ΒΑΣΙΚΕΣ ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ Σ.Η.Ε.

- ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ

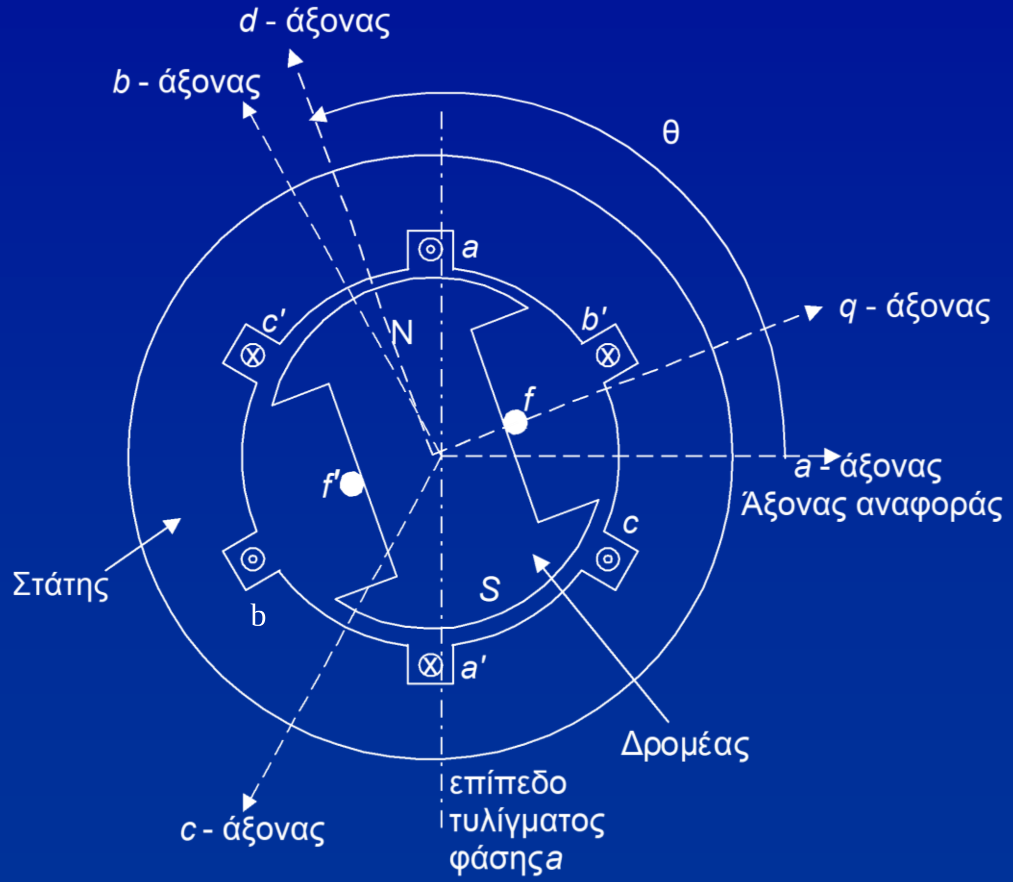
- ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΤΗΣ ΙΣΧΥΟΣ

- ΓΡΑΜΜΗ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ

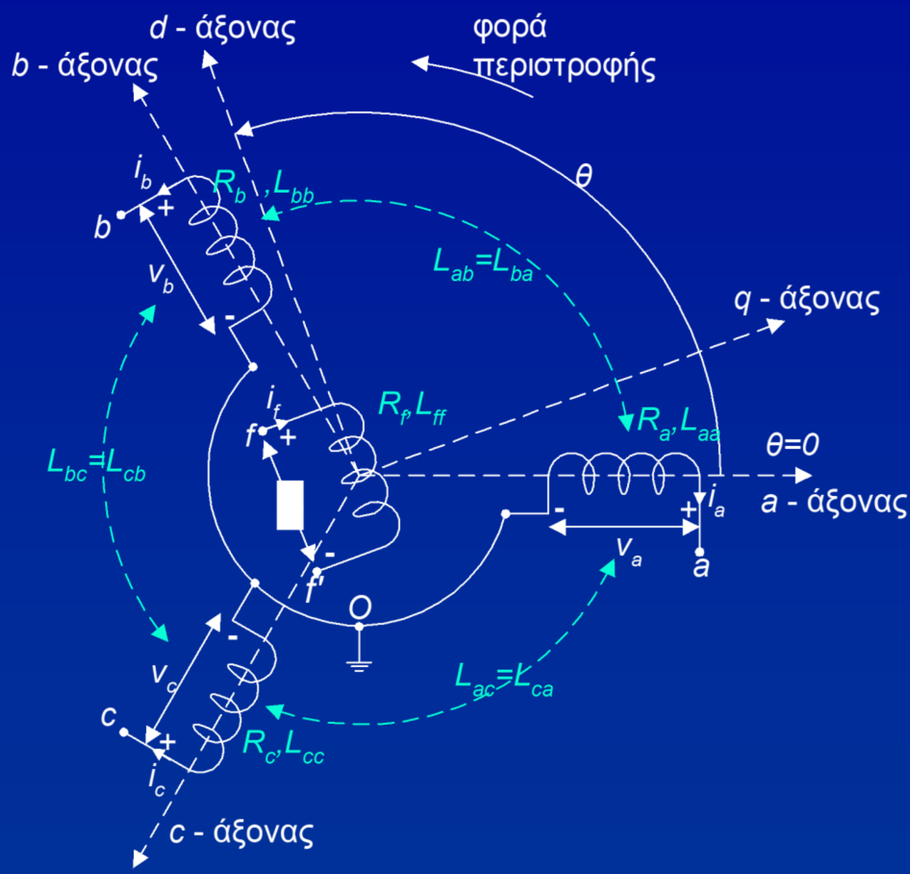
ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ
ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ

$$\theta = \omega t + \theta_0$$
$$= \omega t + \delta + \frac{\pi}{2}$$

$$f = \frac{P}{2}\frac{N}{60} = \frac{P}{2} f_m$$
$$\theta_e = \frac{P}{2}\theta_m$$



ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ
ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΜΕ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΑ



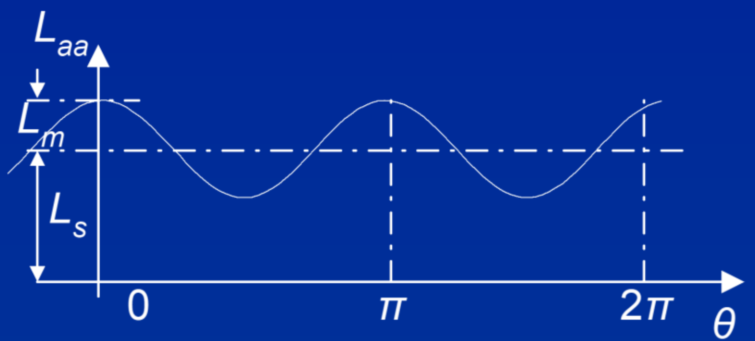
ΔΡΟΜΕΑΣ ΜΕ ΕΚΤΥΠΟΥΣ ΠΟΛΟΥΣ: *Ολες οι επαγωγές, εκτός L_{ff}, συναρτήσεις της γωνίας θ.*

ΔΡΟΜΕΑΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΣ: *Ολες οι επαγωγές, εκτός L_{af}, L_{bf}, L_{cf}, σταθερές.*

ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ
ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ

ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta,$$



$$L_s > L_m > 0$$

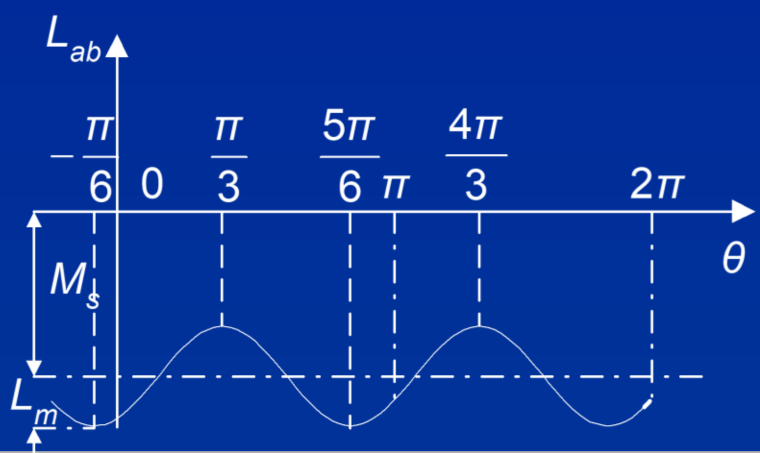
ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ
ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ

ΑΜΟΙΒΑΙΕΣ ΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ

$$L_{ab} = \kappa\alpha\tau\iota + [const]\cos 2(\theta - \frac{\pi}{3})$$

$$= \kappa\alpha\tau\iota - [const]\cos(2\theta - \frac{2\pi}{3} + \pi)$$

$$= -M_s - L_m \cos 2(\theta + \frac{\pi}{6})$$



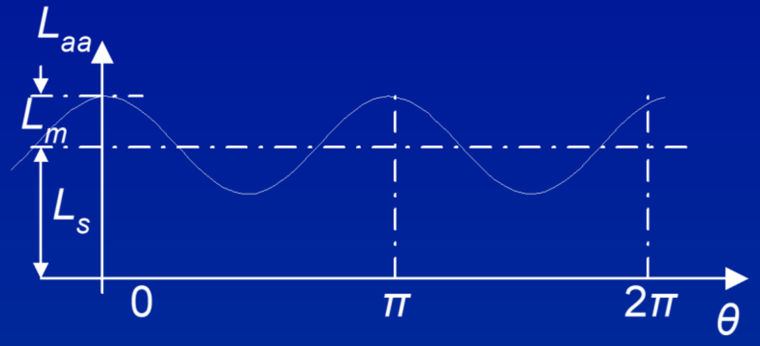
ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΗΧΑΝΗ
ΕΠΑΓΩΓΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ

ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta, \qquad L_s > L_m > 0$$

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos 2(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos 2(\theta + \frac{2\pi}{3})$$

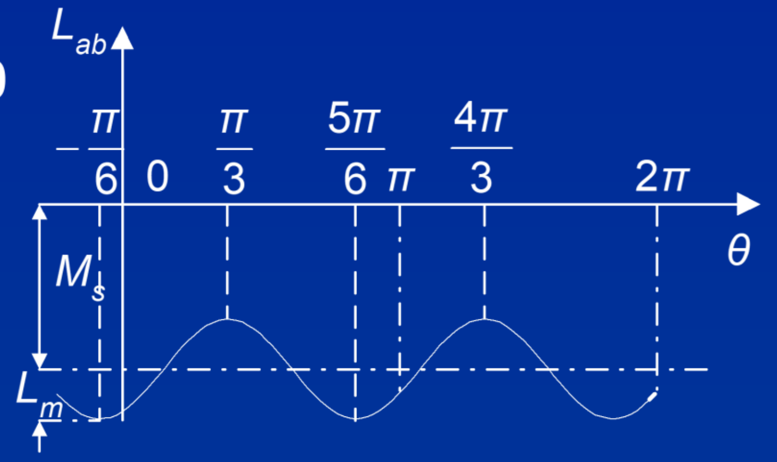


ΑΜΟΙΒΑΙΕΣ ΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΩΝ ΣΤΑΤΗ

$$L_{ab} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + \frac{\pi}{6}), \quad M_s > L_m > 0$$

$$L_{bc} = -M_s - L_m \cos 2(\theta - \frac{\pi}{2})$$

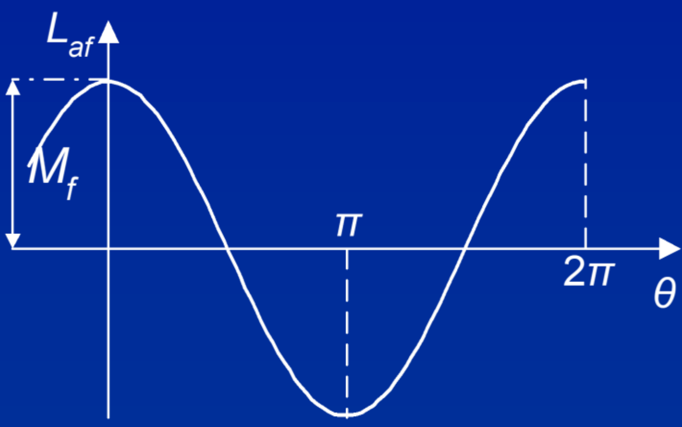
$$L_{ac} = -M_s - L_m \cos 2(\theta + \frac{5\pi}{6})$$



ΑΥΤΕΠΑΓΩΓΗ ΤΥΛΙΓΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΕΑ

$$L_{ff} = L_f$$

ΑΜΟΙΒΑΙΕΣ ΕΠΑΓΩΓΕΣ ΤΥΛΙΓΜΑΤΟΣ ΔΡΟΜΕΑ ΜΕ ΤΥΛΙΓΜΑΤΑ ΣΤΑΤΗ



$$L_{af} = M_f \cos\theta$$

$$L_{bf} = M_f \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$L_{cf} = M_f \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) = M_f \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Για μηχανή με κυλινδρικό δρομέα $L_m = 0$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΑΣΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

$$v_a = -R_s i_a - \frac{d\lambda_a}{dt}$$

$$v_b = -R_s i_b - \frac{d\lambda_b}{dt}$$

$$v_c = -R_s i_c - \frac{d\lambda_c}{dt}$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt}$$

όπου

$$\lambda_a = L_{aa} i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{af} i_f$$

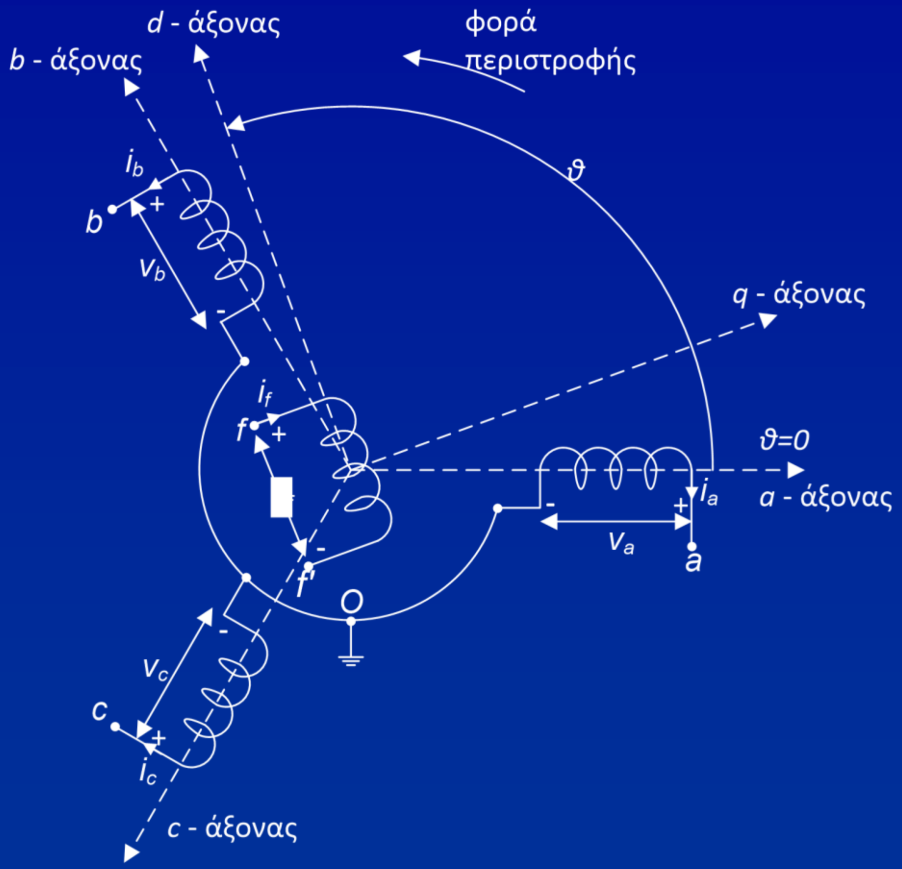
$$\lambda_b = L_{ba} i_a + L_{bb} i_b + L_{bc} i_c + L_{bf} i_f$$

$$\lambda_c = L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_{cc} i_c + L_{cf} i_f$$

$$\lambda_f = L_{fa} i_a + L_{fb} i_b + L_{fc} i_c + L_{ff} i_f$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \hline -v_f \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\left\{ \left[\begin{array}{ccc|c} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} \\ \hline L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} \end{array} \right] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} \right\}$$

$$\boxed{v = -Ri - \frac{d}{dt}(L(\theta)i) = -Ri - L(\theta)\frac{di}{dt} - \frac{dL(\theta)}{d\theta}\frac{d\theta}{dt}i}$$



d - άξονας
b - άξονας
φορά
περιστροφής
ϑ
q - άξονας
ϑ=0
a - άξονας
c - άξονας
O
a
b
c
f
f'

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ PARK

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

όπου

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$i_{dq0} = P i_s$$

$$v_{dq0} = P v_s$$

$$\lambda_{dq0} = P \lambda_s$$

Αντίστροφος μετασχηματισμός

$$i_s = P^{-1} i_{dq0}$$

$$v_s = P^{-1} v_{dq0}$$

$$\lambda_s = P^{-1} \lambda_{dq0}$$

P : *βρισκει τα μετρα των συνιστωσων ενος τριφασικου* a,b,c *στο* d,q.

Δεν οριζει διανυσματα στο καρτεσιανο

όπου $P^{-1} = P^T$

Επαυξημένος μετασχηματισμός

$$\mathbf{i_B} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ \hline i_f \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{P} & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \hline i_f \end{bmatrix} = \mathbf{Bi}$$

$$\mathbf{v_B} = \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ \hline -v_f \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{P} & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \hline -v_f \end{bmatrix} = \mathbf{Bv}$$

$$\lambda_B = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \\ \lambda_0 \\ \hline \lambda_f \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \mathbf{P} & 0 \\ \hdashline 0 & 1 \end{array}\right] \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \\ \hline \lambda_f \end{bmatrix} = \mathbf{B}\lambda$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΩΝ ΡΟΩΝ

$$\lambda = \mathbf{L}\mathbf{i}$$

$$\mathbf{B}\mathbf{B}^{-1}\lambda_B = \mathbf{B}\mathbf{L}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{i}_B$$

$$\boxed{\lambda_B = \mathbf{L}_B\mathbf{i}_B}$$

όπου $\mathbf{L}_B = \mathbf{B}\mathbf{L}\mathbf{B}^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \hline \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{array}\right]$

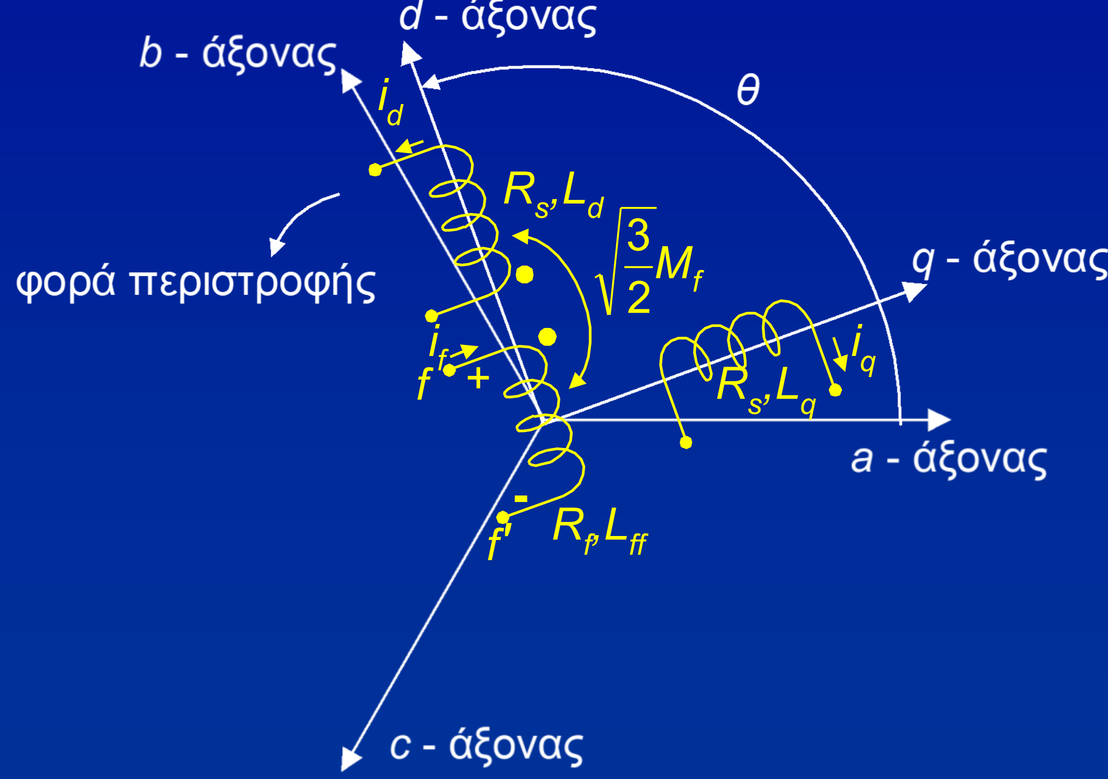
$$L_d = L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m$$

$$L_q = L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m$$

$$L_0 = L_s - 2M_s$$

ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΜΕ ΕΙΚΟΝΙΚΑ ΤΥΛΙΓΜΑΤΑ ΚΑΤΑ ΤΟΥΣ d-,q- ΑΞΟΝΕΣ

$$\mathbf{L_B} = \left[\begin{array}{ccc|c} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \hline \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{array}\right]$$



ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΑΣΗΣ

$$v = -Ri - \frac{d\lambda}{dt}$$

$$= \underbrace{BB^{-1}v_B}_{v} = -\underbrace{BRB^{-1}}_{R}i_B - B\underbrace{\frac{d}{dt}(B^{-1}\lambda_B)}_{\frac{dB^{-1}}{dt}\underbrace{\lambda_B}_{L_B i_B} + B^{-1}\frac{d\lambda_B}{dt}}$$

$$v_B = -Ri_B - B\frac{dB^T}{dt}\lambda_B - \frac{d\lambda_B}{dt}$$

$$\boxed{v_B = -Ri_B - L_B\frac{di_B}{dt} - B\frac{dB^T}{dt}\lambda_B, \quad B\frac{dB^T}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & \omega & 0 & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}$$

και υπό αναλυτική (μεικτή: i & λ) μορφή

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix} \omega\lambda_q \\ -\omega\lambda_d \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad ό\pi o \upsilon \qquad \begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_f \\ L_q i_q \end{bmatrix}$$

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΑΣΗΣ

$$v = -Ri - \frac{d\lambda}{dt}$$

$$= \underbrace{BB^{-1}\,v_B}_{v} = -B\underbrace{RB^{-1}}_{R}i_B - B\underbrace{\frac{d}{dt}(B^{-1}\lambda_B)}_{\frac{dB^{-1}}{dt}\underbrace{\lambda_B}_{L_B i_B} + B^{-1}\frac{d\lambda_B}{dt}}$$

$$v_B = -Ri_B - \underbrace{B\frac{dB^{-1}}{dt}L_B}_{R'}i_B - L_B\frac{di_B}{dt}$$

$$\boxed{v_B = -(R + R')i_B - L_B\frac{di_B}{dt}}$$

και υπό αναλυτική μορφή (εξίσωση ρευμάτων)

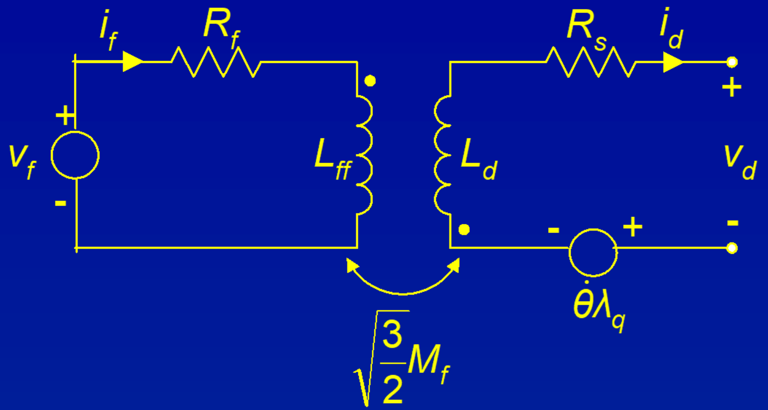
$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & \dot{\theta}L_q & 0 & 0 \\ -\dot{\theta}L_d & R_s & 0 & -\dot{\theta}\sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}$$

Εξίσωση ροπών ΣΜ:

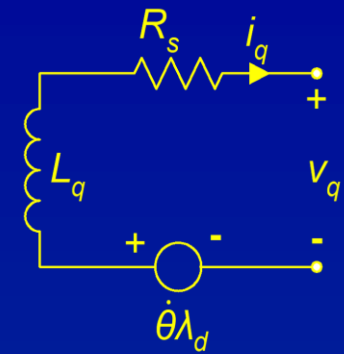
$$J\dot{\omega} = -b\omega + T_e - T_m$$

$$T_e = L_d i_d i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_f i_q - L_q i_d i_q$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ



κύκλωμα
ευθέος άξονα



κύκλωμα
εγκάρσιου άξονα

$$\dot{\theta} = \omega$$

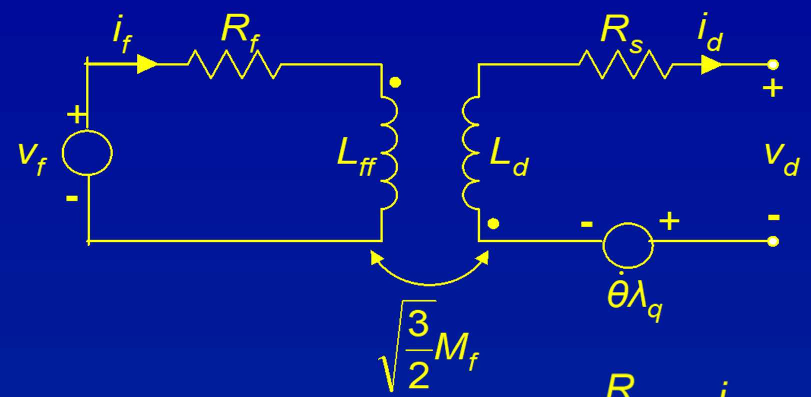
$$\lambda_d = L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f i_f \quad \Rightarrow \dot{\lambda}_d = L_d \frac{d}{dt} i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \frac{d}{dt} i_f$$

$$\lambda_q = L_q i_q \quad \Rightarrow \dot{\lambda}_q = L_q \frac{d}{dt} i_q$$

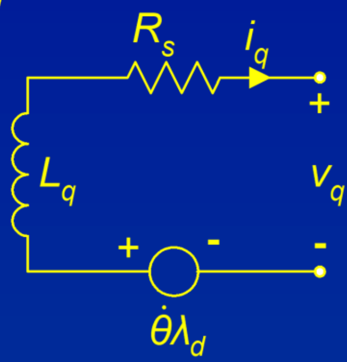
$$V_d = -R_s i_d - \dot{\lambda}_d - \omega\lambda_q = -R_s i_d - L_d \frac{d}{dt} i_d - \sqrt{\frac{3}{2}} M_f \frac{d}{dt} i_f - \omega\lambda_q$$

$$V_q = -R_s i_q - \dot{\lambda}_q + \omega\lambda_d = -R_s i_q - L_q \frac{d}{dt} i_q + \omega\lambda_d$$

ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΚΥΚΛΩΜΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ

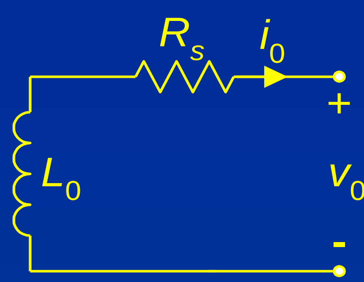


κύκλωμα ευθέος άξονα



κύκλωμα εγκάρσιου άξονα

$$
\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \\ -v_f \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & \dot{\theta}L_q & 0 & 0 \\ -\dot{\theta}L_d & R_s & 0 & -\dot{\theta}\sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & \sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}
$$



κύκλωμα μηδενικής ακολουθίας

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ ΣΤΙΓΜΙΑΙΑΣ ΙΣΧΥΟΣ

$$p_{3\Phi}(t) = i_a v_a + i_b v_b + i_c v_c$$

$$= \begin{bmatrix} i_a & i_b & i_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix}$$

$$= i_s^T v_s$$

$$= (P^{-1} i_{dq0})^T P^{-1} v_{dq0}$$

$$= i_{dq0}^T P P^T v_{dq0}$$

$$= i_{dq0}^T v_{dq0} = i_0 v_0 + i_d v_d + i_q v_q$$

***Στη μόνιμη κατάσταση λειτουργίας,**

η τριφασική στιγμιαία ισχύς = πραγματική ισχύ

ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΗΧΑΝΗΣ ΣΤΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΧΩΡΙΣ ΦΟΡΤΙΟ

$i_a = i_b = i_c = 0 \qquad v_f = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow i_f = i_f^o = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad d\theta / dt = \omega = \sigma\tau\alpha\theta.$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \hline -v_f \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\left\{ \left[\begin{array}{ccc|c} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} \\ \hline L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} \end{array}\right] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} \right\}$$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = -i_f^o \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_{af} \\ L_{bf} \\ L_{cf} \end{bmatrix} = -i_f^o \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} M_f \cos\theta \\ M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_f \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} = i_f^o M_f \omega \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$e_a = i_f^o M_f \omega \sin\theta = i_f^o M_f \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \delta) = i_f^o M_f \omega \cos(\omega t + \delta)$$

$$e_a \longrightarrow \boxed{E_a = \frac{i_f^o M_f \omega}{\sqrt{2}} e^{j\delta} = |E| e^{j\delta}}$$

ΜΟΝΤΕΛΑ ΜΗΧΑΝΗΣ ΣΤΗ ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΜΕ ΦΟΡΤΙΟ ΚΑΙ ΣΤΑΘΕΡΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ

$i_a = i_b = i_c \neq 0 \qquad v_f = \sigma\tau\alpha\theta. \Rightarrow i_f = i_f^o = \sigma\tau\alpha\theta. \qquad d\theta / dt = \omega = \sigma\tau\alpha\theta.$

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ \hline -v_f \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_f \end{bmatrix} - \frac{d}{dt}\left\{\begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}\right\} - \frac{d}{dt}\left\{\begin{bmatrix} L_{af} \\ L_{bf} \\ L_{cf} \\ L_{ff} \end{bmatrix} i_f\right\}$$

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = -i_f^o \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} L_{af} \\ L_{bf} \\ L_{cf} \end{bmatrix} = -i_f^o \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} M_f \cos\theta \\ M_f \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_f \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} = i_f^o M_f \omega \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$e_a = i_f^o M_f \omega \sin\theta = i_f^o M_f \omega \cos(\omega t + \delta)$$

$$\boxed{E_a = \frac{i_f^o M_f \omega}{\sqrt{2}} e^{j\delta} = |E| e^{j\delta}}$$

όπου $\frac{d}{dt}(L_{fa} i_a) = C \sin A \cos B + C \cos A \sin B = C \sin(A + B)$

και ομοίως οι άλλοι όροι μετατεθιμένοι κατα 120^0 & 240^0

ΠΑΡΑΔΕΙΜΑ: d-,q-,0- ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ
ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ PARK

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

όπου

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin\theta & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$i_{dq0} = P i_s \quad \xrightarrow{\text{Αντίστροφος μετασχηματισμός}} \quad i_s = P^{-1} i_{dq0}$$

$$\theta = \omega t + \theta_0 = \omega t + \delta + \frac{\pi}{2}$$

P : *βρισκει τα μετρα των συνιστωσων ενος τριφασικου* **a,b,c** *στο* **d,q.**
Δεν οριζει διανυσματα στο καρτεσιανο

όπου $P^{-1} = P^T$

ΠΑΡΑΔΕΙΜΑ: d-,q-,0- ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

$$i_a = \sqrt{2}\,|I|\cos(\omega t - \psi)$$

$$i_b = \sqrt{2}\,|I|\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \psi)$$

$$i_c = \sqrt{2}\,|I|\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \psi)$$

θ_0 είναι η γωνία του d άξονα τη χρονική στιγμή t=0

δ είναι η γωνία του q άξονα τη χρονική στιγμή t=0

$$\boxed{\begin{aligned}\theta &= \omega t + \theta_0 \\ &= \omega t + \delta + \frac{\pi}{2}\end{aligned}}$$

Σταθερές ποσότητες

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = P\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}\,|I|\sin(\psi+\delta) \\ \sqrt{3}\,|I|\cos(\psi+\delta) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}\,|I|\sin(-\psi-\delta) \\ \sqrt{3}\,|I|\cos(-\psi-\delta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma_i = \tan^{-1}\left(\frac{i_d}{i_q}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sin(-\psi-\delta)}{\cos(-\psi-\delta)}\right) = -(\psi+\delta)$$

ΠΑΡΑΔΕΙΜΑ: d-,q-,0- ΣΥΝΙΣΤΩΣΕΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΩΝ ΤΡΙΦΑΣΙΚΩΝ ΠΟΣΟΤΗΤΩΝ

Ομοίως για τις τάσεις :

$$v_a = \sqrt{2}\,|V|\cos(\omega t - \psi + \varphi)$$

$$v_b = \sqrt{2}\,|V|\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3} - \psi + \varphi)$$

$$v_c = \sqrt{2}\,|V|\cos(\omega t + \frac{2\pi}{3} - \psi + \varphi)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\theta &= \omega t + \theta_0 \\ &= \omega t + \delta + \frac{\pi}{2}\end{aligned}}$$

Σταθερές ποσότητες

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sqrt{3}\,|V|\sin(\psi - \varphi + \delta) \\ \sqrt{3}\,|V|\cos(\psi - \varphi + \delta) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}\,|V|\sin(-\psi + \varphi - \delta) \\ \sqrt{3}\,|V|\cos(-\psi + \varphi - \delta) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma_v = \tan^{-1}\left(\frac{v_d}{v_q}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sin(-\psi + \varphi - \delta)}{\cos(-\psi + \varphi - \delta)}\right) = (-\psi + \varphi - \delta)$$

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: ΣΧΕΣΗ ΦΑΣΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ d- q- ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

ΓΕΝΙΚΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ :

$$y(t) = Y_{max}\cos(\omega t + \varphi) =$$

$$= \mathrm{Re}\left(Y_{max} e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\frac{Y_{max}}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} e^{j\omega t}\right)$$

ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ :

$$Y = \frac{Y_{max}}{\sqrt{2}} e^{j\varphi}$$ **Σταθερό στο καρτεσιανό επίπεδο**

Πηγαίνοντας από το d-q στο μιγαδικό επίπεδο, ορίζουμε τον Re άξονα ίδιο με τον άξονα στη φάση a (ωt=0)

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: ΣΧΕΣΗ ΦΑΣΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ d- q- ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix}$$

$$i_a = \sqrt{\frac{2}{3}}\left[i_d \cos\theta + i_q \sin\theta\right]$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}\left[i_d \cos\theta - i_q \cos(\frac{\pi}{2} + \theta)\right]$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \mathrm{Re}\left[i_d e^{j\theta} - i_q e^{j(\frac{\pi}{2}+\theta)}\right] = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathrm{Re}\left[(i_d - j i_q) e^{j\theta}\right]$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}} \mathrm{Re}\left[(i_d - j i_q) e^{j\pi/2} e^{j\delta} e^{j\omega t}\right]$$

$$= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\left(\frac{i_q}{\sqrt{3}} + j\frac{i_d}{\sqrt{3}}\right) e^{j\delta} e^{j\omega t}\right] \qquad \gamma_i = \tan^{-1}\left(\frac{i_d}{i_q}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sin(-\psi-\delta)}{\cos(-\psi-\delta)}\right) = -(\psi+\delta)$$

$$= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\underbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{i_q^2 + i_d^2}\; e^{-j(\delta+\psi)}}_{I_a - \text{φασικο διανυσμα}} e^{j\delta} e^{j\omega t}\right]$$

$$e^{-j\psi}$$

ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: ΣΧΕΣΗ ΦΑΣΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ d- q- ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

$$v_a = \sqrt{\frac{2}{3}}\left[v_d \cos\theta + v_q \sin\theta\right]$$

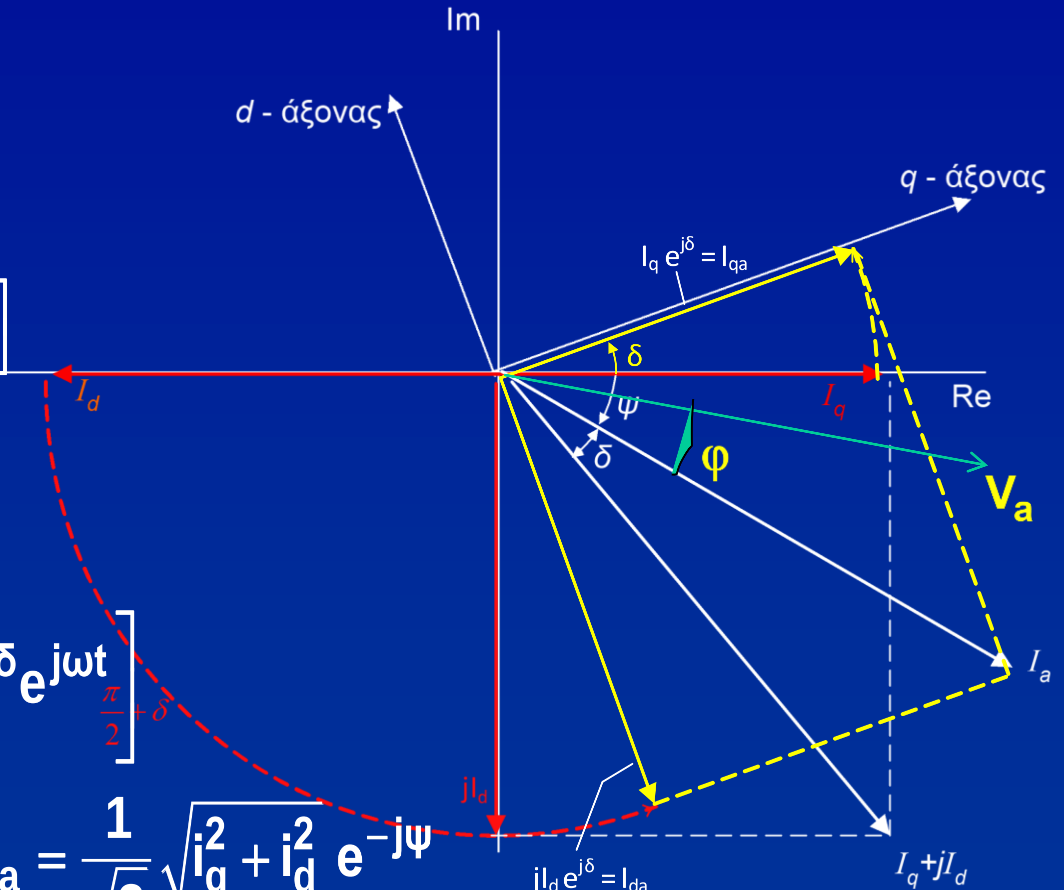
$$= \sqrt{\frac{2}{3}}\left[v_d \cos\theta - v_q \cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\right]$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3}}\,\mathrm{Re}\left[(v_d - jv_q)e^{j\pi/2}e^{j\delta}e^{j\omega t}\right]$$

$$= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\left(\frac{v_q}{\sqrt{3}} + j\frac{v_d}{\sqrt{3}}\right)e^{j\delta}e^{j\omega t}\right]$$

$$= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{v_q^2+v_d^2}\; e^{-j(\delta+\psi-\varphi)}e^{j\delta}e^{j\omega t}\right]$$

$$V_a = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{v_q^2+v_d^2}\; e^{-j(\psi-\varphi)} \quad \text{και} \quad I_a = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{i_q^2+i_d^2}\; e^{-j\psi}$$



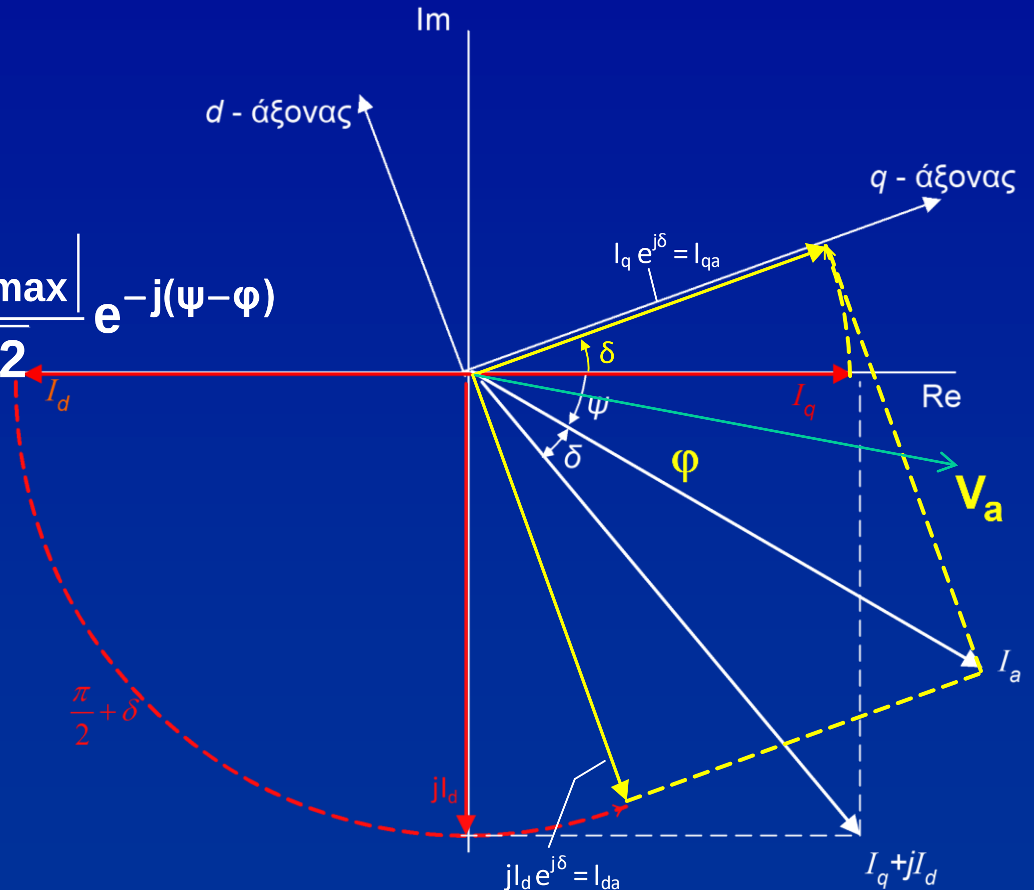
ΜΟΝΙΜΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ: ΣΧΕΣΗ ΦΑΣΙΚΟΥ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΟΣ ΚΑΙ d- q- ΣΥΝΙΣΤΩΣΩΝ

$$I_a = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{i_q^2 + i_d^2}\; e^{-j\psi} = \frac{\left|I_{a,max}\right|}{\sqrt{2}} e^{-j\psi}$$

$$= \left(\frac{i_q}{\sqrt{3}} + j\frac{i_d}{\sqrt{3}}\right) e^{j\delta}$$

$$V_a = \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{v_q^2 + v_d^2}\; e^{-j(\psi-\varphi)} = \frac{\left|V_{a,max}\right|}{\sqrt{2}} e^{-j(\psi-\varphi)}$$

$$= \left(\frac{v_q}{\sqrt{3}} + j\frac{v_d}{\sqrt{3}}\right) e^{j\delta}$$



ΑΡΑ : Ως προς τον **Re** αξονα τα φασικα διαγραμματα τασης επεται κατα $(\psi - \varphi)$ και ρευματος κατα ψ

Διαφορα τασης − ρευματος φ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΜ

$$\begin{bmatrix} v_d\\ v_q\\ v_0\\ -v_f\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} R_s & \dot\theta L_q & 0 & 0\\ -\dot\theta L_d & R_s & 0 & -\dot\theta\sqrt{\frac{3}{2}}M_f \\ 0&0&R_s&0\\ 0&0&0&R_f\end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_d\\ i_q\\ i_0\\ i_f^o\end{bmatrix} - \xcancel{\begin{bmatrix} L_d&0&0&\sqrt{\frac{3}{2}}M_f\\ 0&L_q&0&0\\ 0&0&L_0&0\\ \sqrt{\frac{3}{2}}M_f&0&0&L_{ff}\end{bmatrix}}\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i_d\\ i_q\\ i_0\\ i_f^o\end{bmatrix}$$

$i_f^o = \sigma\tau\alpha\theta.$

$i_0 = v_0 = 0$

$i_d = \sigma\tau\alpha\theta.$

$i_q = \sigma\tau\alpha\theta.$

$\dot\theta = \omega$

$$\left.\begin{aligned} v_d &= -R_s i_d - \omega L_q i_q \\ v_q &= -R_s i_q + \omega L_d i_d + \sqrt{\frac{3}{2}}\omega M_f i_f^o \end{aligned}\right\} + \xrightarrow{\text{μιγαδικό}} \begin{aligned} &\times e^{j(\frac{\pi}{2}+\delta)} / \sqrt{3} \ \text{δηλ} \times j e^{j\delta} / \sqrt{3} \\ &\times e^{j\delta} / \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\left(\frac{v_q}{\sqrt3} + j\frac{v_d}{\sqrt3}\right)e^{j\delta} = -R_s\left(\frac{i_q}{\sqrt3} + j\frac{i_d}{\sqrt3}\right)e^{j\delta} + \omega L_d\frac{i_d}{\sqrt3}e^{j\delta} - j\omega L_q\frac{i_q}{\sqrt3}e^{j\delta} + \frac{1}{\sqrt3}\sqrt{\frac{3}{2}}\omega M_f i_f^o e^{j\delta}$$

$$\underbrace{\frac{|V_{a,max}|}{\sqrt2}e^{-j(\psi-\varphi)}}_{V_a} = -R_s\underbrace{\frac{|I_{a,max}|}{\sqrt2}e^{-j\psi}}_{I_a} + \underbrace{\omega L_d}_{X_d}\frac{i_d}{\sqrt3}e^{j\delta} - j\underbrace{\omega L_q}_{X_q}\frac{i_q}{\sqrt3}e^{j\delta} + \underbrace{|E|e^{j\delta}}_{E_a}$$

$$-jX_d\frac{i_d}{\sqrt3}e^{j(\frac{\pi}{2}+\delta)}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΜ

$$\left(\frac{v_q}{\sqrt{3}}+j\frac{v_d}{\sqrt{3}}\right)e^{j\delta}=-R_s\left(\frac{i_q}{\sqrt{3}}+j\frac{i_d}{\sqrt{3}}\right)e^{j\delta}+\omega L_d\frac{i_d}{\sqrt{3}}e^{j\delta}-j\omega L_q\frac{i_q}{\sqrt{3}}e^{j\delta}+\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3}{2}}\omega M_f i_f^o e^{j\delta}$$

ΣM **κυλινδρικου δρομέα** : $X_d = X_q$

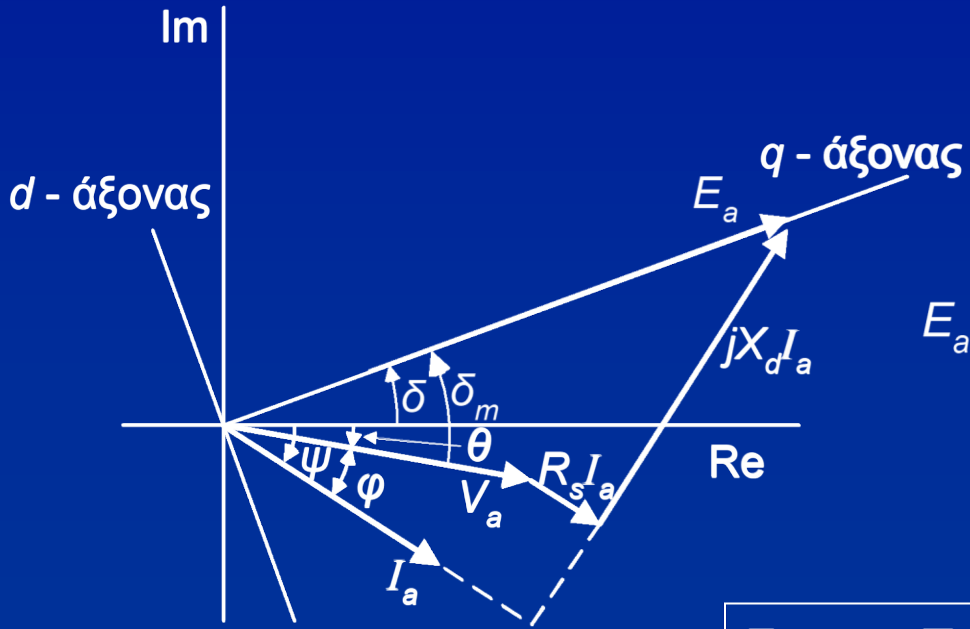
$$\underbrace{\frac{|V_{a,max}|}{\sqrt{2}}e^{-j(\psi-\varphi)}}_{V_a}+R_s\underbrace{\frac{|I_{a,max}|}{\sqrt{2}}e^{-j\psi}}_{I_a}+\underbrace{j^2X_q\frac{i_d}{\sqrt{3}}e^{j\delta}+jX_q\frac{i_q}{\sqrt{3}}e^{j\delta}}_{jX_qI_a}=\underbrace{|E|e^{j\delta}}_{E_a}$$

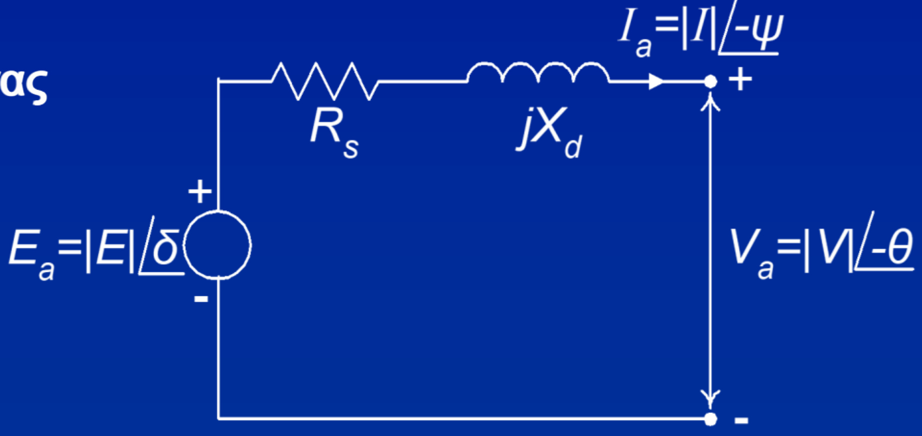
επειδη : $j^2X_q\frac{i_d}{\sqrt{3}}e^{j\delta}+jX_q\frac{i_q}{\sqrt{3}}e^{j\delta}=jX_qI_a$

$$\left(=jX_q\left(\frac{i_q}{\sqrt{3}}+j\frac{i_d}{\sqrt{3}}\right)e^{j\delta}=X_q\underbrace{\frac{|I_{a,max}|}{\sqrt{2}}e^{j(\frac{\pi}{2}-\psi)}}_{I_a e^{j\frac{\pi}{2}}}\right)$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

$$\mathbf{APA : X_d = X_q \Rightarrow E_a = V_a + R_s I_a + jX_d I_a}$$





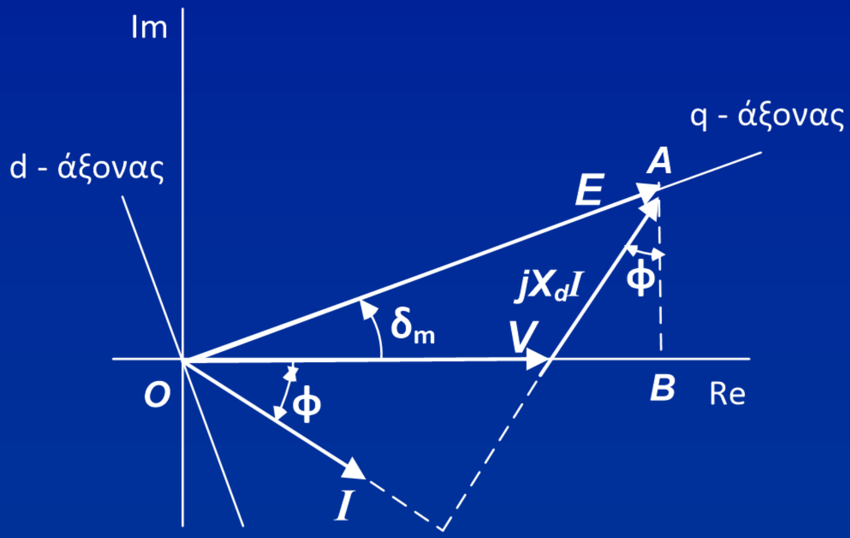
Γωνία ισχύος

$$\boxed{\boldsymbol{\delta_m = \angle E_a - \angle V_a = \delta + \tilde{\theta} \quad (\tilde{\theta} = \psi - \varphi)}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΔΡΟΜΕΑ

Σχόλια:

- *Η Ωμική αντίσταση τυλιγμάτων στάτη είναι αμελητέα*
- *Η γωνία δ είναι άγνωστη και αυθαίρετα ορισμένη*
- *Συνήθως ορίζουμε την δ αυθαίρετα ίση με δ_m*
- *Εκ των προτέρων γνωρίζουμε τη φ και ορίζουμε V πάνω στο Re άξονα*



Απλοποιημένο Διάγραμμα

$$\mathbf{E_a = V_a + jX_d I_a}$$

$$OA^2 = AB^2 + OB^2$$

$$\delta_m = \tan^{-1}\frac{AB}{OB}$$

$X_d = \omega L_d$: σύγχρονη αντίδραση d άξονα

$X_q = \omega L_q$: σύγχρονη αντίδραση q άξονα

ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ X_d ΚΑΙ X_q

	Διπολικές στροβιλογεννήτριες	Γεννήτριες με έκτυπους πόλους
X_d	1.20	1.25
X_q	1.16	0.70

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗΣ ΣΜ ΜΕ ΔΡΟΜΕΑ ΕΚΤΥΠΩΝ ΠΟΛΩΝ

Σύμφωνα με την προηγηθείσα ανάλυση μπορούμε να ορίσουμε ως I_{da} I_{qa} τις συνιστώσες του φασικού διανύσματος I_a στραμμένες κατά +δ, δηλ.

$$I_{da} = \frac{i_d}{\sqrt{3}} e^{j(\frac{\pi}{2}+\delta)} = (j\frac{i_d}{\sqrt{3}})e^{j\delta} \qquad Iqa = (\frac{i_q}{\sqrt{3}})e^{j\delta}$$

$$\underbrace{\frac{|V_{a,max}|}{\sqrt{2}} e^{-j(\psi-\varphi)}}_{V_a} + R_s \underbrace{\frac{|I_{a,max}|}{\sqrt{2}} e^{-j\psi}}_{I_a} - \underbrace{\omega L_d}_{X_d} \frac{i_d}{\sqrt{3}} e^{j\delta} + j\underbrace{\omega L_q}_{X_q} \frac{i_q}{\sqrt{3}} e^{j\delta} = \underbrace{|E| e^{j\delta}}_{E_a}$$

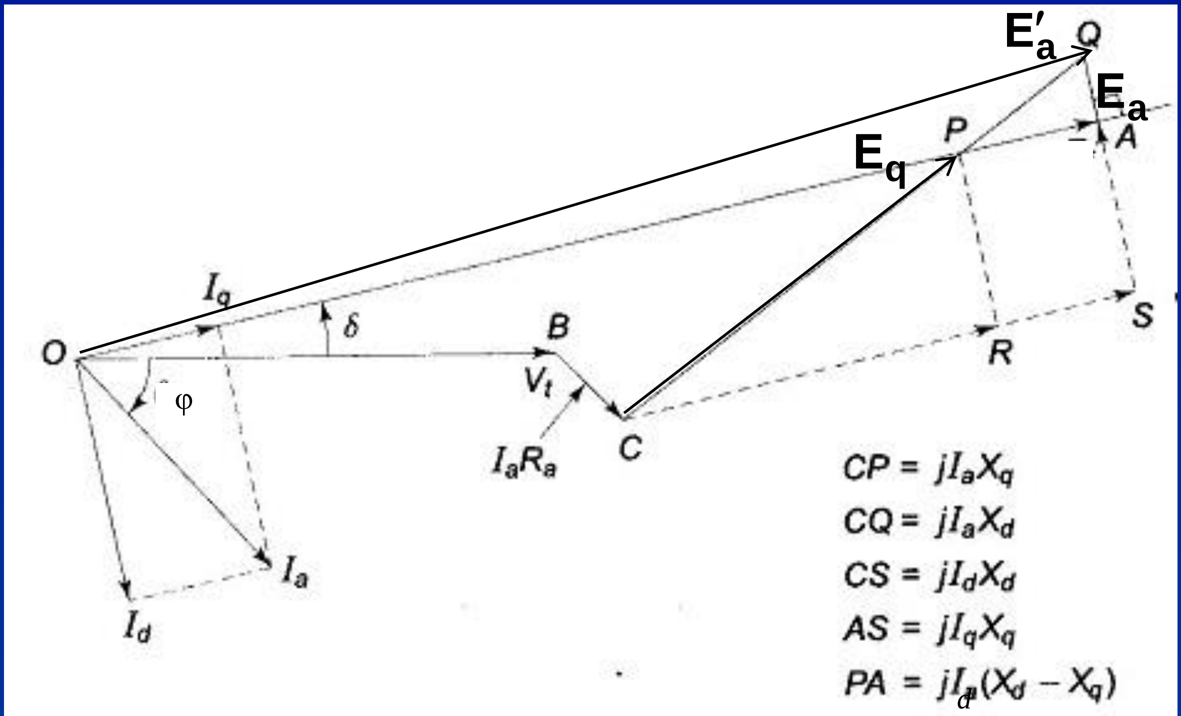
$$-jX_d \frac{i_d}{\sqrt{3}} e^{j(\frac{\pi}{2}+\delta)}$$

$$\boxed{APA: E_a = V_a + R_s I_a + jX_d I_{da} + jX_q I_{qa}}$$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΗΣ ΣΜ ΜΕ ΔΡΟΜΕΑ ΕΚΤΥΠΩΝ ΠΟΛΩΝ

$$E_a = V_a + R_s I_a + jX_d I_{da} + jX_q I_{qa} = V_a + R_s I_a + jX_q I_{da} + jX_q I_{qa} + j(X_d - X_q) I_{da}$$

$$= V_a + R_s I_a + jX_q I_a + j(X_d - X_q) I_{da} \Rightarrow E_a - j(X_d - X_q) I_{da} \triangleq E_q = V_a + R_s I_a + jX_q I_a$$



Phasor diagram of salient pole synchronous generator

OP : E_q

OQ : E'_a

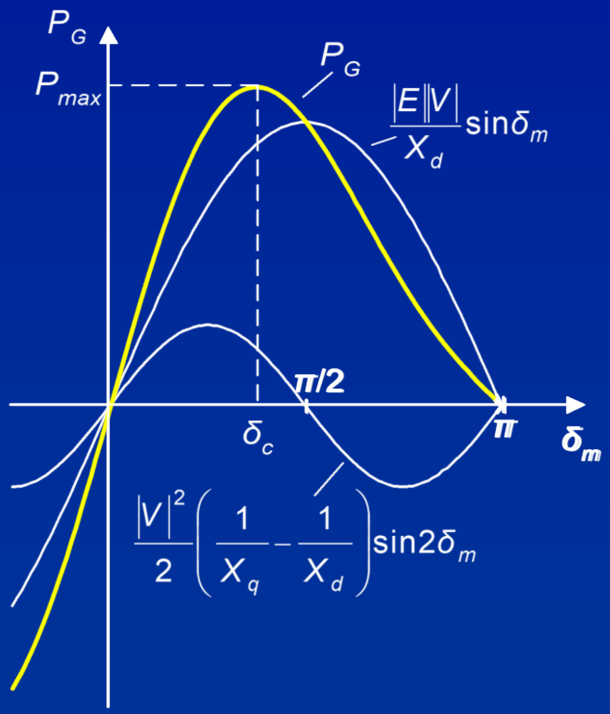
(Αντιστοιχία με βιβλίο: $I_d = I_{da}$, $I_q = I_{qa}$, $V_t = V_a$)

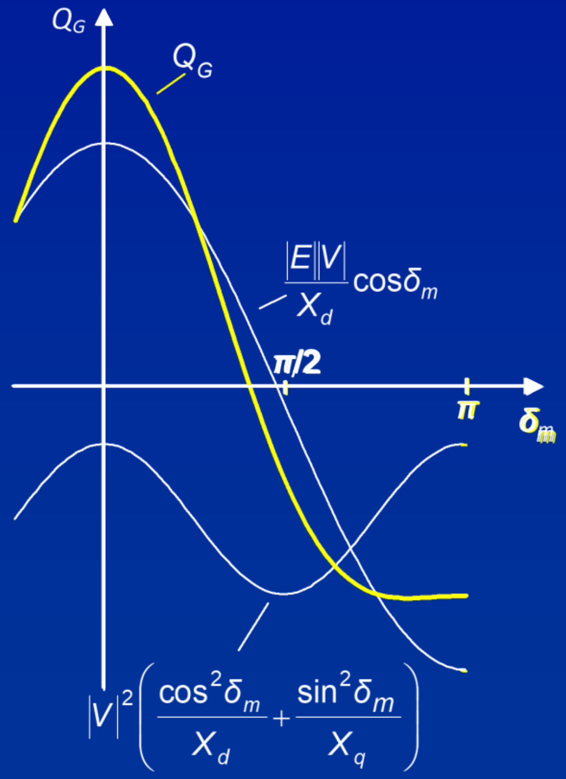
Απλοποιημένο διάγραμμα : $E'_a \simeq E_a$

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΜΕ ΕΚΤΥΠΟΥΣ ΠΟΛΟΥΣ

$$S_G = P_G + jQ_G = V_a I_a^* = |V||I| \angle\varphi = |V||I|\cos\varphi + j|V||I|\sin\varphi$$

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d}\sin\delta_m + \frac{|V|^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta_m \qquad Q_G = \frac{|E||V|}{X_d}\cos\delta_m - |V|^2\left(\frac{\cos^2\delta_m}{X_d} + \frac{\sin^2\delta_m}{X_q}\right)$$

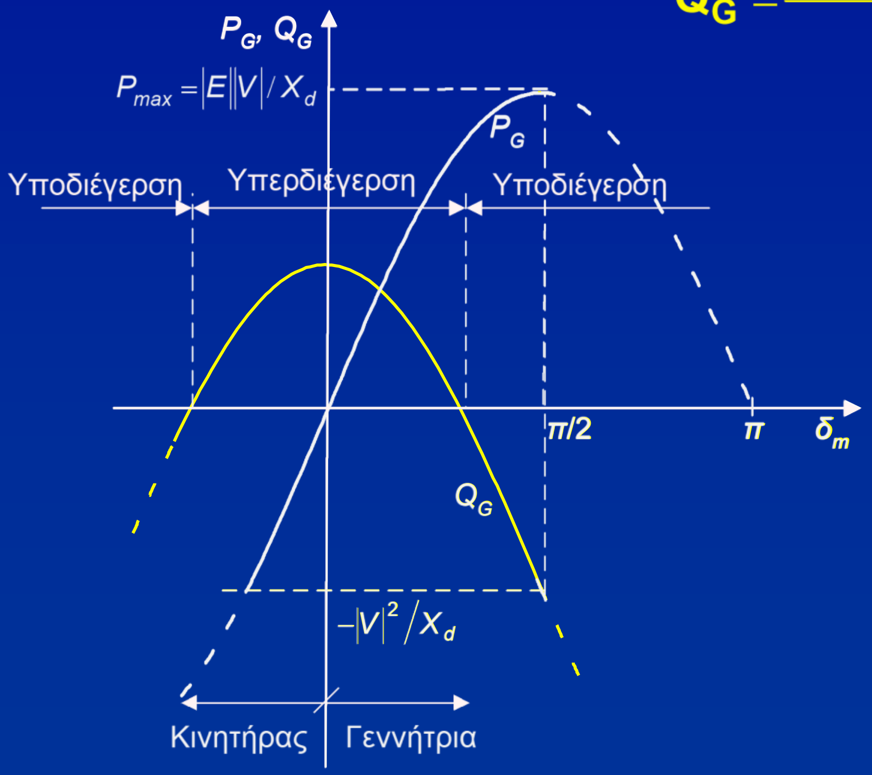




ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΚΑΙ ΑΕΡΓΟΣ ΙΣΧΥΣ ΜΗΧΑΝΗΣ ΜΕ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟ ΔΡΟΜΕΑ

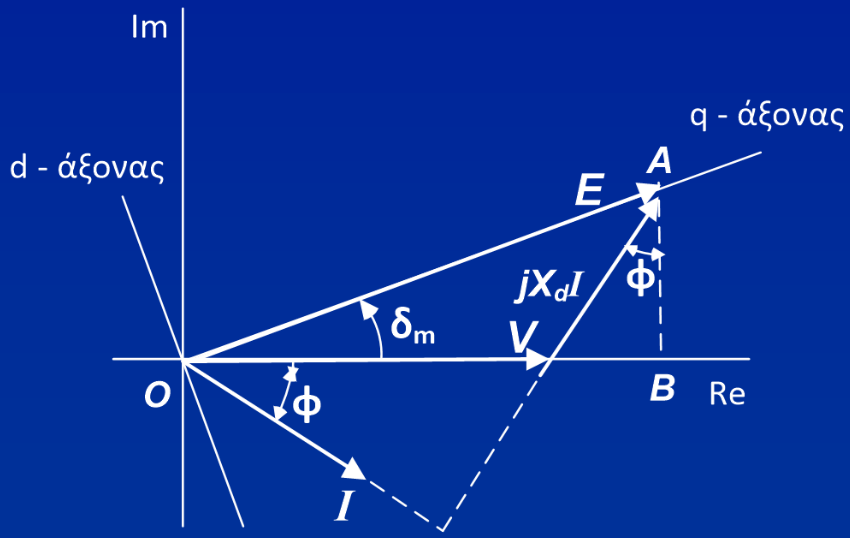
$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d}\sin\delta_m + \frac{|V|^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta_m \qquad Q_G = \frac{|E||V|}{X_d}\cos\delta_m - |V|^2\left(\frac{\cos^2\delta_m}{X_d} + \frac{\sin^2\delta_m}{X_q}\right)$$

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d}\sin\delta_m \qquad Q_G = \frac{|V|(|E|\cos\delta_m - |V|)}{X_d}$$



ΑΣΚΗΣΗ 4.1

Να βρεθεί η ΗΕΔ Ε (κατά μέτρο και γωνία) που απαιτείται για να μπορεί μια γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα με γνωστή $X_d = X_q$ και αμελητέα αντίσταση τυλιγμάτων στάτη να εξυπηρετήσει φορτίο P_G+jQ_G υπό τάση $|V|$.



$$OA^2 = AB^2 + OB^2$$

$$|E|^2 = (X_d |I| \cos\varphi)^2 + (|V| + X_d |I| \sin\varphi)^2$$

$$|E|^2 = \left(X_d \frac{P_G}{|V|}\right)^2 + \left(|V| + X_d \frac{Q_G}{|V|}\right)^2$$

$$|E| = \sqrt{\left(X_d \frac{P_G}{|V|}\right)^2 + \left(|V| + X_d \frac{Q_G}{|V|}\right)^2}$$

$$\delta = \delta_m = \tan^{-1}\frac{AB}{OB} = \tan^{-1}\frac{P_G X_d}{|V|^2 + Q_G X_d}$$

ΣΥΓΧΡΟΝΟΙ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΤΕΣ

$P_G = 0 \longrightarrow \delta_m = 0, \sin\delta_m = 0$

$$\boxed{Q_G = \frac{|V|(|E| - |V|)}{X_d}}$$

. $|E| > |V|$: υπερδιέγερση $\longrightarrow Q_G > 0$

. $|E| < |V|$: υποδιέγερση $\longrightarrow Q_G < 0$

ΑΣΚΗΣΗ 4.2 (Ι)

Σύγχρονη γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα με ονομαστικά χαρακτηριστικά 150 MVA, 15 kV, 50 Hz, αμελητέα αντίσταση τυλιγμάτων στάτη και X_d =1.8 pu συνδέεται σε πολύ μεγάλο σύστημα.

α) Αν η γεννήτρια τροφοδοτεί ονομαστική ισχύ υπό ΣΙ=0.8 επαγ., να βρεθεί: η πραγματική ισχύς, η άεργος ισχύς και το ρεύμα που παρέχει η γεννήτρια καθώς και η ΗΕΔ σε ανά μονάδα τιμές.

$$\left|S_b\right|_{3\Phi} = 150 \ \ MVA, \ \ \left|V_b\right|_{3\Phi} = 15 \ \ kV$$

$$\alpha) \quad P_G = |S_G| \cos\varphi = 1 \times 0.8 = 0.8 \ \ pu$$

$$Q_G = \sqrt{|S_G|^2 - P_G^2} = \sqrt{1^2 - 0.8^2} = 0.6 \ \ pu$$

$$I = |I| \angle(-\cos^{-1} \Sigma I) = \frac{|S_G|}{|V|} \angle -\cos^{-1} 0.8 = 1\angle -36.86^\circ \ \ pu$$

$$E = V + jX_d I = 1\angle 0^\circ + j1.8 \times 1\angle -36.86^\circ = 2.53\angle 34.7^\circ \ \ pu$$

ΑΣΚΗΣΗ 4.2 (ΙΙ)

β) Αν η γεννήτρια παρέχει στο σύστημα 51 MW και 34 MVar , να βρεθεί το ρεύμα και η ΗΕΔ της γεννήτριας σε πραγματικές τιμές.

$$\beta)\quad |S_G| = \sqrt{P_G^{\,2} + Q_G^2} = \sqrt{51^2 + 34^2} = 61.3 \;\; MVA$$

$$|S_G| = \sqrt{3}\,|V|\,|I| \quad \Rightarrow \quad |I| = \frac{|S_G|}{\sqrt{3}\,|V|} = \frac{61.3}{\sqrt{3}\times 15} = 2.36 \;\; kA$$

$$\varphi = tan^{-1}\frac{Q_G}{P_G} = tan^{-1}\frac{34}{51} = 33.72^\circ$$

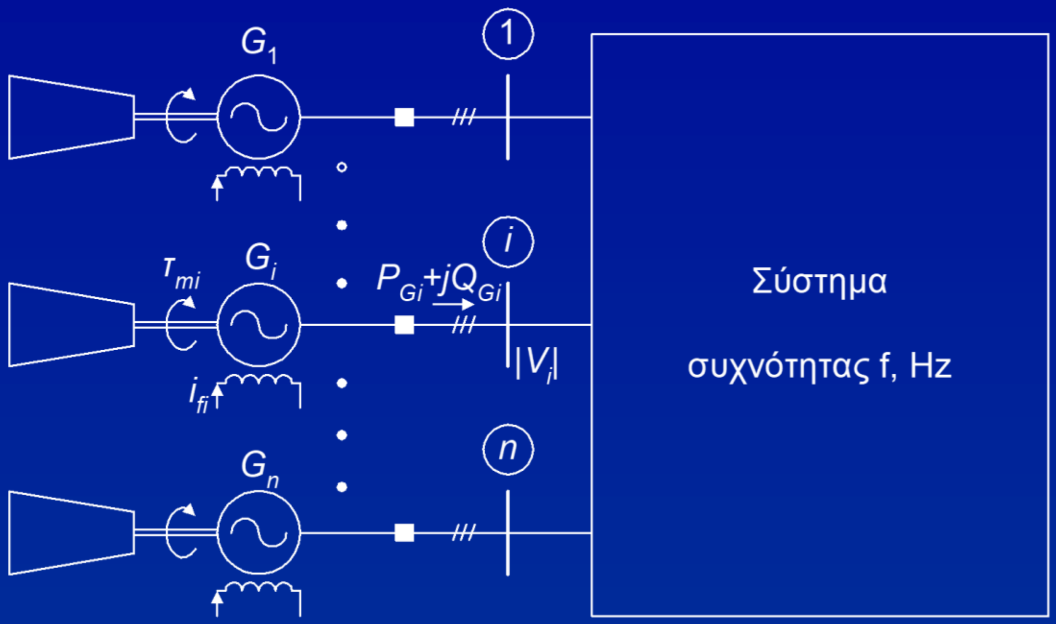
$$I = |I|\angle -\varphi = 2.36\angle -33.72^\circ \;\; kA$$

$$|Z_b|_{3\Phi} = \frac{|V_b|_{3\Phi}^2}{|S_b|_{3\Phi}} = \frac{15^2}{150} = 1.5 \;\; \Omega = |Z_b|_{1\Phi}$$

$$X_d = 1.8 \times 1.5 = 2.7 \;\; \Omega$$

$$E = V + jX_d I = \frac{15}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ + j2.7\times 2.36\angle -33.72^\circ = 13.31\angle 23.46^\circ \;\; kV$$

ΕΛΕΓΧΟΣ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΕΡΓΟΥ ΙΣΧΥΟΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΜΗΧΑΝΗΣ



ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΕΛΕΓΧΟΥ: τ_m, v_f

ΕΛΕΓΧΟΜΕΝΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ: P_G, Q_G, $|V|$, f

ΓΙΑ ΑΠΕΙΡΩΣ ΙΣΧΥΡΟ ΔΙΚΤΥΟ: $|V|$, f : σταθερά

$\boxed{\tau_m \rightarrow P_G}$

$\boxed{v_f \ (\rightarrow i_f \rightarrow E\ ) \rightarrow Q_G}$

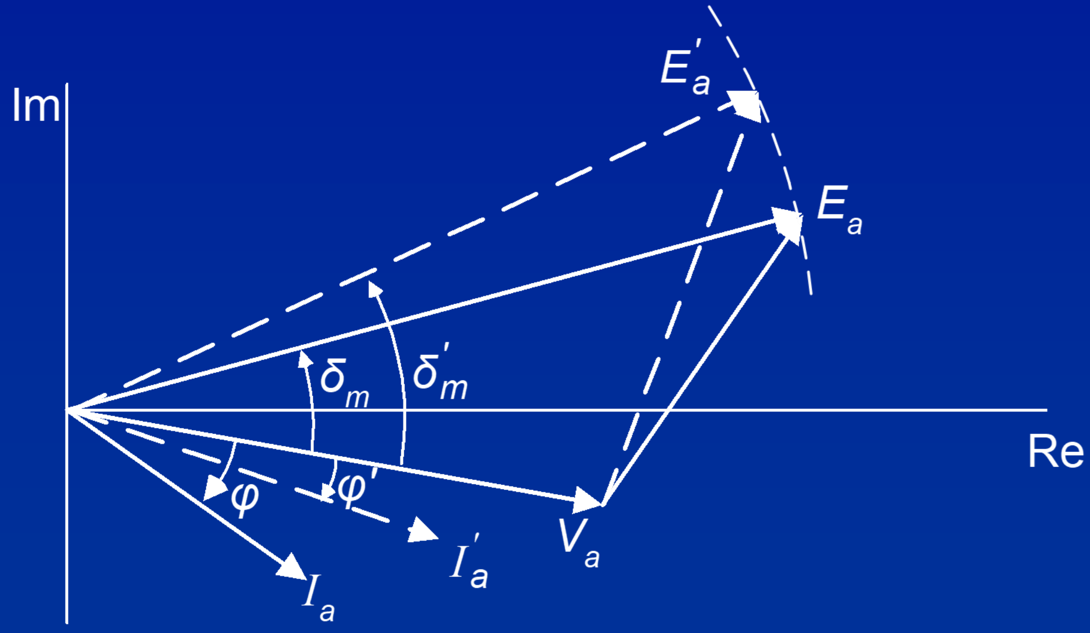
ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΡΟΠΗΣ ΥΠΟ ΣΤΑΘΕΡΟ ΡΕΥΜΑ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ

$$P_G = \frac{|E||V|}{X_d}\sin\delta_m$$

$$Q_G = \frac{|V|(|E|\cos\delta_m - |V|)}{X_d}$$

$i_f = \text{σταθ.} \longrightarrow |E| = \text{σταθ.}$

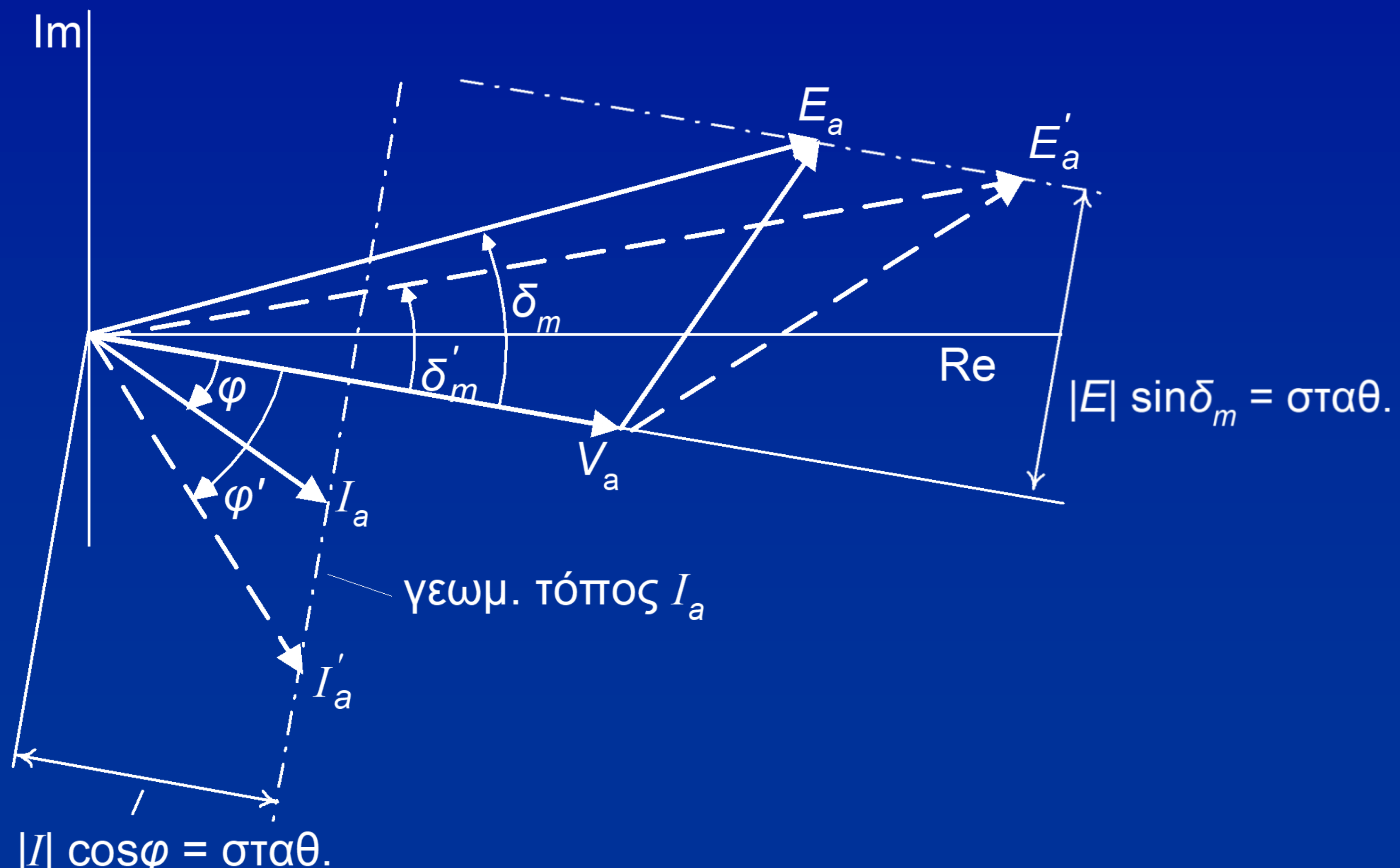
$\uparrow \tau_m \longrightarrow \uparrow P_G \longrightarrow \uparrow \sin\delta_m \longrightarrow \uparrow \delta_m$



ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΡΕΥΜΑΤΟΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗΣ ΥΠΟ ΣΤΑΘΕΡΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΡΟΠΗ

$\tau_m = \text{σταθ.} \longrightarrow P_G = \text{σταθ.}$ $\quad P_G = \dfrac{|E||V|}{X_d}\sin\delta_m = \text{σταθ.} \longrightarrow |E|\sin\delta_m = \text{σταθ.}$

$\uparrow i_f \longrightarrow \uparrow |E| \longrightarrow \downarrow \sin\delta_m \longrightarrow \downarrow \delta_m$ $\quad P_G = |V||I|\cos\varphi = \text{σταθ.} \longrightarrow |I|\cos\varphi = \text{σταθ.}$



ΑΣΚΗΣΗ 4.3 (I)

Σύγχρονη γεννήτρια κυλινδρικού δρομέα συνδέεται σε άπειρο ζυγό στον οποίον τροφοδοτεί ρεύμα 0.8 pu, υπό ΣΙ=0.9 επαγ. Η γεννήτρια λειτουργεί υπό ονομαστική τάση, έχει αμελητέα αντίσταση τυλιγμάτων στάτη και σύγχρονη αντίδραση X_d =1.7241 pu.

α) Να βρεθεί η πραγματική και άεργος ισχύς που παρέχει η γεννήτρια.

$$\alpha)\quad V = |V|\angle 0^\circ = 1\angle 0^\circ \ pu$$

$$I = |I|\angle -\cos^{-1}(0.9) = 0.8\angle -25.84^\circ \ pu$$

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I = 0 - (-25.84^\circ) = 25.84^\circ$$

$$P_G = |V||I|\cos\varphi = 1\times 0.8\times\cos 25.84^\circ = 0.72 \ pu$$

$$Q_G = |V||I|\sin\varphi = 1\times 0.8\times\sin 25.84^\circ = 0.3487 \ pu$$

ΑΣΚΗΣΗ 4.3 (ΙΙ)

β) Αν η πραγματική ισχύς που παρέχει η γεννήτρια παραμένει σταθερή, αλλά το ρεύμα διέγερσης (i) αυξάνεται κατά 20% και (ii) μειώνεται κατά 20%, να βρεθεί η άεργος ισχύς της γεννήτριας σε κάθε περίπτωση.

$$\beta)\quad E = V + jX_d I = 1\angle 0^\circ + j1.7241 \times 0.8\angle -25.84^\circ = 2.0261\angle 37.78^\circ \ \ pu$$

$$|E| = 2.0261 \ \ pu\,, \quad \delta_m = 37.78^\circ$$

$$(i)\quad |E'| = 1.2\,|E| = 1.2 \times 2.0261 = 2.4313 \ \ pu$$

$$|E|\sin\delta_m = |E'|\sin\delta'_m \Rightarrow$$

$$\delta'_m = \sin^{-1}\frac{|E|\sin\delta_m}{|E'|} = \sin^{-1}\frac{2.0261 \times \sin 37.78^\circ}{2.4313} = 30.7^\circ$$

$$Q'_G = \frac{|V|\left(|E'|\cos\delta'_m - |V|\right)}{X_d} = \frac{1 \times \left(2.4313 \times \cos 30.7^\circ - 1\right)}{1.7241} = 0.6325 \ \ pu$$

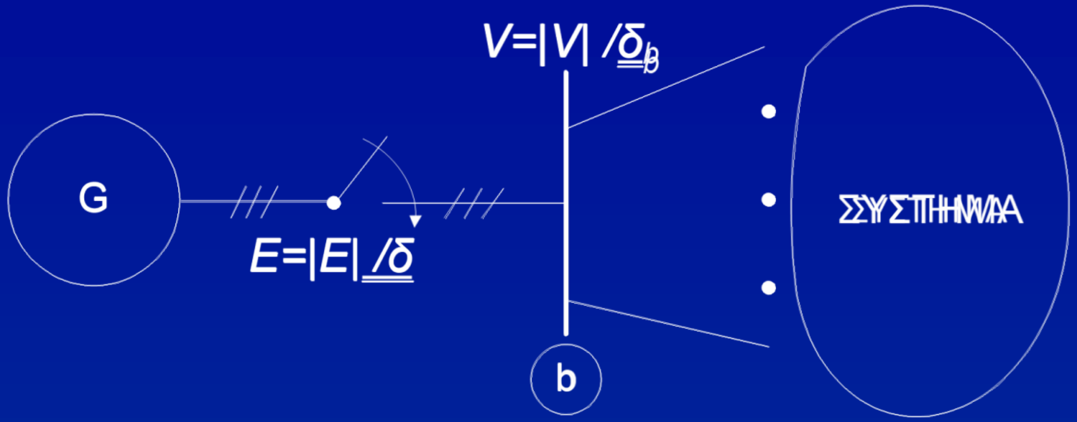
ΑΣΚΗΣΗ 4.3 (III)

$$(ii) \quad |E''| = 0.8\,|E| = 0.8 \times 2.0261 = 1.6209 \;\; pu$$

$$\delta''_m = sin^{-1}\frac{|E|\,sin\,\delta_m}{|E''|} = sin^{-1}\frac{2.0261 \times sin\,37.78^\circ}{1.6209} = 50^\circ$$

$$Q''_G = \frac{|V|\left(|E''|\,cos\,\delta''_m - |V|\right)}{X_d} = \frac{1 \times \left(1.6209 \times cos\,50^\circ - 1\right)}{1.7241} = 0.0245 \;\; pu$$

ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΑΣ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ



ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΥ

Η τάση γεννήτριας Ε και η τάση συστήματος V πρέπει:

- ***Να έχουν την ίδια συχνότητα***
- ***Να είναι της ίδιας φασικής ακολουθίας***
- ***Να έχουν το ίδιο μέτρο,δηλ. $|E|=|V|$***
- ***Να έχουν τις ίδιες φασικές γωνίες,δηλ. $\delta=\delta_b$***

ΚΑΜΠΥΛΕΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΓΕΝΝΗΤΡΙΩΝ

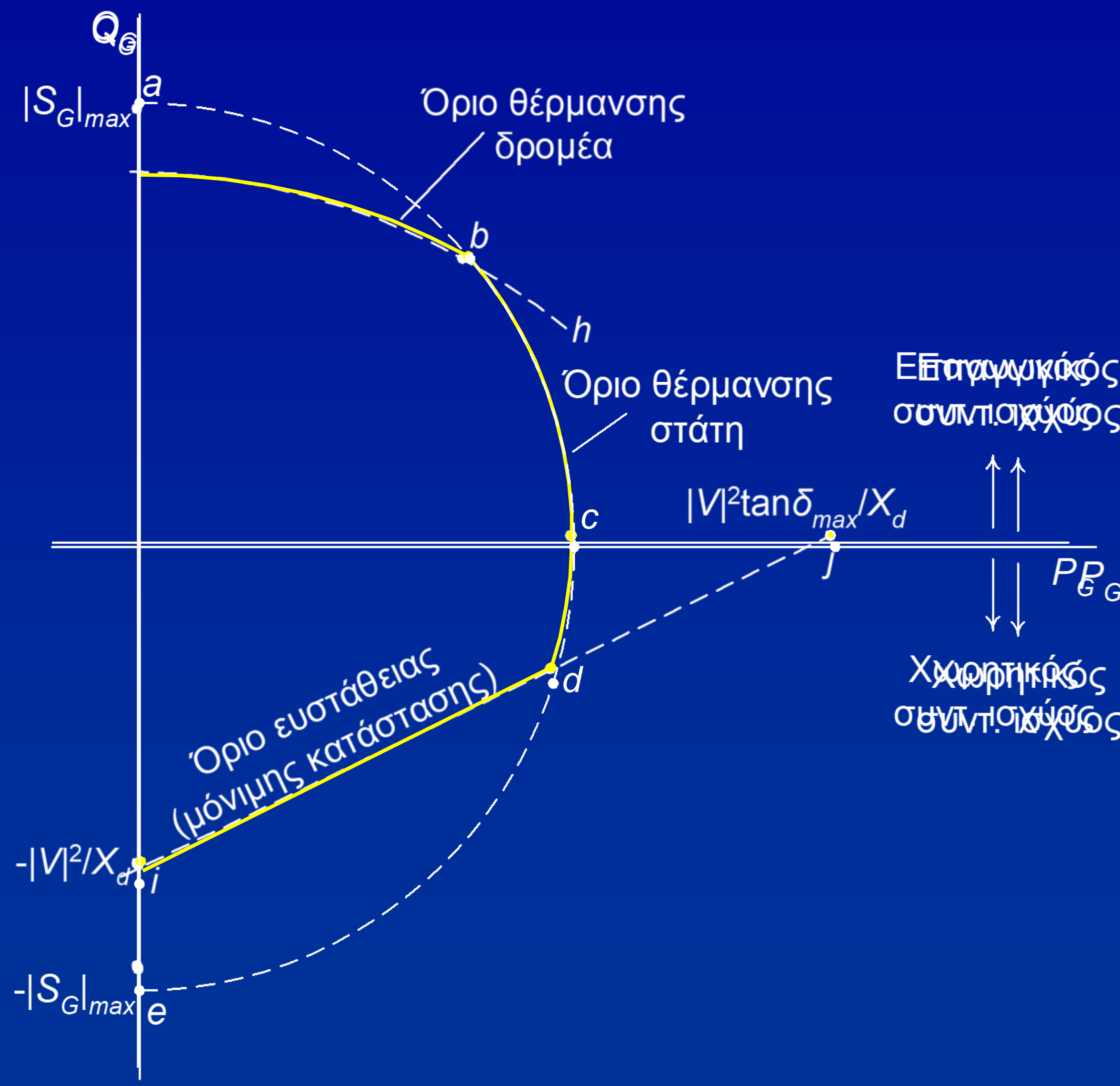
$$|S_G| < |S_G|_{max} = |V||I|_{max}$$

$$P_G = \frac{|V||E|_{max}}{X_d}\sin\delta_m$$

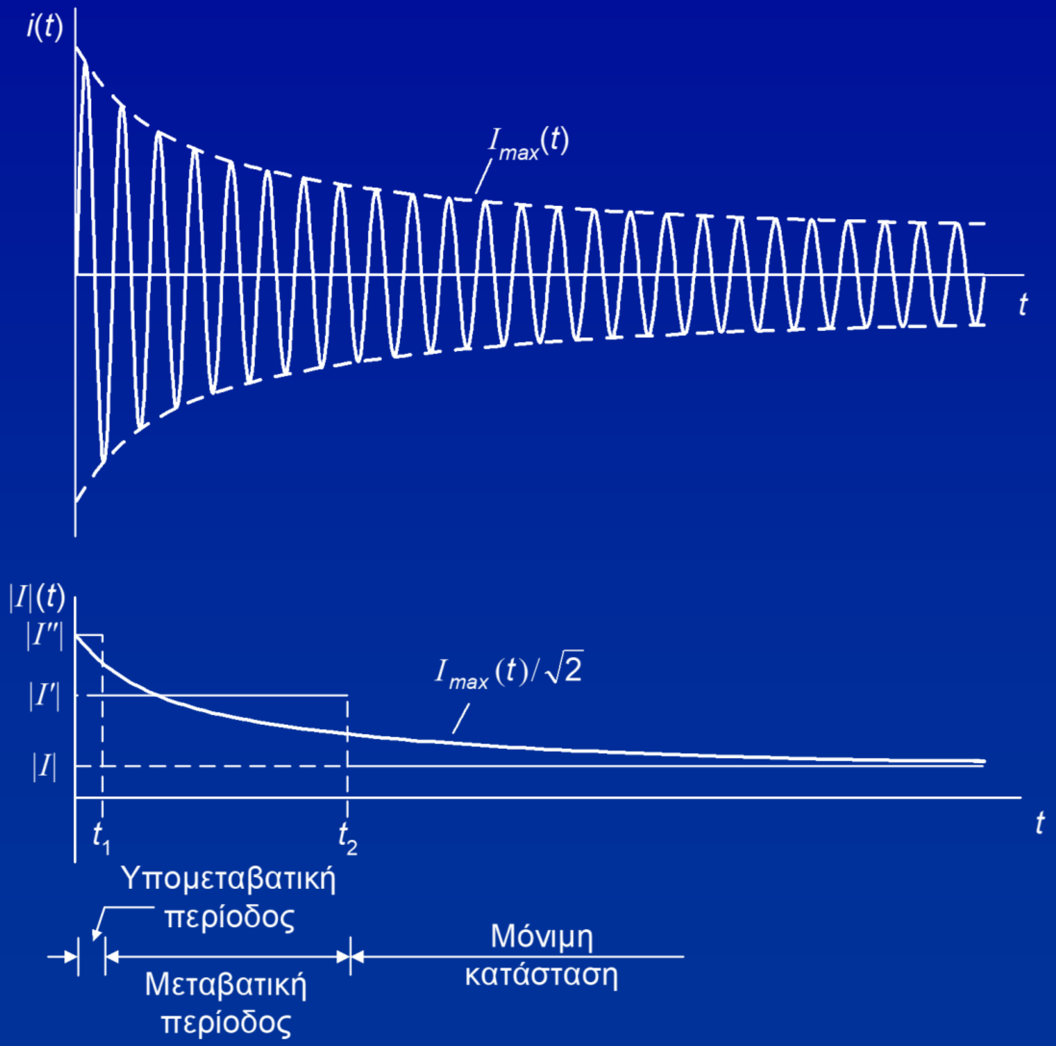
$$Q_G + \frac{|V|^2}{X_d} = \frac{|V||E|_{max}}{X_d}\cos\delta_m$$

$$P_G^2 + \left(Q_G + \frac{|V|^2}{X_d}\right)^2 = \left(\frac{|V||E|_{max}}{X_d}\right)^2$$

$$Q_G = \frac{|V||E|}{X_d}\cos\delta_{max} - \frac{|V|^2}{X_d} = \frac{P_G}{\sin\delta_{max}}\cos\delta_{max} - \frac{|V|^2}{X_d} = \frac{1}{\tan\delta_{max}}P_G - \frac{|V|^2}{X_d}$$



ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ
ΠΛΗΡΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟ με τυλίγματα απόσβεσης



ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ
ΠΛΗΡΕΣ ΜΟΝΤΕΛΟ με τυλίγματα απόσβεσης

$$\begin{bmatrix} u_d \\ -u_F \\ 0 \\ uq \\ 0 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} r & 0 & 0 & \omega L_q & \omega L_{AQ} \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ \omega L_d & -\omega KM_f & -\omega L_D & r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ iq \\ i_Q \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} L_d & KM_f & L_{AD} & 0 & 0 \\ KM_f & L_F & M_R & 0 & 0 \\ KM_D & M_R & L_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{L}_q & L_{AQ} \\ 0 & 0 & 0 & KM_Q & L_Q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ iq \\ i_Q \end{bmatrix}$$

Για λόγους απλούστευσης, θα υποτεθεί ότι στο per unit σύστημα όλες οι αμοιβαίες επαγωγές στον άξονα *d* είναι ίδιες και το ίδιο ισχύει και στον άξονα *q*, όπου τελικά ισχύει:

$$KM_F = KM_D = M_R = L_{AD}$$

$$KM_Q = L_{AQ}$$

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

- Στον άξονα *d*, κατά την υπομεταβατική περίοδο, η μαγνητική ροή δεν έχει εισέλθει ούτε στο τύλιγμα απόσβεσης ούτε στο τύλιγμα διέγερσης. Έτσι, η μεταβολή στις μαγνητικές ροές είναι μηδενική και προκύπτει η σχέση

$$\Delta\lambda_d = L_d'' \, \Delta i_d \quad \text{όπου}$$

$$L_d'' = L_d - \frac{L_D + L_F - 2L_{AD}}{L_F L_D / L_{AD}^2 - 1}$$

η ποσότητα αυτή ορίζει την επαγωγιμότητα της υπομεταβατικής περιόδου.

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

- Λόγω της μεγάλης ωμικής αντίστασης του τυλίγματος απόσβεσης, το επαγόμενο σε αυτό ρεύμα κατά την υπομεταβατική περίοδο φθίνει γρήγορα στο 0.
- Η χρονική αυτή στιγμή ορίζει την μεταβατική περίοδο, όπου η μαγνητική ροή εισέρχεται πλήρως στο τύλιγμα απόσβεσης, αλλά δεν έχει εισέλθει ακόμα στο τύλιγμα διέγερσης.

Για την περίοδο αυτή, ισχύουν οι σχέσεις

$$\Delta\lambda_d = L'_d \, \Delta i_d \quad \text{όπου}$$

$$L'_d = L_d - \frac{L_{AD}^2}{L_F}$$

η ποσότητα αυτή ορίζει την επαγωγιμότητα της μεταβατικής περιόδου.

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

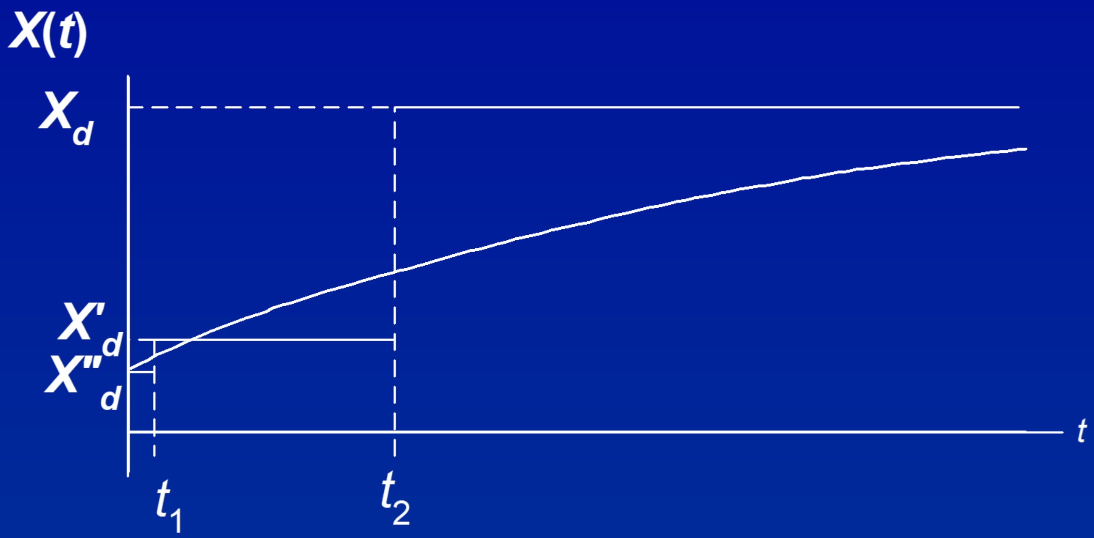
- Στον άξονα *q*, με ανάλογη λογική, καταλήγουμε στη σχέση

$$L_q'' = L_q - \frac{L_{AQ}^2}{L_Q}$$

- Στον άξονα *q*, επειδή δεν υπάρχει τύλιγμα διέγερσης, όταν μηδενιστεί το ρεύμα στο τύλιγμα απόσβεσης, η μεταβατική επαγωγιμότητα γίνεται ίδια με τη σύγχρονη

$$L_q' = L_q$$

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ



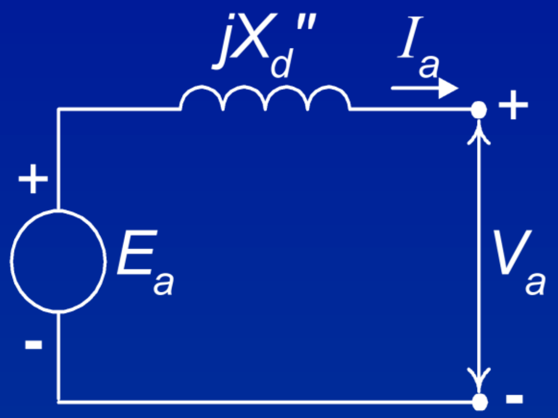
$$X''_d = \frac{|E|}{|I''|} \qquad X'_d = \frac{|E|}{|I'|} \qquad X_d = \frac{|E|}{|I|}$$

ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ
ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

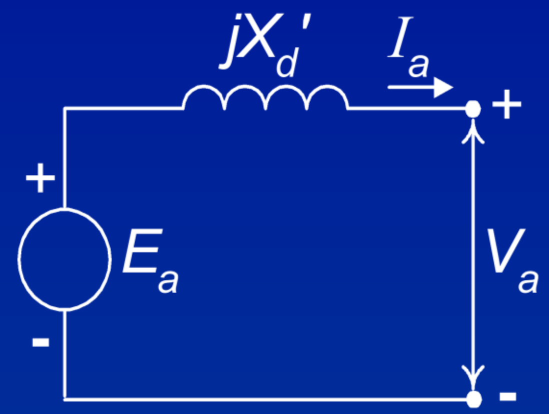
ΤΥΠΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ $X_d^{'}, X_d^{''}$

	Διπολικές στροβιλογεννήτριες	Γεννήτριες με έκτυπους πόλους
$X_d^{'}$	0.15	0.3
$X_d^{''}$	0.09	0.2

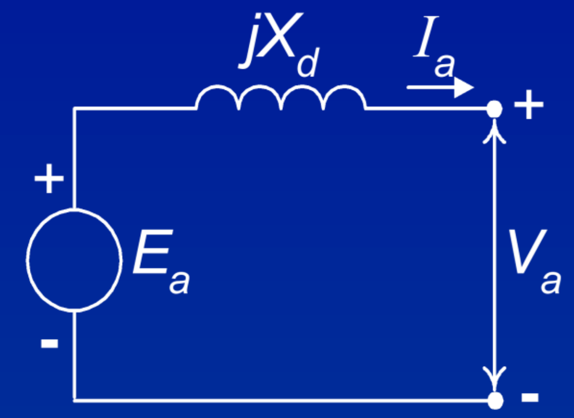
ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΣΜ
ΑΠΛΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΜΟΝΤΕΛΟ
ΑΝΑ ΦΑΣΗ ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΑ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ



Ισοδύναμο υπομεταβατικής περιόδου



Ισοδύναμο μεταβατικής περιόδου



Ισοδύναμο μόνιμης κατάστασης