

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

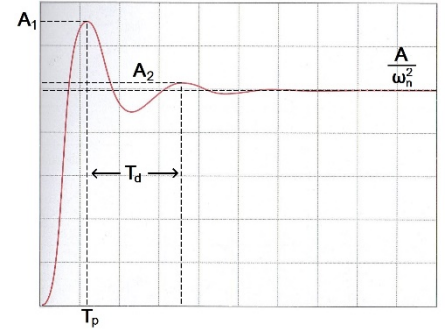
Για μοναδιαία αρνητική ανατροφοδότηση με κλειστό ευσταθές $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} [r(t) - y(t)]$ και τύπο συστήματος l :

Για είσοδο $r(t)=1(t)$: Για $l=0$: $e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+K(s)}$ Για $l \geq 1$: $e_{ss} = 0$

Για είσοδο $r(t)=t \cdot 1(t)$: Για $l=0$: $e_{ss} = \infty$ Για $l=1$: $e_{ss} = \frac{1}{K}$ Για $l \geq 2$: $e_{ss} = 0$

Για $G(s) = \frac{A}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ χωρίς ανάδραση με $\omega_n > 0$, $0 < \zeta < 1$, και είσοδο $r(t)=1(t)$:

$$A_1 = \frac{A}{\omega_n^2} (1 + e^{-\frac{\zeta\pi}{\beta}}) \quad \frac{A_2}{A_1} = e^{-\zeta\omega_n T_d} \quad T_p = \frac{\pi}{\omega_n \beta} \quad T_d = \frac{2\pi}{\omega_n \beta} \quad \beta = \sqrt{1 - \zeta^2}$$



Για $G(s) = K \frac{N(s)}{D(s)}$, χαρακτηριστική εξίσωση: $D + KN = 0$

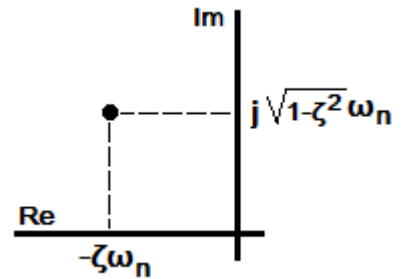
Για s_1 στο ΓΤΡ.: $\sum \varphi_j + \sum x_i = \pm 180^\circ \pm 2l \cdot 360^\circ$, $\varphi_j = \angle(s_1 + z_j)$, $x_i = \angle(s_1 + p_i)$

Το k που οδηγεί σε αυτό είναι: $k = \frac{\prod l_{p_i} \prod (1/|p_i|)}{\prod l_{z_j} \prod (1/|z_j|)}$, $l_{p_i} = \text{dist}(s_1, p_i)$, $l_{z_j} = \text{dist}(s_1, z_j)$

Υπάρχουν $n-m$ ασύμπτωτες με κέντρο $\frac{\sum p_i - \sum z_i}{n-m}$ και γωνίες $\frac{2l+1}{n-m} 180^\circ$

$$D(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0 = 0$$

$$\begin{bmatrix} s^n & b_n & b_{n-2} & b_{n-4} & \dots \\ s^{n-1} & b_{n-1} & b_{n-3} & b_{n-5} & \dots \\ s^{n-1} & c_1 & c_2 & c_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s^0 & k_1 & & & \dots \end{bmatrix}, \quad c_i = \frac{-\begin{vmatrix} b_n & b_{n-2i} \\ b_{n-1} & b_{n-2i-1} \end{vmatrix}}{b_{n-1}}, \quad d_i = \frac{-\begin{vmatrix} b_{n-1} & b_{n-2i-1} \\ c_1 & c_{i+1} \end{vmatrix}}{c_1} \dots$$



Για $r(t) = \sum B_j \sin(\omega_j t + \beta_j)$ στη μόνιμη κατάσταση $y(t) = \sum B_j |G(j\omega_j)| \sin(\omega_j t + \beta_j + \angle G(j\omega_j))$

Κλίση στις χαμηλές: $-20 \cdot l$ Κλίση στις υψηλές: $-20 \cdot (n-m)$ $GM = -20 \log_{10} |G(j\omega_{-180^\circ})|$ $PM = \angle G(j\omega_{0db}) - (-180^\circ)$

$$k_{\max} = 10^{\frac{GM}{20}} = 10^{\frac{G(j\omega_{-180^\circ})}{20}} \quad M_{\text{peak}} = 20 \log(2\zeta \sqrt{1-\zeta^2}) \text{ στο } \omega_m = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad \Phi_{0db} = \sin^{-1}(2\sqrt{2}\sqrt{1-2\zeta^2})$$

Lag: $z_{LAG} = \frac{\omega_{0db}}{100}$, $\frac{z_{LAG}}{p_{LAG}} = k = 10^{\frac{Lg}{20}}$ Lead: $\omega_{0db} \leq p_{LEAD} \leq 3\omega_{0db}$ $\frac{z_{LEAD}}{p_{LEAD}} = \alpha$ $\Phi_{\max} = \sin^{-1}(\frac{1-\alpha}{1+\alpha})$

P: $K_p = \frac{K_p^{crit}}{2}$ PI: $K_p = 0.45 K_p^{crit}$ $T_I \geq \frac{P_u}{1.2}$ PID: $K_p = 0.6 K_p^{crit}$ $T_I \geq \frac{P_u}{2}$ $T_P \geq \frac{P_u}{8}$

$G(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \leftrightarrow \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ Για ελεγκτή K: $\begin{cases} \dot{x} = (A + BK)x + Br \\ y = Cx \end{cases}$

Controller Canonical Form: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & \dots & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = (b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n)$, $D=0$

$1(t) \rightarrow \frac{1}{s}$, $t1(t) \rightarrow \frac{1}{s^2}$, $\frac{1}{(s+a)^n} \rightarrow \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{-at}$, $\frac{1}{a} (1 - e^{-at})u(t) \rightarrow \frac{1}{s(s+a)}$

$\frac{1}{a^2} (e^{-at} + at - 1)u(t) \rightarrow \frac{a}{s^2(s+a)}$, $\frac{1}{(ab)^2} [\frac{1}{(a-b)} (a^2 e^{-be} - b^2 e^{-at}) + abt - a - b]u(t) \rightarrow \frac{a}{s^2(s+a)(s+b)}$

$f(t-\tau) \rightarrow e^{-s\tau} F(s)$ $e^{-at} f(t) \rightarrow F(s+a)$ $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} [sF(s)]$ $B_k = \lim_{s \rightarrow p_1} \frac{1}{(m-k)!} \left\{ \frac{d^{m-k}}{ds^{m-k}} [(s-p_1)^m \cdot \frac{P(s)}{Q(s)}] \right\}$