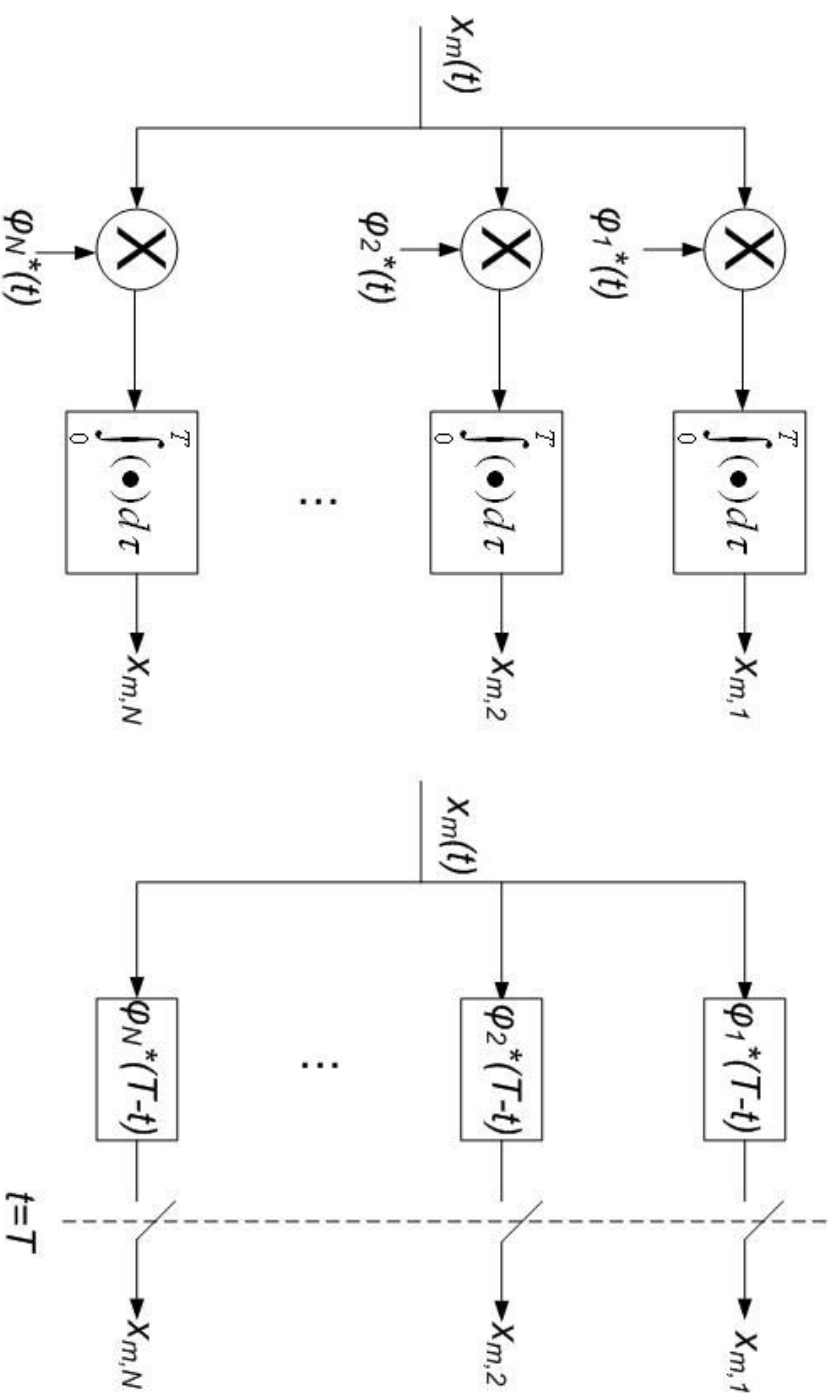
Αποδιαμόρφωση

- Έστω ότι ο πομπός μεταδίδει μια κυματομορφή $x_m(t)$ η οποία ανήκει σε υπόχωρο του $\mathcal{L}_2[0, T]$ διάστασης N . Τα στοιχεία $x_{m,n}$ του συμβόλου (διανύσματος) \mathbf{x}_m μπορούν να βρεθούν με χρήση της σχέσης

$$\begin{aligned} x_{m,n} &= \langle x_m, \phi_n \rangle = \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(\tau) d\tau = \int_0^T x_m(\tau) \phi_n^*(t + \tau - T) d\tau \Big|_{t=T} = \\ &= x_m(t) * \phi_n^*(T - t) \Big|_{t=T} . \end{aligned}$$

- Επομένως, (αγνοώντας, προς το παρόν, το θόρυβο) ο δέκτης μπορεί να μετατρέψει τη ληφθείσα κυματομορφή σε δίδυνο είτε με χρήση πολλαπλασιασμού και ολοκλήρωσης (**correlative demodulation**), είτε με χρήση προσαρμοσμένων φίλτρων (**matched filters**) $\phi_n^*(T - t)$ και δειγματοληψία ανά T s.
- Στην πράξη για την αποδιαμόρφωση χρησιμοποιούνται προσαρμοσμένα φίλτρα λόγω της ευκολότερης υλοποίησής τους σε σχέση με το συσχετιστικό αποδιαμορφωτή.

Αποδιαμόρφωση (2)



συσχετιστικός αποδιαμορφωτής

αποδιαμορφωτής προσαρμωμένων φίλτρων