



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας

Ενότητα 6: Παράμετροι Γραμμής Μεταφοράς

Γαβριήλ Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιον Πατρών, Γαβριήλ
Γιαννακόπουλος, Νικόλαος Βοβός, 2015. «Εισαγωγή στα
Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας. Παράμετροι γραμμής
μεταφοράς». Έκδοση: 1.0. Πάτρα 2015. Διαθέσιμο από
τη δικτυακή
διεύθυνση: <https://eclass.upatras.gr/courses/EE695/>



Σημείωμα Αδειοδότησης

- Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο
- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

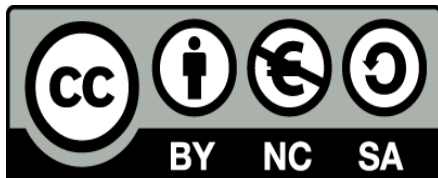
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

Ηλεκτρικά χαρακτηριστικά γραμμών μεταφοράς

1. Εν σειρά επαγωγή L , σε H/m

Παριστάνει τις τάσεις σειράς που επάγονται στους αγωγούς και προκαλούνται από τα μαγνητικά πεδία που τους περιβάλλουν.

2. Εγκάρσια χωρητικότητα C , σε F/m

Παριστάνει τα εγκάρσια ρεύματα διαρροής μεταξύ των αγωγών που προκαλούνται από τα ηλεκτρικά πεδία που υπάρχουν στο μεταξύ των αγωγών χώρο.

3. Εν σειρά αντίσταση R , σε Ω/m

Παριστάνει την ωμική αντίσταση του υλικού των αγωγών.



ΤΥΠΟΙ ΑΓΩΓΩΝ

- **Αγωγοί εξ ολοκλήρου από αλουμίνιο (*All-aluminium conductors, AAC*)**
- **Αγωγοί εξ ολοκλήρου από κράμα αλουμινίου (*All-aluminium-alloy conductors, AAAC*)**
- **Αγωγοί αλουμινίου ενισχυμένοι με χάλυβα (*Aluminium conductors, steel-reinforced, ACSR*)**
- **Αγωγοί αλουμινίου ενισχυμένοι με κράμα (*Aluminium conductors, alloy-reinforced, ACAR*)**

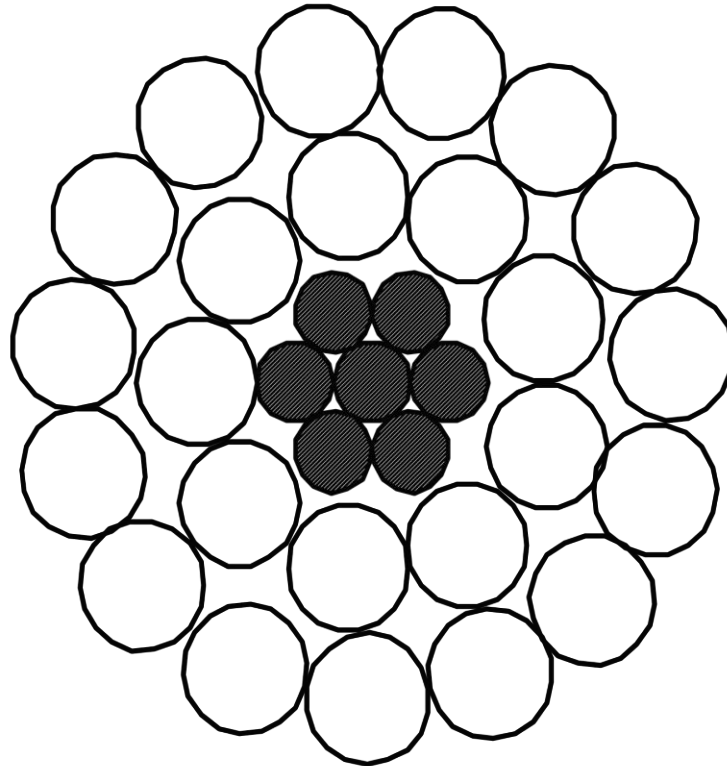


ΑΓΩΓΟΙ ΠΟΛΥΚΛΩΝΟΙ

- *Παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευκαμψία*
- *Είναι περισσότερο εύχρηστοι*
- *Υπόκεινται σε λιγότερες καταπονήσεις*
- *Είναι ασφαλείς σε μηχανική θραύση*
- *Το πλήθος των κλώνων κάθε στρώσης είναι πολλαπλάσιο του 6*
- *Συνολικός αριθμός κλώνων : $1+3k(k+1)$ όπου k οι στρώσεις*



ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΟΙ ΑΓΩΓΟΙ (ACAR, ACSR)



24 / 7

Τομή αγωγού ACSR με 7 κλώνους χάλυβα και 24 κλώνους αλουμινίου



ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

ΑΓΩΓΩΝ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ

Κωδική Ονομασία Αγωγού	Διατομή			Al/St	Στρώ- σεις Al	Εξωτ. Διάμ. (mm)	R _{dc} 20°C (Ω/km)	Βάρος (Kgr/m)
	Al (MCM)	Al (mm ²)	Συνολ. (mm ²)					
Linnet	336.4	170.	198.	26/7	2	18.31	0.169	0.702
Grosbeak	636.0	322.	375.	26/7	2	25.20	0.089	1.303
Cardinal	954.0	483.	546.	54/7	3	30.40	0.060	1.863



ΕΝ ΣΕΙΡΑ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

$$R_{dc} = \rho \frac{\ell}{A}$$

A: η διατομή του αγωγού σε mm^2

ℓ : το μήκος του αγωγού σε m

ρ : η ειδική αντίσταση του αγωγού σε $\Omega mm^2/m$

Παράμετροι που επηρεάζουν την αντίσταση

1. Θερμοκρασία

Στους $20^\circ C$, $\rho_{Al} = 0.0283 \Omega mm^2/m$

$\rho_{Cu} = 0.0177 \Omega mm^2/m$

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{T_0 + T_2}{T_0 + T_1}$$

$T_0 = 228^\circ C$ για αλουμίνιο

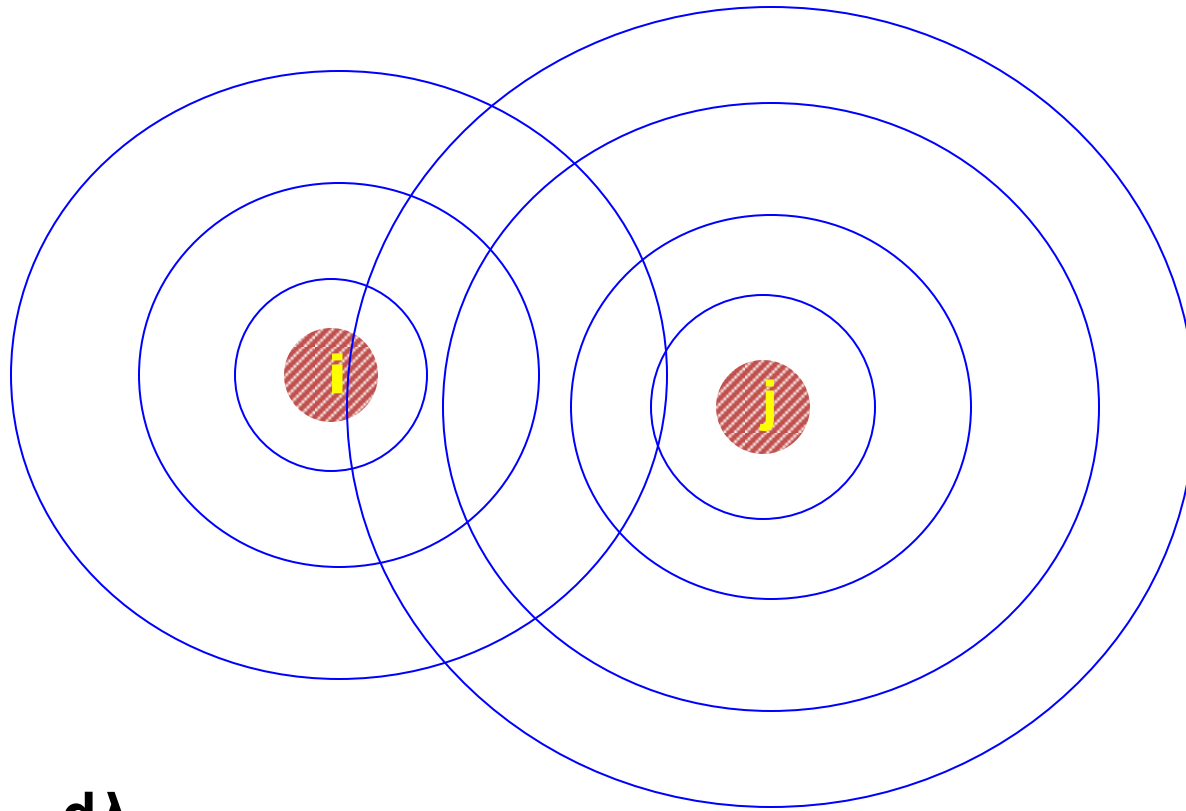
$241^\circ C$ για χαλκό ψυχρής εξέλασης

2. Επιδερμικό φαινόμενο

3. Το σπειροειδές της περιέλιξης των αγωγών



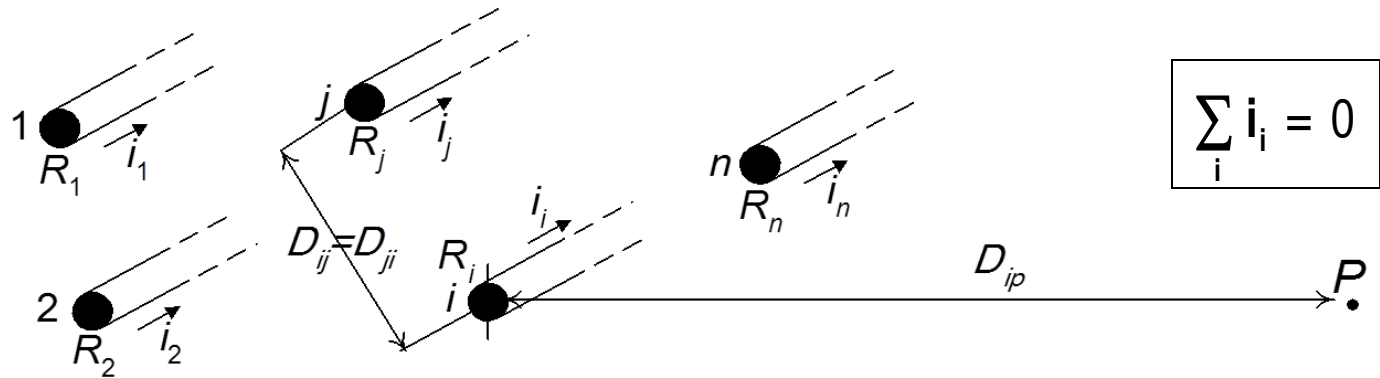
ΕΠΑΓΩΓΗ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ



$$\left. \begin{aligned} e &= \frac{d\lambda}{dt} \\ e &= L \frac{di}{dt} \end{aligned} \right\} \longrightarrow L = \frac{d\lambda}{di} \xrightarrow{\mu = \sigma \tau} \boxed{L = \frac{\lambda}{i}}$$



ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΗ ΡΟΗ ΑΓΩΓΟΥ ΠΟΥ ΑΝΗΚΕΙ ΣΕ ΟΜΑΔΑ ΑΓΩΓΩΝ

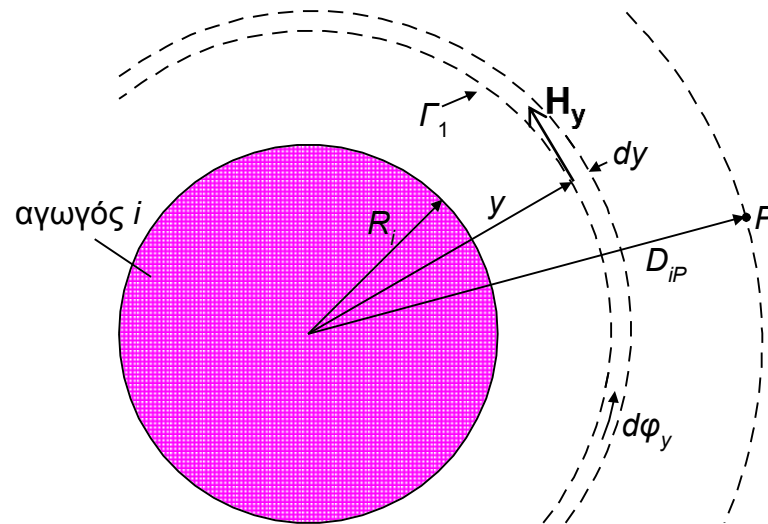


$$\Lambda_i^P = \Lambda_{ii}^P + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{ij}^P = \Lambda_{\varepsilon\xi i}^P + \Lambda_{\varepsilon\sigma i}^P + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{ij}^P$$

Νόμος AMPERE : Η επαπτομενική συνιστώσα της έντασης του μαγνητικού πεδίου όταν ολοκληρωθεί κατά μήκος κλειστού δρόμου Γ , ισούται με το ρεύμα i_e που περικλείεται από αυτόν τον δρόμο.

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{H}_{\varepsilon\varphi} \cdot d\mathbf{l} = i_e$$

Υπολογισμός $\lambda_{\epsilon\xi i}^P$

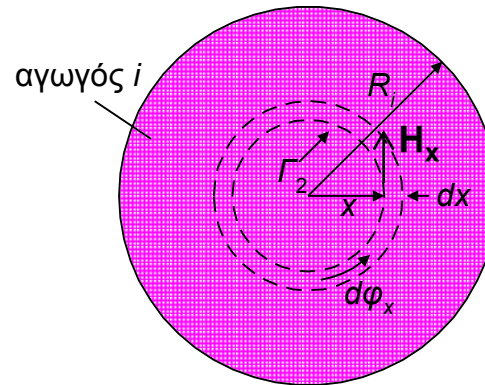


$$\oint_{\Gamma_1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_y 2\pi y = i_i \longrightarrow H_y = \frac{i_i}{2\pi y}$$

$$d\phi_y = B_y (1 \cdot dy) = \mu_0 H_y dy = \frac{\mu_0 i_i}{2\pi y} dy = d\lambda_y$$

$$\lambda_{\epsilon\xi i}^P = \int_{R_i}^{D_{iP}} d\lambda_y = \frac{\mu_0 i_i}{2\pi} \ln \frac{D_{iP}}{R_i}$$

Υπολογισμός $\lambda_{\epsilon\sigma i}^P$

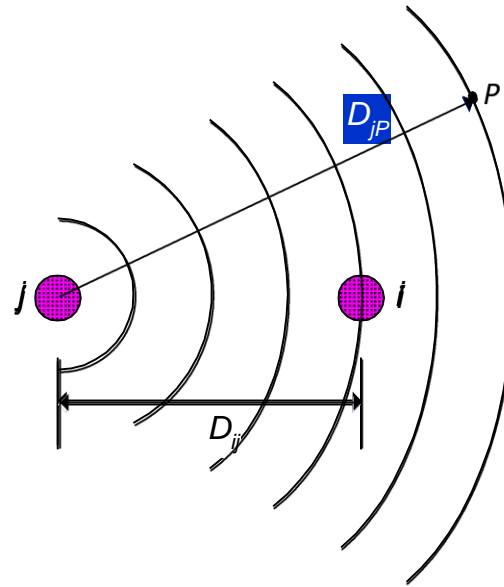


$$\oint_{\Gamma_2} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_x 2\pi x = \frac{\pi x^2}{\pi R_i^2} i_i \longrightarrow H_x = \frac{x}{2\pi R_i^2} i_i$$

$$d\phi_x = \mathbf{B}_x \cdot (1 \cdot dx) = \mu H_x dx = \frac{\mu x i_i}{2\pi R_i^2} dx \longrightarrow d\lambda_x = \frac{x^2}{R_i^2} d\phi_x = \frac{\mu x^3 i_i}{2\pi R_i^4} dx$$

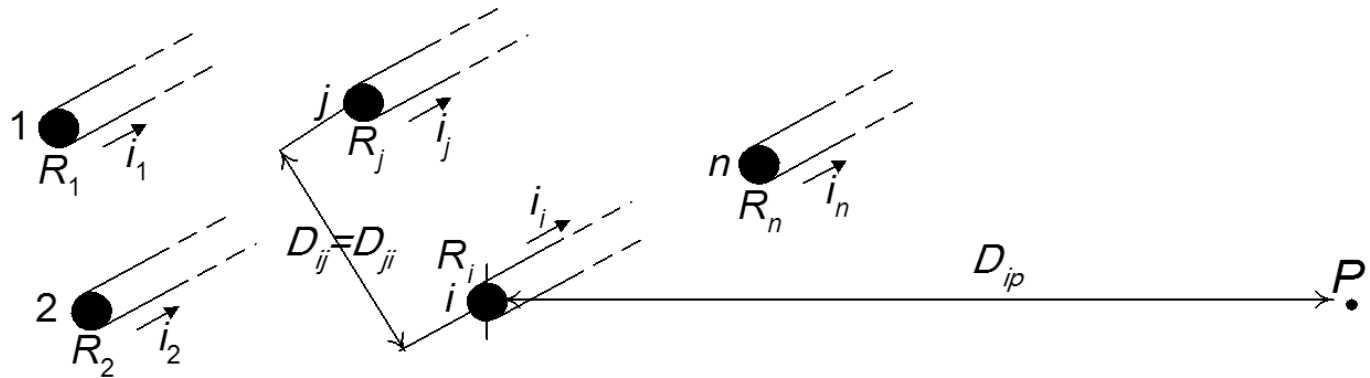
$$\lambda_{\epsilon\sigma i} = \int_0^{R_i} d\lambda_x = \frac{\mu i_i}{8\pi}$$

Υπολογισμός λ_{ij}^P



$$\lambda_{ij}^P = \frac{\mu_0 i_j}{2\pi} \ln \frac{D_{jP}}{D_{ij}}$$

Υπολογισμός λ_i^P



$$\begin{aligned} \lambda_i^P &= \lambda_{ii}^P + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \lambda_{ij}^P = \frac{\mu_0 i_i}{2\pi} \ln \frac{D_{ip}}{R_i} + \frac{\mu i_i}{8\pi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{\mu_0 i_j}{2\pi} \ln \frac{D_{jp}}{D_{ij}} \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_1 \ln \frac{D_{1P}}{D_{i1}} + i_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{i2}} + \dots + i_n \ln \frac{D_{nP}}{D_{in}} \right) \quad D_{ii} = R_i' = R_i e^{-1/4} = 0.7788 R_i \\ &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_1 \ln \frac{1}{D_{i1}} + i_2 \ln \frac{1}{D_{i2}} + \dots + i_n \ln \frac{1}{D_{in}} \right) + \frac{\mu_0}{2\pi} (i_1 \ln D_{1P} + i_2 \ln D_{2P} + \dots + i_n \ln D_{nP}) \end{aligned}$$

$$\lambda_i = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_1 \ln \frac{1}{D_{i1}} + i_2 \ln \frac{1}{D_{i2}} + \dots + i_n \ln \frac{1}{D_{in}} \right)$$



$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$\lambda = L i$$

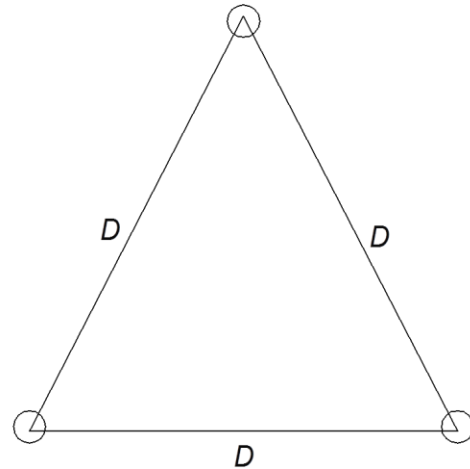
$$L_{ii} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{R'_i} \quad i = 1, \dots, n$$

$$R'_i = R_i e^{-1/4} = 0.7788 R_i$$

$$L_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{ij}} \quad i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$$



ΕΠΑΓΩΓΗ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ



$$\lambda_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{R'} + i_b \ln \frac{1}{D} + i_c \ln \frac{1}{D} \right) \quad \xrightarrow{i_b + i_c = -i_a}$$

$$\lambda_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{R'} - i_a \ln \frac{1}{D} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \ln \frac{D}{R'}$$

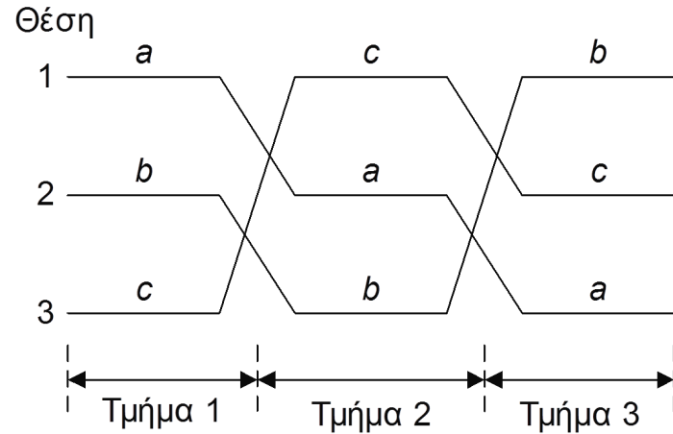
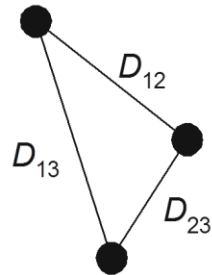
$$L_a = \frac{\lambda_a}{i_a} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{R'} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{R'} \quad \text{H/m}$$



ΕΠΑΓΩΓΗ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ

ΜΕ ΜΗ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ

ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΣΗ ΦΑΣΕΩΝ



$$\lambda_a^{(1)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{R'} + i_b \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$\lambda_a^{(2)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{R'} + i_b \ln \frac{1}{D_{23}} + i_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right)$$

$$\lambda_a^{(3)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{R'} + i_b \ln \frac{1}{D_{13}} + i_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

$$\lambda_a = \frac{1}{3} (\lambda_a^{(1)} + \lambda_a^{(2)} + \lambda_a^{(3)})$$



$$\lambda_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{R'} + i_b \ln \frac{1}{D_m} + i_c \ln \frac{1}{D_m} \right)$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \ln \frac{D_m}{R'}$$

όπου

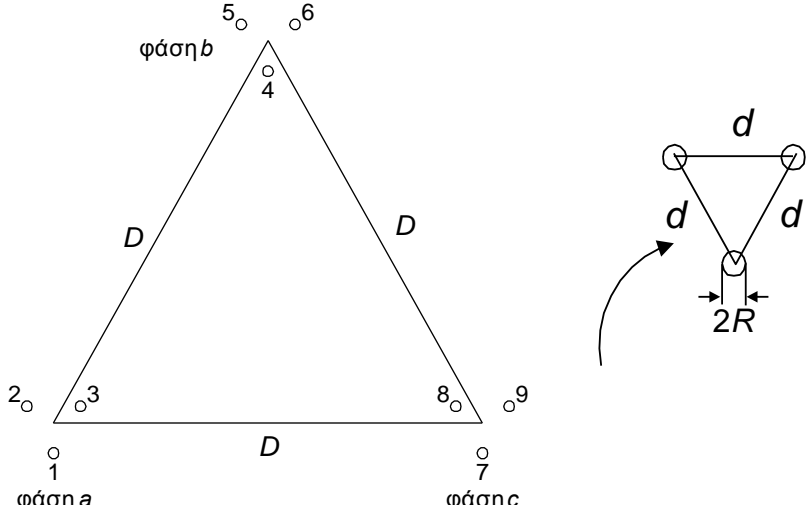
$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}$$

= μέση γεωμετρική απόσταση των τριών αποστάσεων D_{12} , D_{13} και D_{23} .

$$L_a = \frac{\lambda_a}{i_a} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{R'} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{R'} \text{ H/m}$$



ΕΠΑΓΩΓΗ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΠΟΤΕΛΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΓΩΓΟΥΣ ΔΕΣΜΗΣ



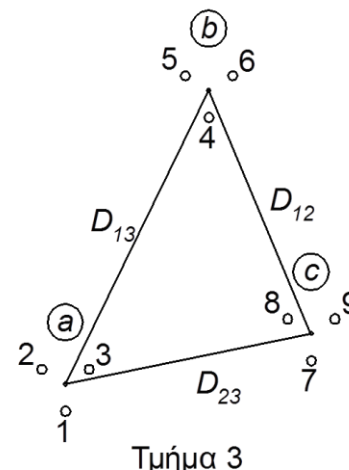
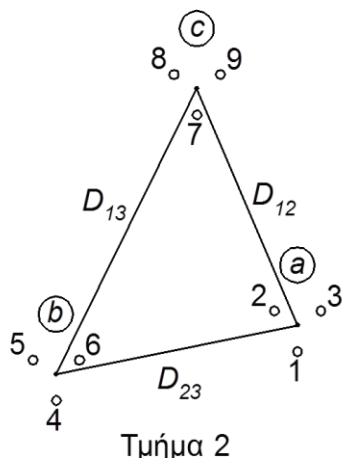
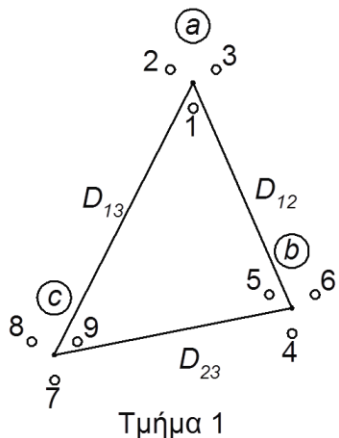
$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\frac{i_a}{3} \left(\ln \frac{1}{R'} + \ln \frac{1}{d_{12}} + \ln \frac{1}{d_{13}} \right) + \frac{i_b}{3} \left(\ln \frac{1}{d_{14}} + \ln \frac{1}{d_{15}} + \ln \frac{1}{d_{16}} \right) + \frac{i_c}{3} \left(\ln \frac{1}{d_{17}} + \ln \frac{1}{d_{18}} + \ln \frac{1}{d_{19}} \right) \right] \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \ln \frac{1}{\sqrt[3]{R' d_{12} d_{13}}} + i_b \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{14} d_{15} d_{16}}} + i_c \ln \frac{1}{\sqrt[3]{d_{17} d_{18} d_{19}}} \right] \xrightarrow{\substack{D_s = \sqrt[3]{R' d_{12} d_{13}} \\ \sqrt[3]{d_{14} d_{15} d_{16}} = D_{1b}, \sqrt[3]{d_{17} d_{18} d_{19}} = D_{1c}}} \\
 &= \frac{\mu_0}{2\pi} \left[i_a \ln \frac{1}{D_s} + i_b \ln \frac{1}{D_{1b}} + i_c \ln \frac{1}{D_{1c}} \right] \xrightarrow{D_{1b} \approx D_{1c} \approx D} = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \ln \frac{D}{D_s}
 \end{aligned}$$

$$L_1 = \frac{\lambda_1}{i_a / 3} = 3 \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{D_s}$$

$$L_a = \frac{L_1}{3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{D_s} \text{ H/m}$$



ΕΠΑΓΩΓΗ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕ ΜΗ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΠΟΤΕΛΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΓΩΓΟΥΣ ΔΕΣΜΗΣ



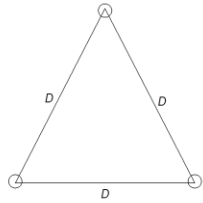
$$\lambda_1^{(1)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{D_s} + i_b \ln \frac{1}{D_{12}} + i_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right) \quad \lambda_1^{(2)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{D_s} + i_b \ln \frac{1}{D_{23}} + i_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right) \quad \lambda_1^{(3)} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{D_s} + i_b \ln \frac{1}{D_{13}} + i_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{3} (\lambda_1^{(1)} + \lambda_1^{(2)} + \lambda_1^{(3)}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(i_a \ln \frac{1}{D_s} + i_b \ln \frac{1}{D_m} + i_c \ln \frac{1}{D_m} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} i_a \ln \frac{D_m}{D_s} \quad , D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$$

$$L_a = \frac{L_1}{3} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad \text{H/m}$$

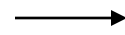
ΣΥΝΟΨΗ

$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s} = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s}$$

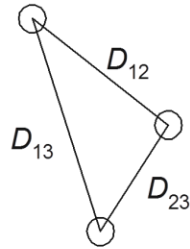


$$D_m = \sqrt[3]{DDD} = D$$

$$D_s = R'$$

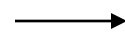


$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{R'}$$

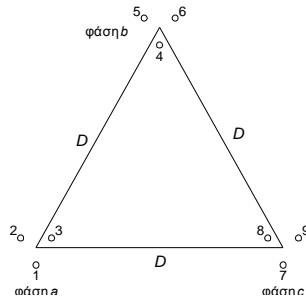


$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}$$

$$D_s = R'$$

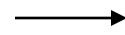


$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{R'}$$

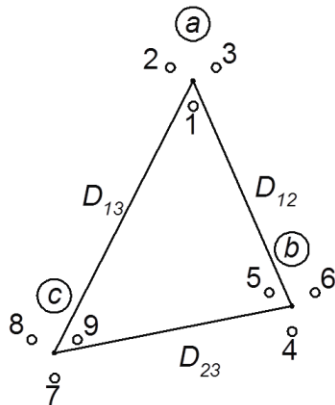


$$D_m = \sqrt[3]{DDD} = D$$

$$D_s = \sqrt[3]{R' d d}$$

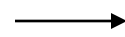


$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D}{D_s}$$



$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}$$

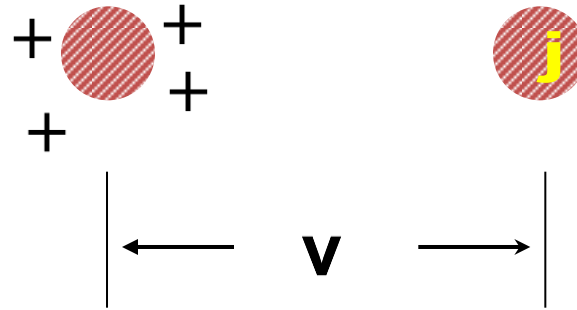
$$D_s = \sqrt[3]{R' d d}$$



$$L_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_m}{D_s}$$



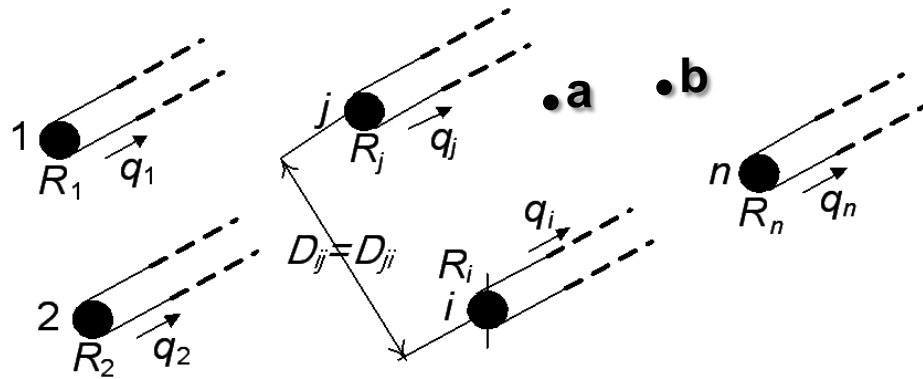
ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΓΡΑΜΜΩΝ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ



$$C = \frac{q}{v}$$



ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΜΕΤΑΞΥ ΔΥΟ ΣΗΜΕΙΩΝ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΤΑ ΦΟΡΤΙΑ ΟΜΑΔΑΣ ΑΓΩΓΩΝ



$$\sum_i q_i = 0$$

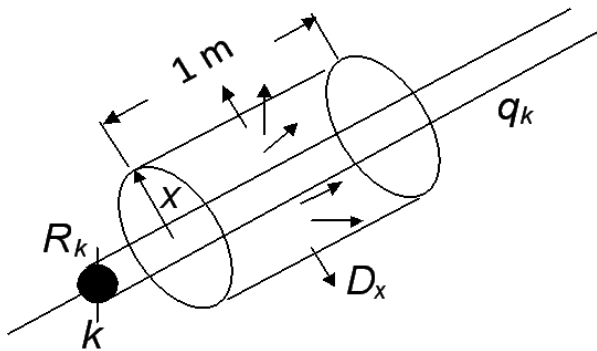
$$V_{ab} = \sum_{k=1}^n V_{ab}^k$$



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAUSS- ΕΥΡΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Η ηλεκτρική ροή που εξέρχεται από κλειστή επιφάνεια A ισούται με το φορτίο q_e που περικλείεται από αυτήν την επιφάνεια.

$$\int_A \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = q_e$$

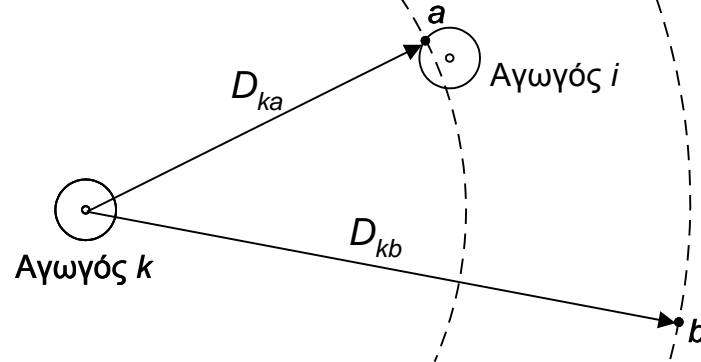


$$\int_A \mathbf{D}_x^k \cdot d\mathbf{s} = D_x^k (2\pi x \times 1) = q_k \times 1$$

$$D_x^k = \frac{q_k}{2\pi x}$$

$$E_x^k = \frac{D_x^k}{\epsilon_0} = \frac{q_k}{2\pi\epsilon_0 x}$$

ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΑΓΩΓΟΥ ΠΟΥ ΑΝΗΚΕΙ ΣΕ ΟΜΑΔΑ ΑΓΩΓΩΝ



$$v_{ab}^k = \int_{D_{ka}}^{D_{kb}} E_x^k dx = \frac{q_k}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D_{kb}}{D_{ka}}$$

$$v_{ab} = \sum_{k=1}^n v_{ab}^k = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{D_{kb}}{D_{ka}} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[\sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{1}{D_{ka}} + \sum_{k=1}^n q_k \ln D_{kb} \right]$$

Av $b \rightarrow \infty \longrightarrow v_{ab} = v_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{1}{D_{ka}}$

$$v_i = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_1 \ln \frac{1}{D_{1i}} + \dots + q_i \ln \frac{1}{R_i} + \dots + q_n \ln \frac{1}{D_{ni}} \right]$$



$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \cdots & \Phi_{1n} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \cdots & \Phi_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Phi_{n1} & \Phi_{n2} & \cdots & \Phi_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_n \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} = \Phi \mathbf{q}$$

όπου $\Phi_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{1}{D_{ij}}\right)$

και $D_{ij} = R_i$

$$\mathbf{q} = \Phi^{-1} \mathbf{v} = \mathbf{C} \mathbf{v}$$

$$\mathbf{C} = \Phi^{-1}$$



ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΓΗΣ ΣΤΗ ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΑΓΩΓΩΝ

Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΕΙΔΩΛΩΝ

$$v_i = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \left(q_k \ln \frac{1}{D_{ki}} + q_{k'} \ln \frac{1}{D_{k'i}} \right) \quad \frac{D_{k'i} = D_{ki'}}{q_{k'} = -q_k} \rightarrow$$

$$v_i = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n q_k \ln \frac{D_{ki'}}{D_{ki}}$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{F} \mathbf{q}$$

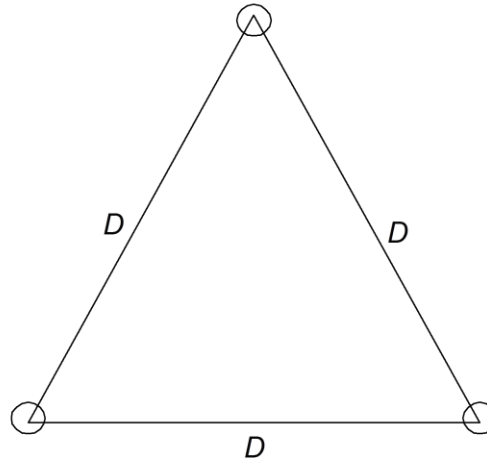
όπου $f_{ij} = \left(\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \right) \ln(D_{ji'}/D_{ji})$

$$\mathbf{q} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{v} = \mathbf{C}_e \mathbf{v}$$

$$\boxed{\mathbf{C}_e = \mathbf{F}^{-1}}$$



ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ



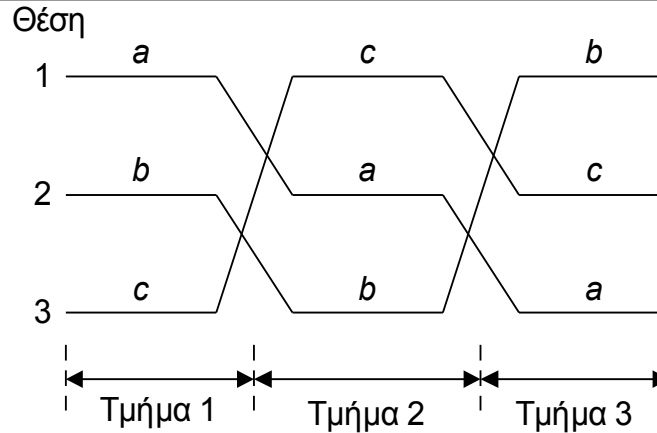
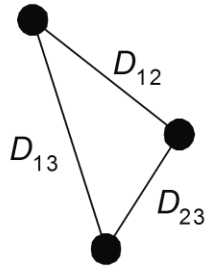
$$v_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{R} + q_b \ln \frac{1}{D} + q_c \ln \frac{1}{D} \right)$$

$$\xrightarrow{i_b + i_c = -i_a}$$

$$v_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{R} - q_a \ln \frac{1}{D} \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} q_a \ln \frac{D}{R}$$

$$C_a = \frac{q_a}{v_a} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{R}} = \frac{1}{18 \times 10^9 \ln \frac{D}{R}} \quad \text{F/m}$$

ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ ΜΕ ΜΗ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ



$$v_a^{(1)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{R} + q_b \ln \frac{1}{D_{12}} + q_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$v_a^{(2)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{R} + q_b \ln \frac{1}{D_{23}} + q_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right)$$

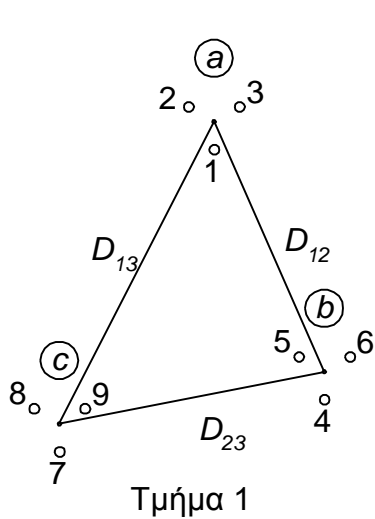
$$v_a^{(3)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{R} + q_b \ln \frac{1}{D_{13}} + q_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

$$v_a = \frac{1}{3} (v_a^{(1)} + v_a^{(2)} + v_a^{(3)}) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{1}{R} + q_b \ln \frac{1}{D_m} + q_c \ln \frac{1}{D_m} \right) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} q_a \ln \frac{D_m}{R}$$

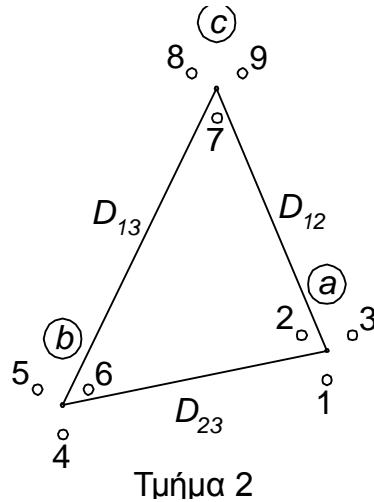
$$C_a = \frac{q_a}{v_a} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_m}{R}} = \frac{1}{18 \times 10^9 \ln \frac{D_m}{R}} \quad \text{F/m}$$

ΧΩΡΗΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΡΙΦΑΣΙΚΗΣ ΓΡΑΜΜΗΣ

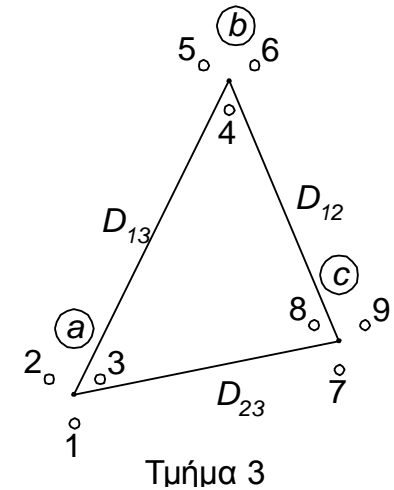
ΜΕ ΜΗ ΙΣΑΠΕΧΟΥΣΕΣ ΦΑΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΠΟΤΕΛΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΓΩΓΟΥΣ ΔΕΣΜΗΣ



$$v_1^{(1)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} (q_a \ln \frac{1}{D_s} + q_b \ln \frac{1}{D_{12}} + q_c \ln \frac{1}{D_{13}})$$



$$v_1^{(2)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} (q_a \ln \frac{1}{D_s} + q_b \ln \frac{1}{D_{23}} + q_c \ln \frac{1}{D_{12}})$$



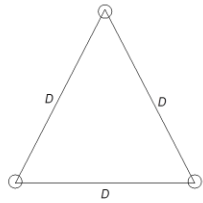
$$v_1^{(3)} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} (q_a \ln \frac{1}{D_s} + q_b \ln \frac{1}{D_{13}} + q_c \ln \frac{1}{D_{23}})$$

$$v_1 = \frac{1}{3} (v_1^{(1)} + v_1^{(2)} + v_1^{(3)}) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} (q_a \ln \frac{1}{D_s} + q_b \ln \frac{1}{D_m} + q_c \ln \frac{1}{D_m}) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} q_a \ln \frac{D_m}{D_s}$$

$$C_a \approx 3C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_m}{D_s}} = \frac{1}{18 \times 10^9 \ln \frac{D_m}{D_s}} \text{ F/m}$$

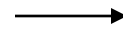
ΣΥΝΟΨΗ

$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_m}{D_s}}$$

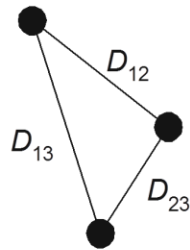


$$D_m = \sqrt[3]{DDD} = D$$

$$D_s = R$$

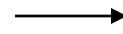


$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{R}}$$

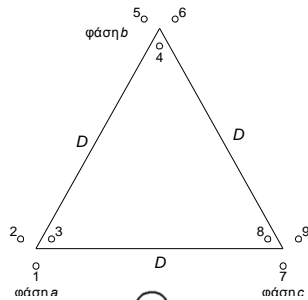


$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}$$

$$D_s = R$$

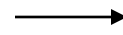


$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_m}{R}}$$

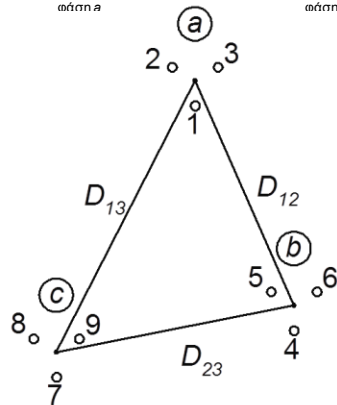


$$D_m = \sqrt[3]{DDD} = D$$

$$D_s = \sqrt[3]{Rdd}$$

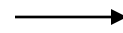


$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D}{D_s}}$$



$$D_m = \sqrt[3]{D_{12}D_{13}D_{23}}$$

$$D_s = \sqrt[3]{Rdd}$$



$$C_a = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_m}{D_s}}$$



Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτή την ενότητα είναι από το βιβλίο «Εισαγωγή στα Συστήματα Ηλεκτρικής Ενέργειας», Γ.Β. Γιαννακόπουλος, Ν.Α. Βοβός, Εκδόσεις ΖΗΤΗ.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

