



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ  
ΠΑΤΡΩΝ  
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά  
μαθήματα ΠΠ

# Τεχνητή Νοημοσύνη Ι

Ενότητα 8: Κατηγορηματική Λογική

Πέππας Παύλος

Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας  
Υπολογιστών

# Σκοποί ενότητας

Κατηγορηματική Λογική



# Περιεχόμενα ενότητας

- Κατηγορηματική λογική



# Κατηγορηματική Λογική

# Παραδείγματα Προτάσεων FOL

- $\forall x( \text{Bird}(x) \Rightarrow \text{Flies}(x) )$   
 $\text{Bird}(\text{Tweaty})$
- $\forall x \forall y( \text{Rich}(x) \wedge \text{Famous}(x) \wedge \text{Likes}(x,y) \Rightarrow \text{Happy}(y) )$   
 $\neg \text{Happy}(\text{Marry})$
- $\forall x( \text{Even}(x) \Rightarrow \text{Odd}(s(x)) )$
- $\forall x( \text{Prime}(x) \Leftrightarrow \neg \exists y \exists z( x = y \otimes z ) )$



# ΣΥΝΤΑΚΤΙΚΟ FOL

- Σταθερές: Con, Mary, Paul, . . .
- Κατηγορήματα:  $=$ , Bird(x), Likes(x,y), . . .
- Συναρτήσεις: successor(x), product(x,y), . . .
- Τελεστές:  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ,  $\forall$ ,  $\exists$
- Μεταβλητές: x, y, z, . . .
- Παρενθέσεις: (, ), [, ]



# Ερμηνείες

## Ερμηνεία A

{ Κώστας, Νίκος, Μαρία, Άννα,  
Βίκυ, Όλγα }

Αδέρφια = { (Κώστας, Μαρία),  
(Μαρία, Κώστας),  
(Νίκος, Άννα)  
(Άννα, Νίκος) }

Μητέρα(Κώστα) = Βίκυ  
Μητέρα(Μαρία) = Βίκυ  
Μητέρα(Νίκος) = Όλγα  
Μητέρα(Άννα) = Όλγα

Mother<sup>A</sup> = Μητέρα  
Siblings<sup>A</sup> = Αδέρφια

## Ερμηνεία B

{ 0, 1, 2, 3, ... }

Ζεύγη Πρώτων = { (2, 3), (3, 5),  
(5, 7), (11, 13),  
(17, 19), ... }

+(0,1) = 1	*(0,1) = 0	ε(0) = 1
+(1,2) = 3	*(1,2) = 2	ε(1) = 2
+(3,5) = 8	*(3,5) = 15	ε(2) = 3
:	:	:
:	:	:

PrimePairs<sup>B</sup> = Ζεύγη Πρώτων

⊕<sup>B</sup> = +  
⊗<sup>B</sup> = \*  
s<sup>B</sup> = ε



# Αποτίμηση FOL

$\forall x \forall y ( \text{Mother}(x) = \text{Mother}(y) \Rightarrow \text{Siblings}(x,y) )$

$\text{Mother}(\text{Con}) = \text{Vicky}$

$\text{Mother}(\text{Mary}) = \text{Vicky}$

$v(\text{Con}) = \text{Κώστας}$   
 $v(\text{Marry}) = \text{Μαρία}$   
 $v(\text{Vicky}) = \text{Βίκυ}$

$\mathbf{A} =$	{ Κώστας, Νίκος, Μαρία, Άννα, Βίκυ, Όλγα }	Αδέρφια = { (Κώστας, Μαρία), (Μαρία, Κώστας), (Νίκος, Άννα) (Άννα, Νίκος) }	<b>Μητέρα(Κώστα) = Βίκυ</b> <b>Μητέρα(Μαρία) = Βίκυ</b> <b>Μητέρα(Νίκος) = Όλγα</b> <b>Μητέρα(Άννα) = Όλγα</b>
	$\text{Mother}^A = \text{Μητέρα}, \text{Siblings}^A = \text{Αδέρφια}$		





# Ορισμός αληθείας του Tarski

$A, v \models t_1 = t_2$  ανν  $v(t_1) = v(t_2)$

$A, v \models P(t_1, t_2, \dots, t_n)$  ανν  $\langle v(t_1), v(t_2), \dots, v(t_n) \rangle \in P^A$

$A, v \models \neg \phi$  ανν  $A, v \not\models \phi$

$A, v \models \phi \wedge \psi$  ανν  $A, v \models \phi$  και  $A, v \models \psi$

$A, v \models \phi \vee \psi$  ανν  $A, v \models \phi$  ή  $A, v \models \psi$

$A, v \models \phi \Rightarrow \psi$  ανν  $A, v \models \neg \phi$  ή  $A, v \models \psi$

$A, v \models \phi \Leftrightarrow \psi$  ανν  $A, v \models \phi \Rightarrow \psi$  και  $A, v \models \psi \Rightarrow \phi$

$A, v \models \forall x(\phi(x))$  ανν  $A, v[x|c] \models \phi(x)$  για όλα τα  $c \in |A|$

$A, v \models \exists x(\phi(x))$  ανν υπάρχει  $c \in |A|$  τέτοιο ώστε  $A, v[x|c] \models \phi(x)$



# Ικανοποιήσιμοι και έγκυροι τύποι

- Ο τύπος  $\phi$  είναι **ικανοποιήσιμος** αν υπάρχει ερμηνεία  $A$  και αποτίμηση  $v$  τέτοιες ώστε  $A, v \models \phi$ .
- Η ερμηνεία  $A$  είναι **μοντέλο** του τύπου  $\phi$  ( $A \models \phi$ ) αν για κάθε αποτίμηση  $v$  ισχύει  $A, v \models \phi$ .
- Ο τύπος  $\phi$  είναι **έγκυρος** αν όλες οι ερμηνείες είναι μοντέλα του  $\phi$ .
- $T \models \phi$  αν κάθε μοντέλο του  $T$  είναι και μοντέλο του  $\phi$ .



# Ορθότητα και πληρότητα ΚΛ

## Κατηγορηματικός Λογισμός ( $\vdash$ )

- Οκτώ αξιωματικά σχήματα (ΑΣ1) – (ΑΣ8)
- Κανόνες: modus ponens

**Ορθότητα:** Αν  $T \vdash \phi$  τότε  $T \models \phi$ .

**Πληρότητα:** Αν  $T \models \phi$  τότε  $T \vdash \phi$ .

**Συμπάγεια:** Αν κάθε πεπερασμένο υποσύνολο του  $T$  είναι ικανοποιήσιμο, τότε και το  $T$  είναι ικανοποιήσιμο.



# Από ΚΛ σε Φυσική Γλώσσα

Η ερμηνεία του  $P(x)$  είναι «ο  $x$  είναι πρώτος αριθμός», η ερμηνεία του  $E(x)$  είναι «ο  $x$  είναι άρτιος αριθμός» και τέλος η ερμηνεία του  $D(x, y)$  είναι «ο  $x$  διαιρεί τον  $y$ ». Μεταφράστε στα Ελληνικά τους παρακάτω τύπους:

- $\forall x ( E(x) \Rightarrow \forall y( D(x,y) \Rightarrow E(y) ) )$
- $\forall x ( P(x) \Rightarrow \exists y( E(y) \wedge D(x,y) ) )$
- $\exists x ( E(x) \wedge P(x) ) \wedge \neg \exists y( (x \neq y) \wedge E(y) \wedge P(y) ) )$



Τέλος Ενότητας

# Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Αθηνών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Σημειώματα

# Σημείωμα Ιστορικού Εκδόσεων Έργου

Το παρόν έργο αποτελεί την έκδοση **1.0**.

Έχουν προηγηθεί οι κάτωθι εκδόσεις:

- Έκδοση **1.0** διαθέσιμη [εδώ](#).





# Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Πανεπιστήμιο Πατρών, **Σγάρμπας Κυριάκος**. «**Τεχνητή Νοημοσύνη I, Κατηγορηματική Λογική**». Έκδοση: **1.0**. Πάτρα **2014**. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση:

[https://eclass.upatras.gr/modules/course\\_metadata/opencourses.php?fc=15](https://eclass.upatras.gr/modules/course_metadata/opencourses.php?fc=15)



# Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

# Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



# Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων

Το Έργο αυτό κάνει χρήση των ακόλουθων έργων:

**Εικόνες/Σχήματα/Διαγράμματα/Φωτογραφίες**

