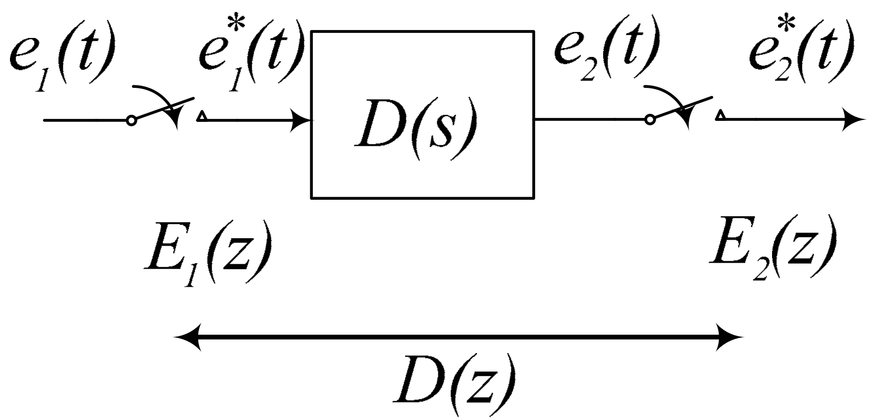
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II

Μέθοδοι υλοποίησης Διακριτών Ελεγκτών



$$D(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}}$$

Direct Digital Programming I
(Άμεσος ψηφιακός προγραμματισμός)

$$\frac{E_2(z)}{E_1(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}}$$

Πολ/σμός

$$E_2(z)(a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}) = E_1(z)(b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m})$$

Αντίστροφος Μετασχ. Z:

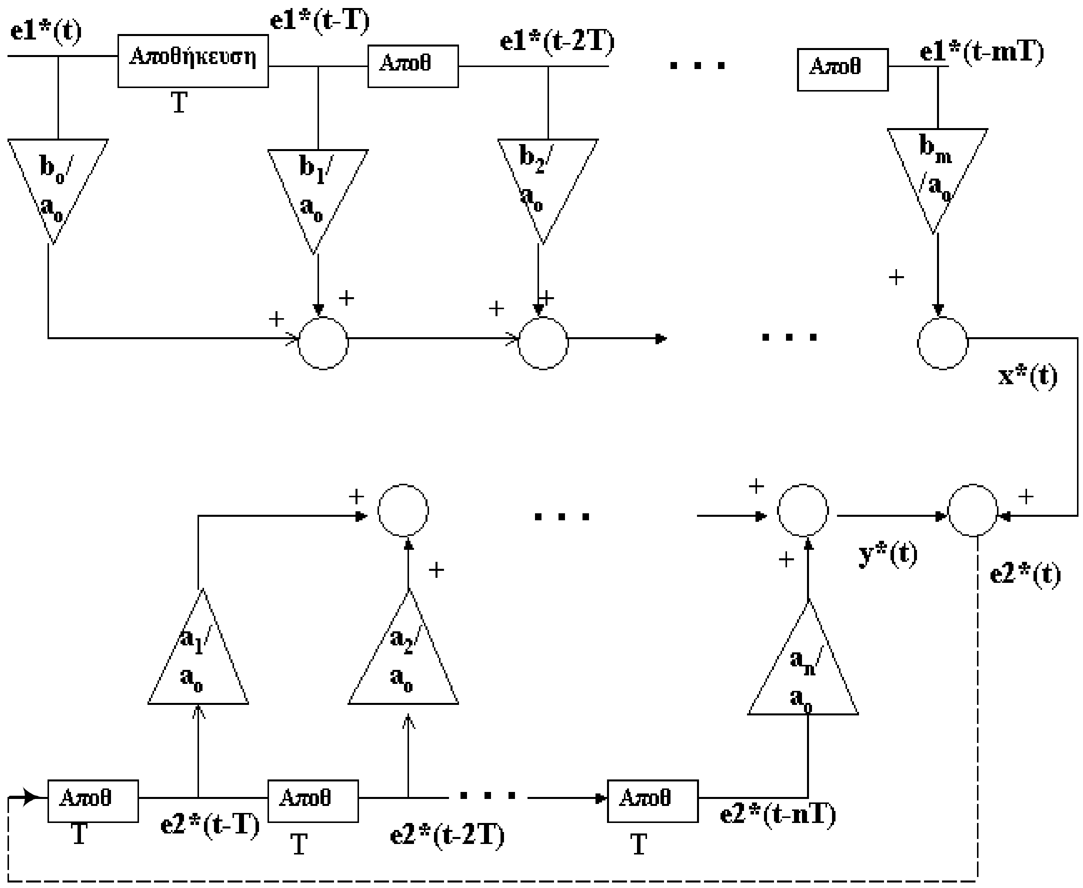
$$a_0 e_2^*(t) + \sum_{k=1}^{n} a_k e_2^*(t - kT) = \sum_{k=0}^{m} b_k e_1^*(t - kT)$$

Λύνουμε ως προς $e_2^*(t)$

$$e_2^*(t) = \frac{1}{a_0}\sum_{k=0}^{m} b_k e_1^*(t - kT) - \frac{1}{a_0}\sum_{k=1}^{n} a_k e_2^*(t - kT) = x^*(t) - y^*(t)$$

$$e_2^*(t) = x^*(t) - y^*(t)$$

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II



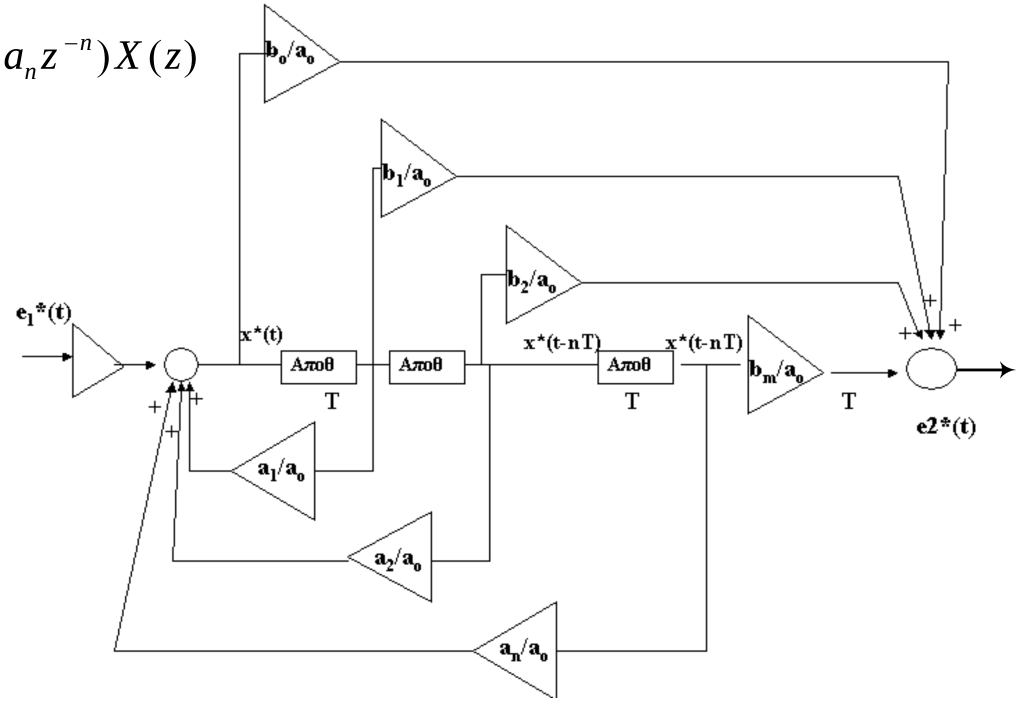
Χρειάζονται m+n στοιχεία αποθήκευσης

Direct Digital Programming II

$$E_2(z) = \frac{1}{a_0}(b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_m z^{-m}) X(z)$$

$$X(z) = \frac{1}{a_0} E_1(z) - \frac{1}{a_0}(a_0 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_n z^{-n}) X(z)$$

$$D(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} X(z)$$

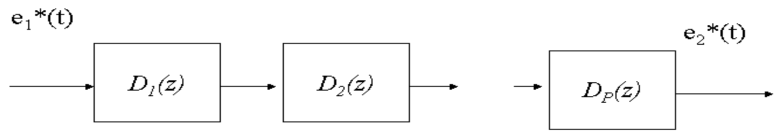


Αριθμός στοιχείων αποθήκευσης: max{m,n}

Ακολουθιακός (Cascade) Ψηφιακός Προγραμματισμός

Διάσπαση $D(z)$ σε γινόμενο απλών κλασμάτων

$$D(z) = \prod_{k=1}^{p} D_k(z), \; p = \max\{n, m\}$$



I) Πραγματικός πόλος και πραγματικό μηδενικό $D_k(z) = K_k \dfrac{1 + c_k z^{-1}}{1 + d_k z^{-1}}$

II) Δυο συζυγείς μιγαδικοί πόλοι $D_k(z) = K_k \dfrac{1}{1 + d_k z^{-1} + f_k z^{-2}}$

III) Πραγματικό μηδενικό και δυο συζυγείς μιγαδικοί πόλοι $D_k(z) = \dfrac{1 + c_k z^{-1}}{1 + d_k z^{-1} + f_k z^{-2}}$

IV) Συζυγείς μιγαδικά μηδενικά και συζυγείς μιγαδικοί πόλοι $D_k(z) = \dfrac{1 + g_k z^{-1} + h_k z^{-2}}{1 + d_k z^{-1} + f_k z^{-2}}$

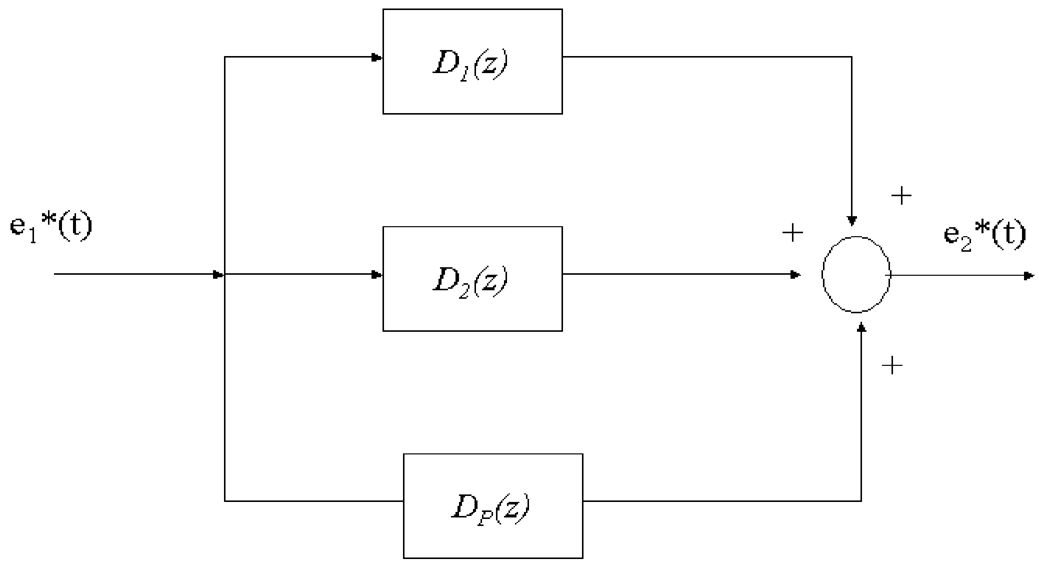
V) Πραγματικό μηδενικό $D_k(z) = K_k [1 + c_k z^{-1}]$

VI) Συζυγείς μιγαδικά μηδενικά $D_k(z) = K_k (1 + g_k z^{-1} + h_k z^{-2})$

Καθένα στοιχείο υπολογίζεται με τον άμεσο τρόπο (Α).

Γ) Παράλληλος Ψηφιακός Προγραμματισμός

$$D(z) = \sum_{k=1}^{D} D_k(z),\ p = \max\{n, m\}$$



I) $$D_k(z) = \frac{K_k}{(1+d_k z^{-1})^j}$$

j=1,2,… N: πολλαπλότητα πόλων

II) $$D_k(z) = K_k \frac{(1+c_k z^{-1})}{(1+d_k z^{-1} + f_k z^{-2})^j}$$

μιγαδικοί πόλοι πολλαπλότητας j=1,2,… N

III) $$D_k(z) = \frac{K_k}{z^j}$$

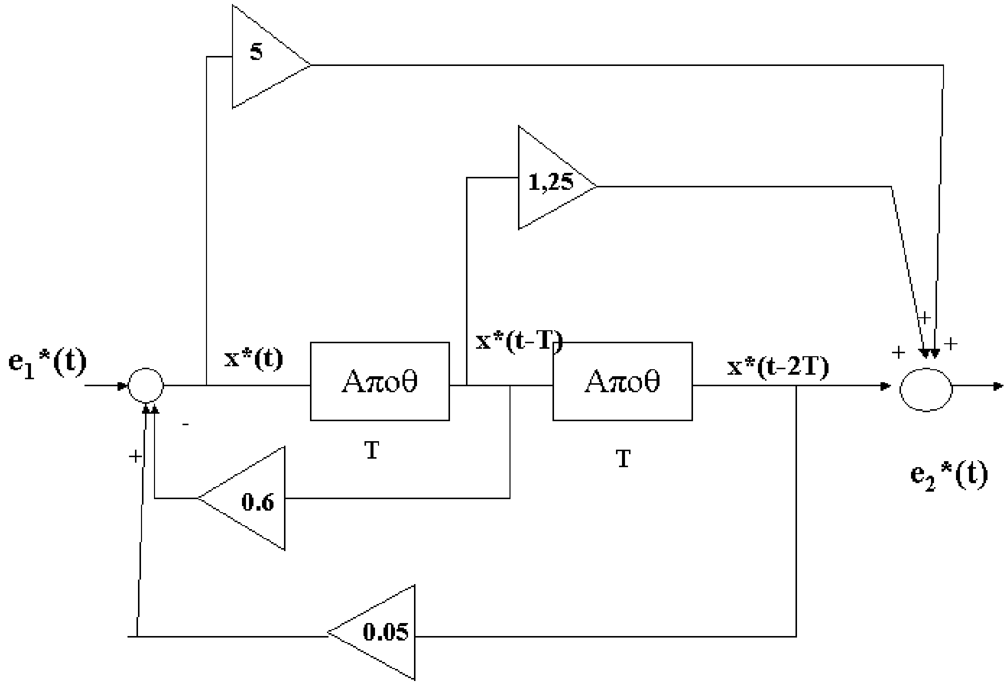
Πόλος στην αρχή των αξόνων z=0, για j=1,2,… N.

Κάθε στοιχείο υλοποιείται με τον άμεσο (direct) τρόπο

Παράδειγμα

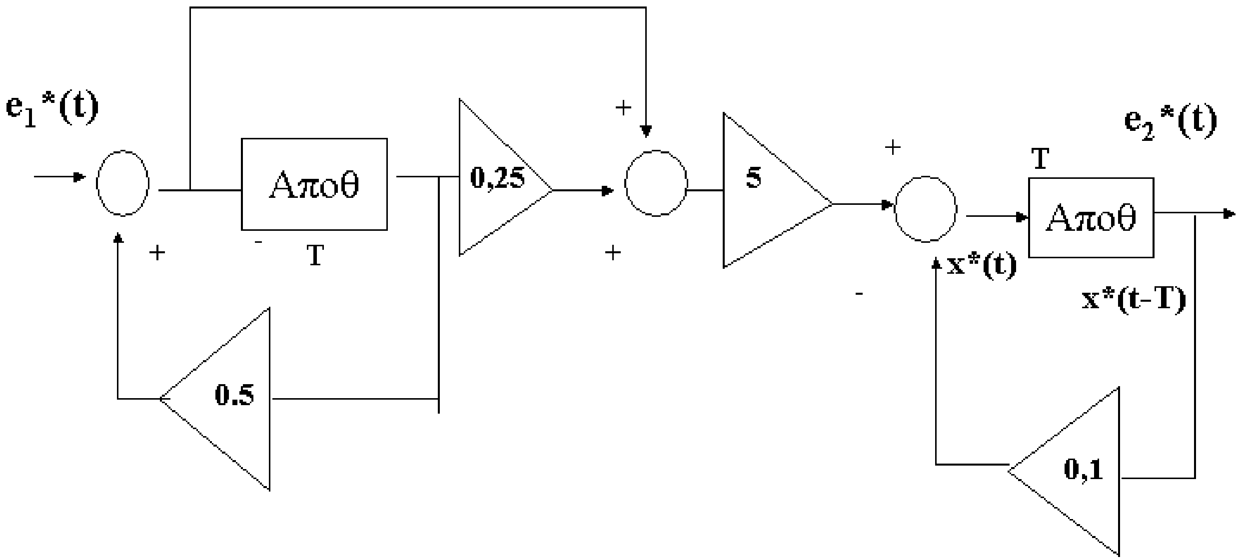
Άμεσος τρόπος ΙΙ

$$D(z)=\frac{E_2(z)}{E_1(z)}=\frac{5(1+0,25z^{-1})}{(1-0,5z^{-1})(1-0,1z^{-1})}=\frac{5+1,25z^{-1})}{1-0,6z^{-1}+0,05z^{-2}}$$

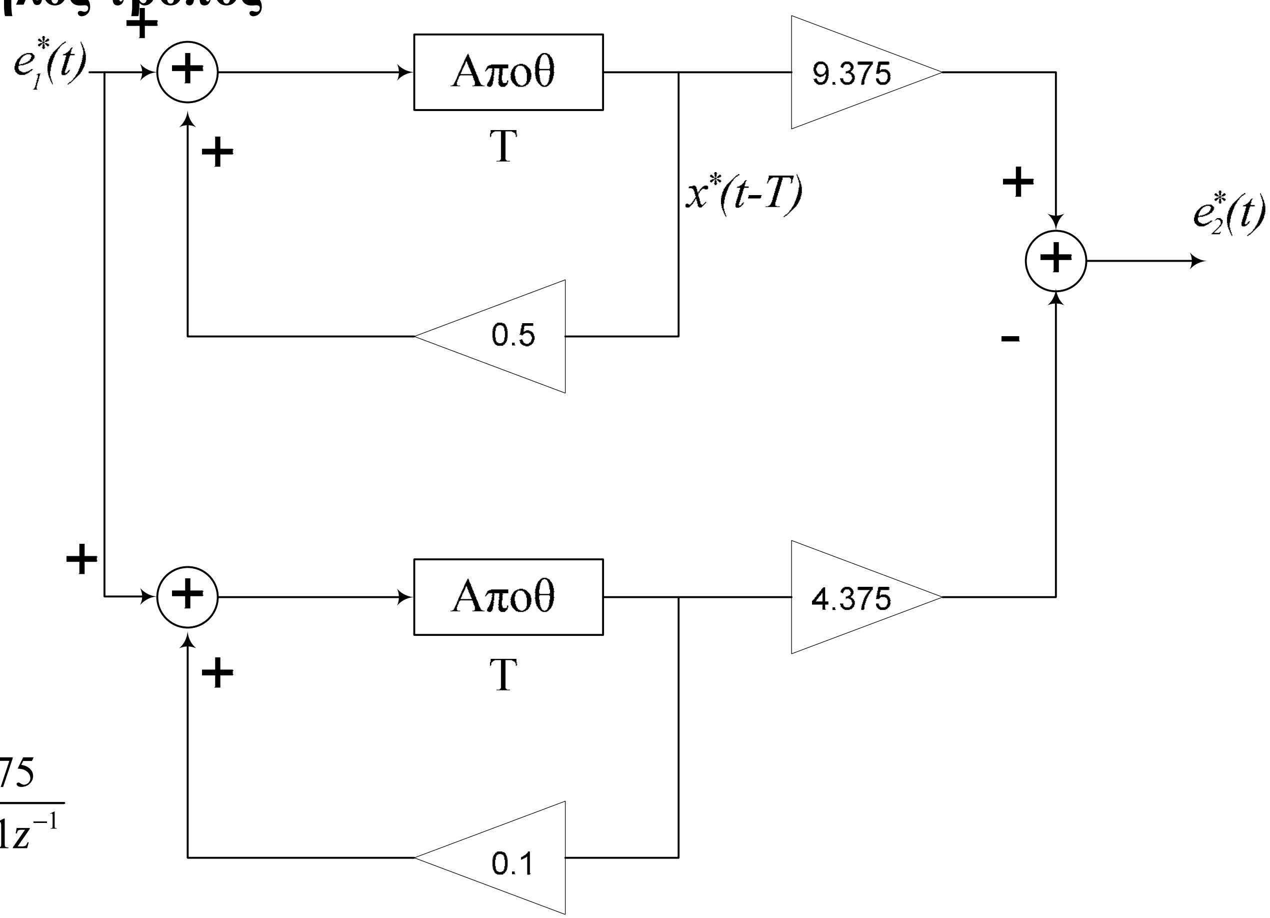


Ακολουθιακός τρόπος

Ακολουθιακός Τρόπος

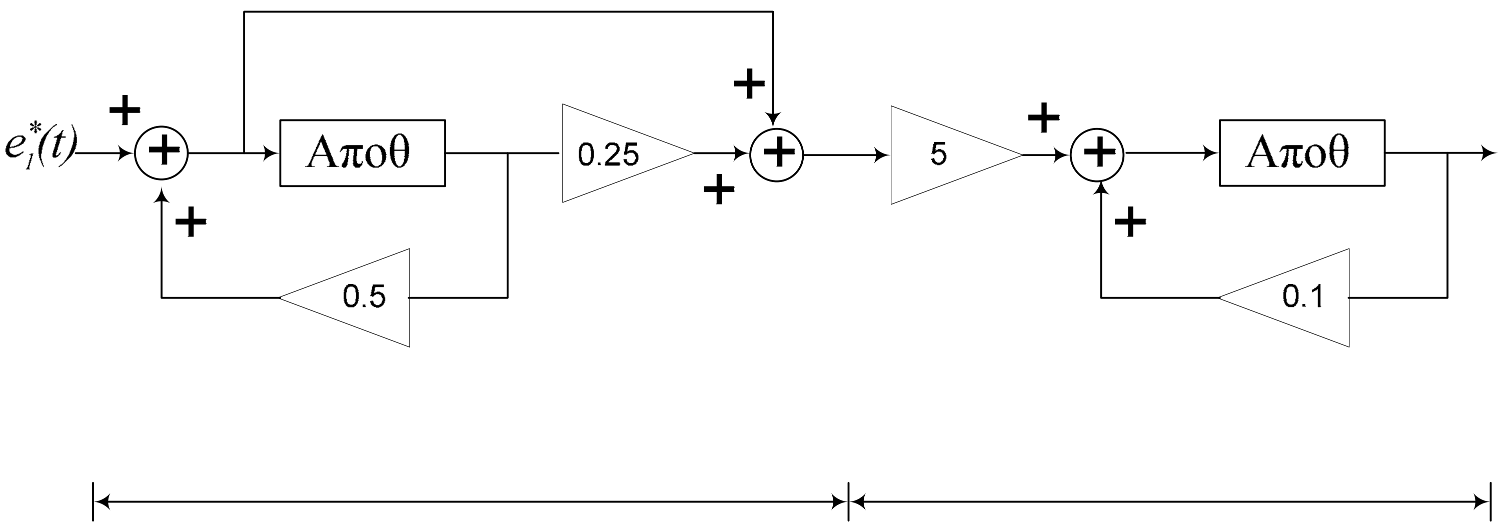


Παράλληλος τρόπος



$$\frac{9,375}{1-0,5z^{-1}}-\frac{4,375}{1-0,1z^{-1}}$$

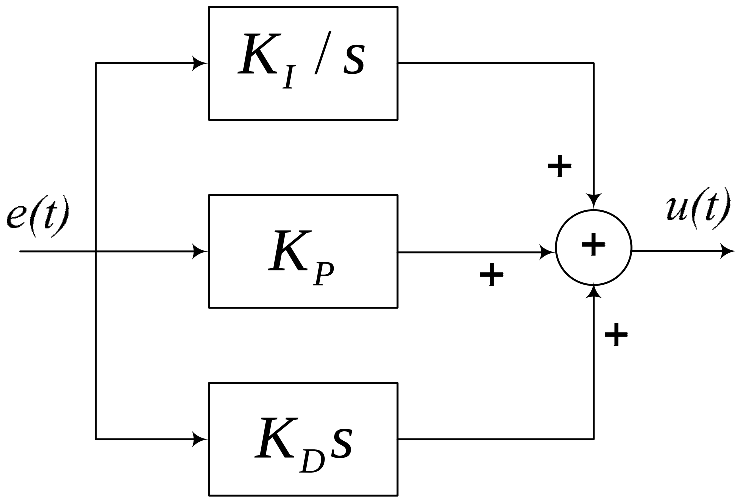
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΥΤΟΜΑΤΟΥ ΕΛΕΓΧΟΥ II



$$\frac{1-0.25z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$$

$$\frac{5}{1-0.1z^{-1}}$$

Διακριτός PID-Έλεγχος

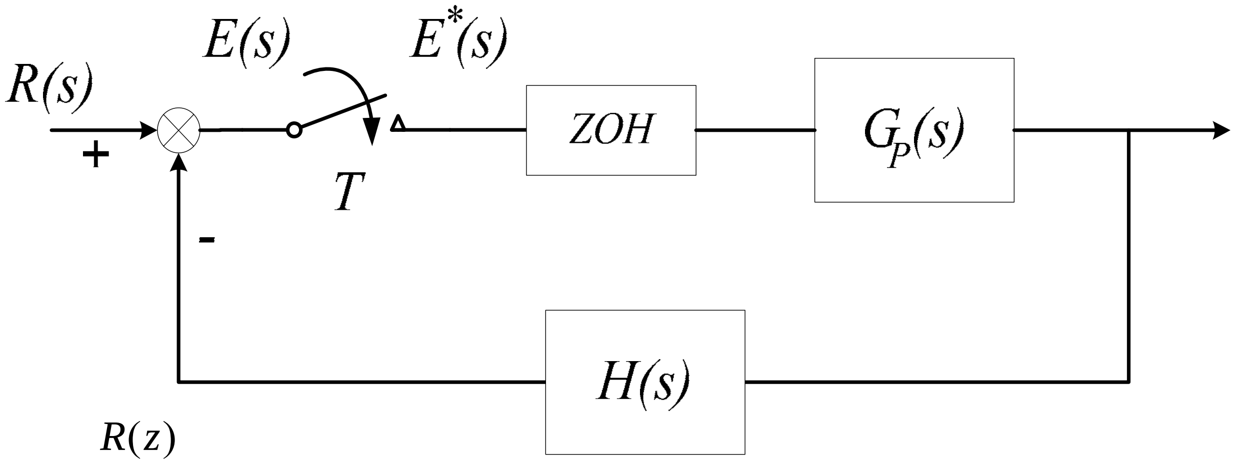


$$K_D s \xrightarrow{FD} K_D \frac{z-1}{Tz}$$

$$K_I / s \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{FD} K_I \dfrac{Tz}{z-1} \\ \xrightarrow{BD} K_I \dfrac{T}{z-1} \\ \xrightarrow{Tustin} K_I \dfrac{T}{2} \dfrac{z+1}{z-1} \end{cases}$$

$$K_P \rightarrow K_P$$

Σφάλματα μόνιμης κατάστασης



$$E(z) = \frac{R(z)}{1 + Z\left[ZOH \cdot G_P \cdot H\right]}$$

$$= \frac{R(z)}{1 + (1 - z^{-1})Z\left[\frac{G_P(s) \cdot H(s)}{s}\right]}$$

$$= \frac{R(z)}{1 + GH(z)}$$

$$e_{ss}^* = \lim_{t\to\infty} e^*(t) = \lim_{z\to 1}\left(1-z^{-1}\right)\frac{R(z)}{1+\left(1-z^{-1}\right)Z\left[\dfrac{G_P(s)H(s)}{s}\right]}$$

•Αν $r(t)=R\mathbf{1}(t)$ Βηματική Είσοδος

$$R(z) = \frac{Rz}{z-1}$$

$$e_{ss}^*\Big|_{STEP} = \lim_{z\to 1}\frac{R}{1+\left(1-z^{-1}\right)Z\left[\dfrac{G_P(s)H(s)}{s}\right]}$$

Έστω $K_P^* = \lim_{z\to 1}\left(1-z^{-1}\right)Z\left[\dfrac{G_P(s)H(s)}{s}\right]$

$$e_{ss}^*\Big|_{STEP} = \frac{R}{1+K_P^*}$$

Αν $\left(1-z^{-1}\right)Z\left[\dfrac{K\left(1+T_a s\right)+\ldots+\left(1+T_m s\right)}{s^{j+1}\left(1+T_1 s\right)+\ldots+\left(1+T_n s\right)}\right]$

Για j=0 $\left(1-z^{-1}\right)Z\left[\dfrac{Kz}{z-1}+\text{οροι}\quad\text{ενεκα}\quad\text{μη μηδενικων πολων}\quad\text{της}\quad G_P(s)H(s)\right]$

Τότε $K_P^* = K$

Για j=1 $\left(1-z^{-1}\right)Z\left[\dfrac{KTz}{\left(z-1\right)^2}+\dfrac{K_1 z}{z-1}\text{οροι}\quad\text{ενεκα}\quad\text{μη μηδενικων πολων}\quad\text{της}\quad G_P(s)H(s)\right]$

Τότε $K_P^* = \infty$

- Αν $r(t)=Rt\mathbf{1}(t)$

$$R(z)=\frac{RTz}{\left(z-1\right)^2}$$

$$e_{ss}^{*}=\lim_{z\to 1}\frac{RT}{\left(z-1\right)\left[1+GH(z)\right]}=\frac{R}{\lim\limits_{z\to 1}\dfrac{\left(z-1\right)}{T}GH(z)}$$

Έστω $K_{\upsilon}^{*}=\frac{1}{\mathrm{T}}\lim\limits_{z\to 1}\left[\left(z-1\right)GH\left(z\right)\right]$

Τότε $e_{ss}^{*}\Big|_{RAMP}=\frac{R}{K_{\upsilon}^{*}}$