ΘΕΜΑ 1

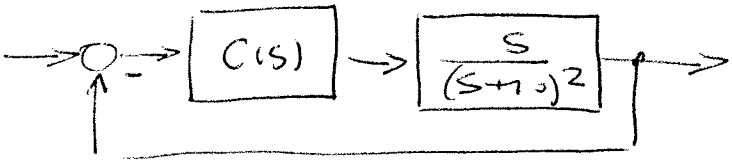
1

| ω= | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Mag | 0.0001 | 0.001 | 0.01 | 0.05 | 0.01 | 0.001 |
| Phase | 89° | 88° | 78° | 0° | -78° | -88° |

2 $\frac{s}{(s+10)^2}$

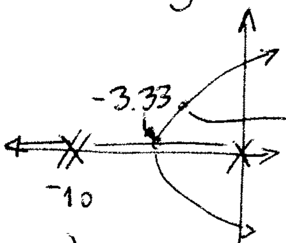
3 $\lim_{s\to 0} s\,\frac{1}{s^2}\,\frac{s}{(s+10)^2} = 0.01$

4




$C(s)\cdot G(s)$ - ΤΥΠΟΥ 1 ή ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ $C(s) = K\frac{(\ \ )}{s^2(\ \ )}$

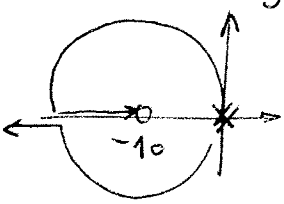
Αν $C(s) = \frac{K}{s^2}$




ΓΙΑ Κ=225 ΟΙ ΠΟΛΟΙ ΤΟΥ ΚΛ. ΣΥΣΤ. ΕΙΝΑΙ $-3 \pm j\,2.66$

Αν $C(s) = \frac{K}{s^3}$ ↳ ΚΛ. ΣΥΣΤΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΑΣΤΑΘΕΣ

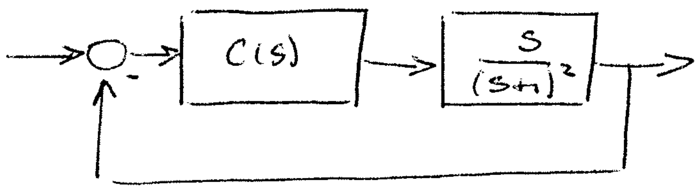
$C(s) = \frac{K(s+10)^3}{s^3}$ ↳ $C(s)\cdot G(s) = K\frac{(s+10)}{s^2}$



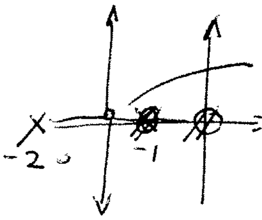

$e_{ss}|_{RAMP} = 0$

↳ ΕΠΙΛΟΓΗ Κ: C.L. Poles ΝΑ ΕΧΟΥΝ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ $< -3$

ΘΕΜΑ 2




1. ΑΝ $C(s) = K\frac{(s+1)^2}{s^2(s+20)}$



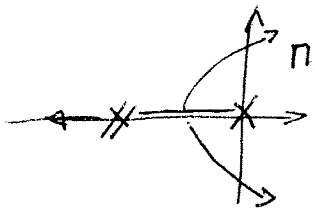

ΓΙΑ $K=100$ ΟΙ 2 ΠΟΛΟΙ ΕΝΑΙ ΣΤΟ $-10$

2. $C(s)\frac{s+\Delta}{(s+1)^2} = \frac{100\,(s+\Delta)}{s^2(s+20)}$

$$1 + C(s)\frac{s+\Delta}{(s+1)^2} = s^3 + 20s^2 + 100s + 100\Delta \quad Η$$

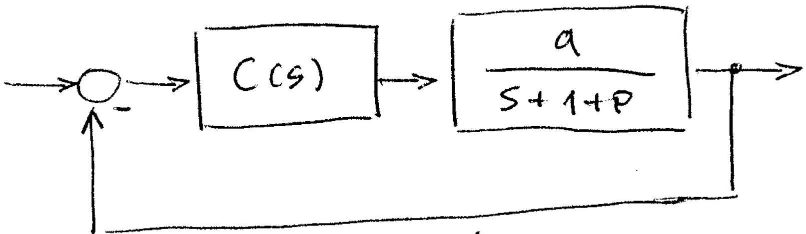
$$1 + \frac{100\,\Delta}{s(s^2+20s+100)} = 0$$

$$1 + \frac{100}{s(s+10)^2}\Delta = 0$$



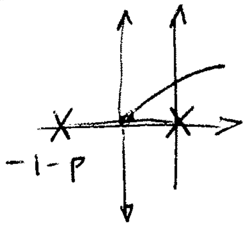
ΓΙΑ $\Delta > 0$

ΘΕΜΑ 4




$a \in [1, 10]$
$p \in [0, 1)$

ΑΝ $C(s) = \frac{K}{s}$




ΟΙ 2 ΠΟΛΟΙ ΣΤΟ $\frac{-1-p}{2}$

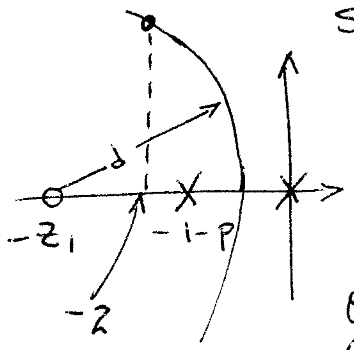
ΓΙΑ $K = \left(\frac{1+p}{2}\right)^2 \frac{1}{a}$

$K_{min} = \frac{1}{40}$ $(p=0,\ a=10)$

$K_{max} = 1$ $(p=1,\ a=1)$

ΑΛΛΑ Η ΕΠΙΘΥΜΗΤΗ ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΘΕΛΕΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ $< -2$

ΑΝ $C(s) = K \frac{(s+z_1)}{s}$




$d = \sqrt{(z_1)(z_1-1-p)}$

$d_{max}$ ΟΤΑΝ $p = \phi$

ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΠΙΛΕΓΕΙ ΤΟ ΚΕΡΔΟΣ $(aK = K')$ ΕΤΣΙ ΩΣΤΕ ΟΙ ΠΟΛΟΙ ΤΟΥ ΚΛ. ΣΥΣ.

$1 + \frac{aK(s+z_1)}{s(s+1+p)}$ ΝΑ ΕΧΟΥΝ

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ $< -2$

Ή

ΟΙ ΡΙΖΕΣ ΤΗΣ $s^2 + s(1+p+aK) + aKz_1$

ΝΑ ΕΧΟΥΝ $Re(\cdot) < -2$.

(π.χ) ΓΙΑ $p = \phi$ ↳ $s^2 + s(1+K') + K'z_1)$

ΟΙ ΡΙΖΕΣ ΕΙΝΑΙ ΣΤΟ

$$\frac{(-1-p-K') \pm \sqrt{(1+p+K')^2 - 4K'z_1}}{2}$$

ΕΠΙΛΟΓΗ $z_1$: $(1+p+K')^2 - 4K'z_1 < \phi$ Ή

$z_1 > \frac{(1+p+K')^2}{4K'}$ Worst case scenario ΓΙΑ $p = 1$

$z_1 > \frac{(2+K')^2}{4K'}$

ΣΕ ΑΥΤΗ ΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ ΕΙΝΑΙ $\frac{-1-p-K'}{2} < -2$ ↳

$K' > 3 - p$ (Worst case scenario ΓΙΑ $p = \phi$)

Ή

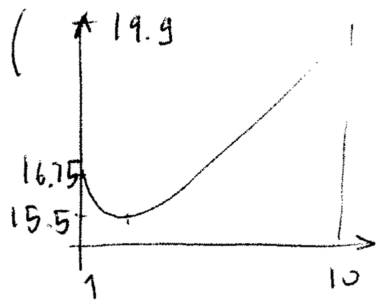
$K' > 3$ Ή $aK > 3$ Ή $K > \frac{3}{a}$ (Worst case scenario ΓΙΑ $a = 1$)

$K > 3$

ΓΙΑ $K=3$ $\hookrightarrow$ $z_1 > \dfrac{(2+(a3))^2}{4(a3)} = \dfrac{9a^2+12a+4}{12a}$

worst case scenario για $a=10$

$z_1 > 19{,}9$ (




)

ΘΕΜΑ 3

1. $\ddot{x} + (\dot{x})^2 + \sqrt{2}\sin(x) = u^3$ $\quad x^\circ = \pi/4$

$(\dot{x}^\circ) = 1 \quad \ddot{x}^\circ = ($

$1^2 + \sqrt{2}\sin(\pi/4) = 2 = (u^\circ)^3 \hookrightarrow$

$u^\circ = \sqrt[3]{2}$

$(\cancelto{0}{\ddot{x}^\circ} + \Delta\ddot{x}) + (1+\Delta\dot{x})^2 + \sqrt{2}\sin(\pi/4 + \Delta x) = (u^\circ + \Delta u)^3$

$\Delta\ddot{x} + 1 + 2\Delta\dot{x} + \cancelto{0}{(\Delta\dot{x})^2} + \sqrt{2}\left[\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\cos(\Delta x) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\cdot \sin(\Delta x)\right]$

$= \Delta\ddot{x} + 1 + 2\Delta\dot{x} + \sqrt{2}\sin(\pi/4)\left[1 - \cancelto{0}{\frac{\Delta x^2}{2!}} + \right] + \sqrt{2}\cos(\pi/4)\left[\Delta x - \cancel{\frac{\Delta x^3}{3!}}\right.$

$= \Delta\ddot{x} + 1 + 2\Delta\dot{x} + \sqrt{2}\sin(\pi/4) + \sqrt{2}\,\frac{\sqrt{2}}{2}\Delta x =$

$= \Delta\ddot{x} + 2 + 2\Delta\dot{x} + \Delta x = (u^\circ)^3 + 3(u^\circ)^2\Delta u + 3u^\circ\cancelto{0}{\Delta u^2} + \cancel{\Delta u^3}$

$\hookrightarrow \Delta\ddot{x} + 2\Delta\dot{x} + \Delta x = 3(1.2599)^2\Delta u$

$\Delta\ddot{x} + 2\Delta\dot{x} + \Delta x = 4.7622\,\Delta u$

$$\frac{\Delta x}{\Delta u} = \frac{4.7622}{s^2 + 2s + 1}$$

2. ΠΟΛΟΙ ΜΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ $< -10$

(ΕΣΤΩ ΠΟΛΟΙ ΚΛ. ΣΥΣ ΜΕ $-p_1, -p_2$) $\quad p_i > +10, \; i = 1, 2$

ΕΠΙΘΥΜΗΤΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$(s+p_1)(s+p_2) \quad \rightarrow \quad s^2 + (p_1+p_2)s + p_1 p_2$$

$$u = K_1 \Delta x + K_2 \Delta \dot{x}$$

$$K_2 = p_1 + p_2 - 2$$

$$K_1 = p_1 p_2 - 1$$

# ΘΕΜΑ 5

1 $$\frac{Y}{U}(s) = \frac{2s^2+7s-22}{s^3+9s^2-12s-20} = 2\,\frac{(s+5.5)\cancel{(s-2)}}{(s+10)\cancel{(s-2)}(s+1)}$$

$\frac{Y}{U}(s)$ ΕΥΣΤΑΘΗΣ (dc-gain = 1.1)

2 ΕΠΙΛΕΓΕΤΑΙ Η ΚΥΡΙΑΡΧΟΥΣΑ ΙΔΙΟΤΙΜΗ ($3^H$ ΣΥΝΙΣΤΩΣΑ)

$$\dot{x}_3 = -1\,x_3 + 1\,u$$

$$y = 1\,x_3$$

$\longrightarrow$ ΤΟ 1 ΑΛΛΑΖΕΙ ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟ dc-gain

$$\frac{Y}{U}(s)\Big|_{X=[x_3]} = \frac{1}{s+1}$$ (ΕΠΕΙΔΗ ΤΟ dc-gain ΕΙΝΑΙ 1) ΠΡΟΣΑΡΜΟΖΕΤΑΙ Ο ΑΡΙΘΜΗΤΗΣ ΣΕ 1.1

$$\Downarrow$$

$$= \frac{1.1}{s+1}$$

3 $u = \mp K x_3 + r \;\hookrightarrow\;$ $$\dot{x}_3 = (-1 \mp K)\,x_3 + r$$ $$y = 1.1x_3$$

$\hookrightarrow$ ΑΝ $K = 4.5$

$$\dot{x}_3 = -5.5\,x_3 + r$$

$$y = x_3$$

4 $$\mathrm{eig}\left(\begin{bmatrix} -10 & & \\ & 2 & \\ & & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} 4.5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}\right)$$

$$\parallel$$

$$\mathrm{eig}\left(\begin{bmatrix} -14.5 & 0 & -4.5 \\ & 2 & \\ -4.5 & & -5.5 \end{bmatrix}\right) = \begin{cases} -16.36 \\ -3.63 \\ 2 \end{cases}$$