



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

ΑΝΟΙΚΤΑ ακαδημαϊκά
μαθήματα ΠΠ

Ανάλυση Σ.Η.Ε

Ενότητα 4: Ανάλυση ροής φορτίου

Νικόλαος Βοβός, Γαβριήλ Γιαννακόπουλος
Πολυτεχνική Σχολή

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και τεχνολογίας Υπολογιστών



Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό και τα οποία αναφέρονται μαζί με τους όρους χρήσης τους στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

- Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:
- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

- Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.



Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

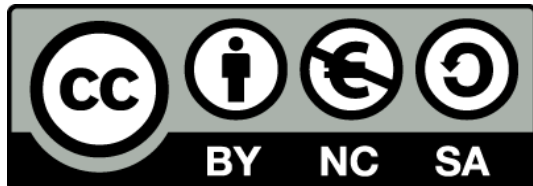
- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.



Άδειες χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης creative commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκεινται σε άλλου τύπου άδειες χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Ανάλυση ροής φορτίου(1)

Είναι η μελέτη της συμπεριφοράς ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας, που υφίσταται συγκεκριμένη φόρτιση, στη μόνιμη ημιτονοειδή κατάσταση λειτουργίας.

Ποσότητες που υπολογίζονται:

- Τάσεις σε όλους τους ζυγούς.
- Ροή ισχύος σε γραμμές και μετασχηματιστές.



Ανάλυση ροής φορτίου(2)

Πότε γίνεται :

- Όταν σχεδιάζονται μεταβολές ή μελλοντικές επεκτάσεις σε ένα υπάρχον σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας, όπως:
 - ανάπτυξη νέων μονάδων παραγωγής
 - τροφοδοσία νέων φορτίων
 - όδευση νέων γραμμών μεταφοράς
 - διασύνδεση με άλλα συστήματα
- Για τον καθορισμό της βέλτιστης λειτουργίας του συστήματος.
- Για την εκτίμηση της επίδρασης που έχουν στο σύστημα διαφορετικές συνθήκες φόρτισης.
- Για την εύρεση αρχικών τιμών που είναι απαραίτητες για άλλες μελέτες.



Ανάλυση ροής φορτίου(3)

Θέματα προς αντιμετώπιση:

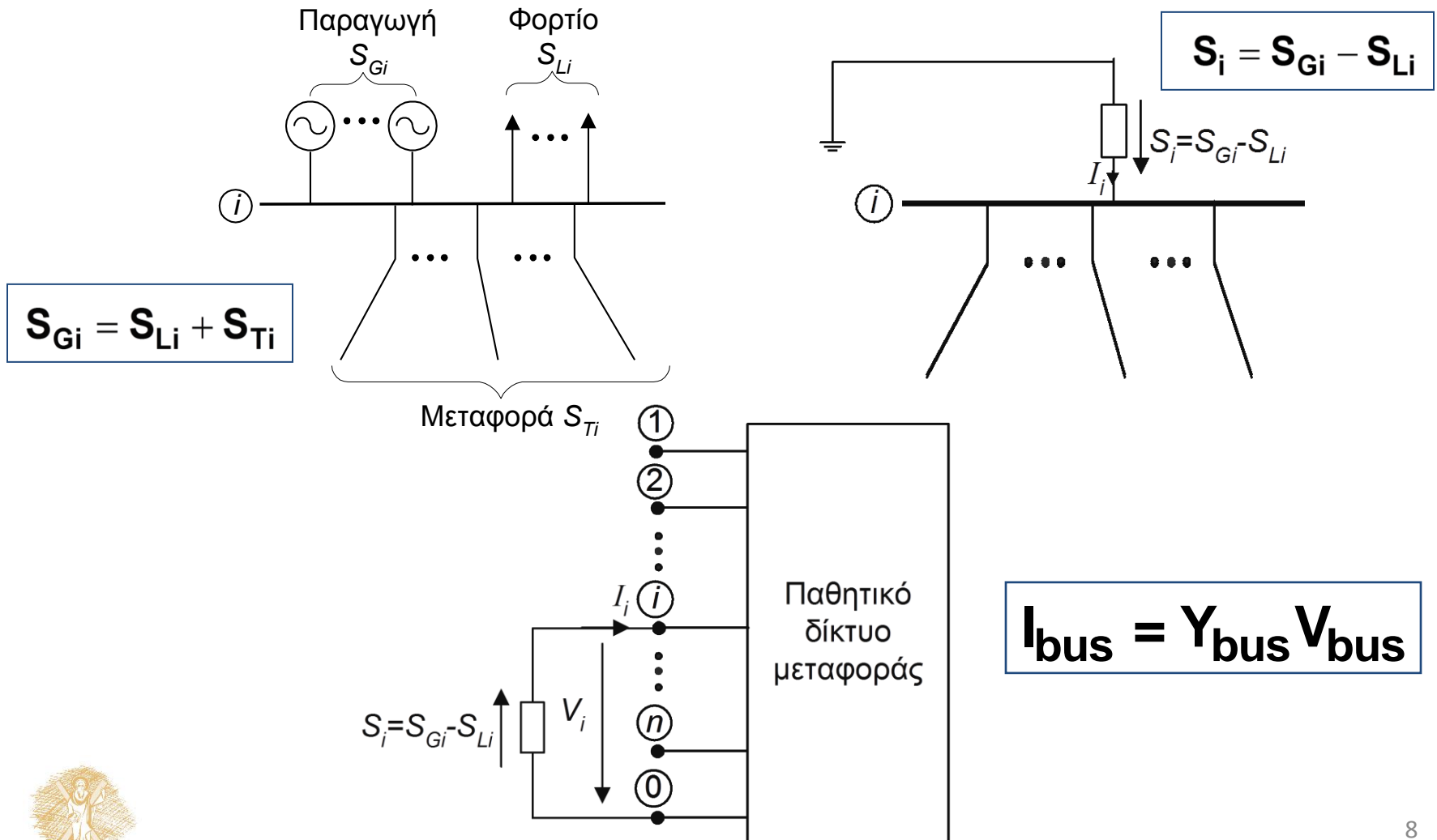
- *Μαθηματική περιγραφή του προβλήματος.*
- *Εφαρμογή μιας αριθμητικής μεθόδου για την επίλυση των εξισώσεων που προκύπτουν.*

Περιορισμοί που θα πρέπει να ικανοποιούνται:

- *Να μην γίνεται υπέρβαση των οριακών δυνατοτήτων των πηγών αέργου ισχύος.*
- *Να μην γίνεται υπέρβαση των ορίων λήψης των μετασχηματιστών ελέγχου.*
- *Να μην υπερφορτίζονται οι γραμμές και οι μετασχηματιστές.*
- *Οι τάσεις των ζυγών να παραμένουν μέσα στα προδιαγεγραμμένα όρια.*



Παράσταση συστήματος για ανάλυση ροής φορτίου



Στατικές εξισώσεις ροής φορτίου

$$I_{bus} = Y_{bus} V_{bus} \longrightarrow I_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \longrightarrow \boxed{S_{Ti} = V_i I_i^* = V_i \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \right)^*}$$

$$S_{Gi} - S_{Li} = S_{Ti}$$

$$(P_{Gi} + jQ_{Gi}) - (P_{Li} + jQ_{Li}) = S_{Ti}$$

$$(P_{Gi} - P_{Li}) + j(Q_{Gi} - Q_{Li}) = S_{Ti}$$

$$P_i + jQ_i = S_{Ti}$$

$$P_i - jQ_i = S_{Ti}^* = V_i^* \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \right) = \sum_{j=1}^n \frac{\varepsilon}{\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}} |V_i| |V_j| |y_{ij}|$$

$$\boxed{P_i - jQ_i = V_i^* \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \right)}$$

$$\boxed{P_i = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})}$$

$$\boxed{Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = -\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})}$$





Χαρακτηριστικά εξισώσεων ροής φορτίου

1. Είναι εξισώσεις αλγεβρικές.
2. Είναι εξισώσεις μη γραμμικές.
3. Συσχετίζουν τάσεις και ισχύεις.
4. Το ισοζύγιο πραγματικής ισχύος εκφράζεται από τη σχέση

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = \sum_{i=1}^n P_{Li} + \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \right]$$

5. Το ισοζύγιο αέργου ισχύος εκφράζεται από τη σχέση

$$\sum_{i=1}^n Q_{Gi} = \sum_{i=1}^n Q_{Li} + \sum_{i=1}^n \left[- \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \right]$$

6. Οι πραγματικές και άεργες απώλειες είναι συναρτήσεις των μέτρων και των γωνιών των τάσεων, δηλαδή

$$P_L = P_L(|V_1|, |V_2|, \dots, |V_n|, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) \quad Q_L = Q_L(|V_1|, |V_2|, \dots, |V_n|, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$$

7. Οι φασικές γωνίες των τάσεων ζυγών δεν εμφανίζονται ποτέ μόνες τους, αλλά πάντα σαν διαφορές $\delta_i - \delta_j$

Ταξινόμηση μεταβλητών(1)

- Μεταβλητές ζυγού i : $P_{Gi}, Q_{Gi}, P_{Li}, Q_{Li}, |V_i|, \delta_i$

- Μεταβλητές διαταραχής : $P_{Li}, Q_{Li} \longrightarrow$

$$p = [P_{L1} \quad Q_{L1} \quad \dots \quad P_{Ln} \quad Q_{Ln}]^T$$

- Μεταβλητές ελέγχου : $P_{Gi}, Q_{Gi} \longrightarrow$

$$u = [P_{G1} \quad Q_{G1} \quad \dots \quad P_{Gn} \quad Q_{Gn}]^T$$

- Μεταβλητές κατάστασης : $|V_i|, \delta_i \longrightarrow$

$$x = [|V_1| \quad \delta_1 \quad \dots \quad |V_n| \quad \delta_n]^T$$

$$F(x, u, p) = 0$$



Ταξινόμηση μεταβλητών(2)

Για σύστημα n ζυγών

- Σύνολο μεταβλητών : $6n$
- Γνωστές μεταβλητές : $2n$
- Άγνωστες μεταβλητές : $4n$
- Διαθέσιμες εξισώσεις : $2n$
- Άγνωστες μεταβλητές που προκαθορίζονται : $2n$
- Μεταβλητές που προσδιορίζονται : $2n$



Τύποι ζυγών για ανάλυση ροής φορτίου

Τύπος ζυγού	Γνωστές ποσότητες που προκαθορίζονται	Άγνωστες ποσότητες που υπολογίζονται	Πλήθος ζυγών
Ζυγός φορτίου	P_{Gi}, Q_{Gi}	$ V_i , \delta_i$	85%
Ζυγός ελεγχόμενης τάσης	$P_{Gi}, V_i $	Q_{Gi}, δ_i	15%
Ζυγός αναφοράς	$ V_1 , \delta_1$	P_{G1}, Q_{G1}	1

$$\sum_{i=1}^n P_{Gi} = \sum_{i=1}^n P_{Li} + \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \right]$$

$$\sum_{i=1}^n Q_{Gi} = \sum_{i=1}^n Q_{Li} + \sum_{i=1}^n \left[- \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \right]$$



Περιορισμοί μεταβλητών

- $|V_i|_{\min} < |V_i| < |V_i|_{\max}$
- $|\delta_i - \delta_j| < (\delta_i - \delta_j)_{\max}$
- $P_{Gi,\min} < P_{Gi} < P_{Gi,\max}$
- $Q_{Gi,\min} < Q_{Gi} < Q_{Gi,\max}$
- περιορισμοί στις μεταβλητές ελέγχου που επιβάλλονται από λόγους οικονομικής λειτουργίας





Το πρόβλημα της ροής φορτίου

Δοθέντος ενός συστήματος ηλεκτρικής ενέργειας

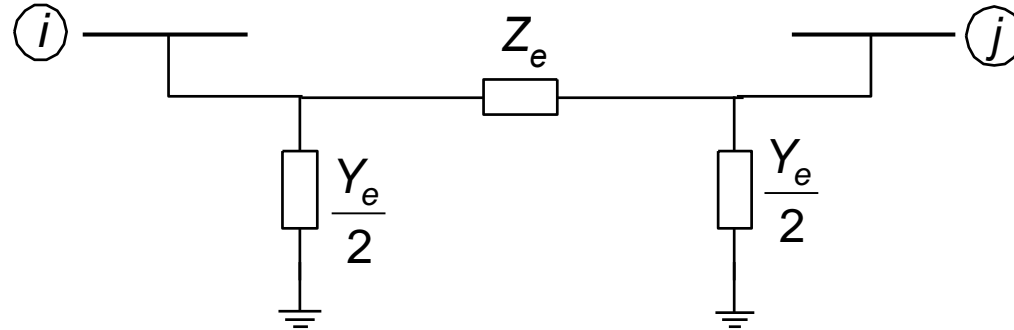
- με γνωστο πίνακα αγωγιμοτήτων Y_{bus} ,
- γνωστή φόρτιση και
- συγκεκριμένους περιορισμούς όσον αφορά τις μεταβλητές κατάστασης και ελέγχου,

να επιλυθούν οι $2n$ εξισώσεις ροής φορτίου

$$F(x, u, p) = 0$$

ως προς τις άγνωστες ποσότητες του Πίνακα 4.1 θεωρώντας γνωστές τις ποσότητες του ίδιου πίνακα που προκαθορίζονται.

Συνεισφορά γραμμής μεταφοράς στον πίνακα Y_{bus}



$$Y_{ii,new} = Y_{ii,old} + \frac{1}{Z_e} + \frac{Y_e}{2}$$

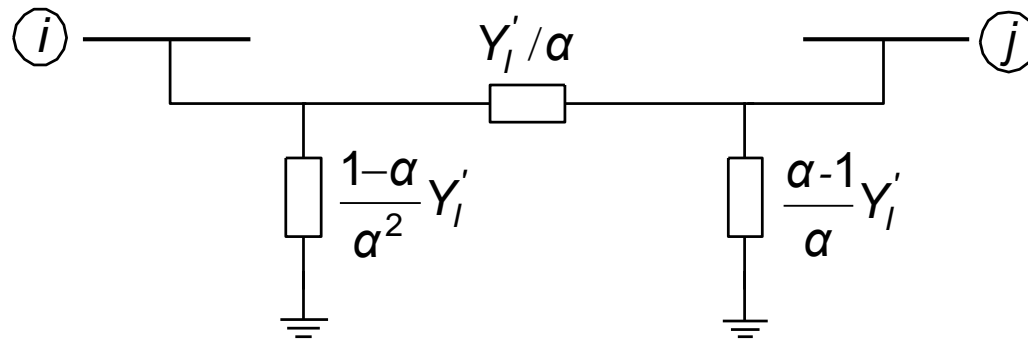
$$Y_{jj,new} = Y_{jj,old} + \frac{1}{Z_e} + \frac{Y_e}{2}$$

$$Y_{ij,new} = Y_{ij,old} - \frac{1}{Z_e}$$

$$Y_{ji,new} = Y_{ji,old} - \frac{1}{Z_e}$$



Συνεισφορά μετασχηματιστή ισχύος στον πίνακα Y_{bus}



$$Y_{ii,new} = Y_{ii,old} + \frac{Y'_1}{a^2}$$

$$Y_{jj,new} = Y_{jj,old} + Y'_1$$

$$Y_{ij,new} = Y_{ij,old} - \frac{Y'_1}{a}$$

$$Y_{ji,new} = Y_{ji,old} - \frac{Y'_1}{a}$$

$$\|V_j| - |V_j|_{spec}| > \epsilon \longrightarrow$$

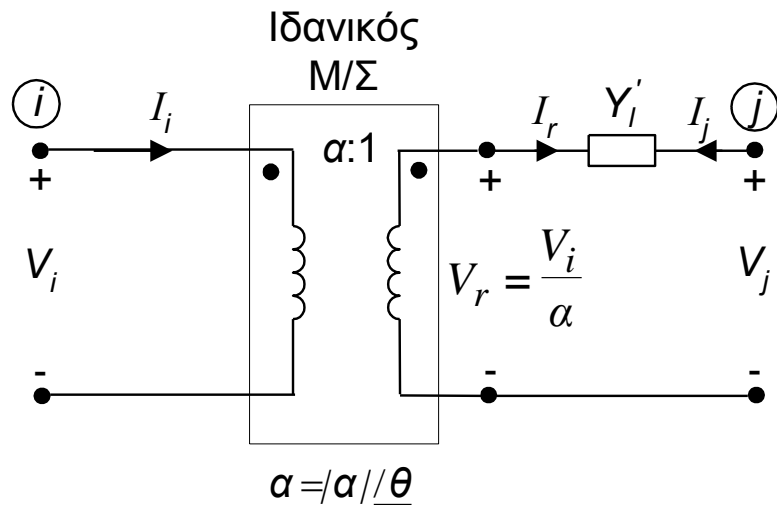
$$\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$$





Συνεισφορά μετασχηματιστή ρύθμισης τάσης στον πίνακα Y_{bus}

$$V_i^* I_i = V_r^* I_r \longrightarrow \frac{I_i}{I_r} = \frac{V_r^*}{V_i^*} = \frac{1}{a^*}$$



$$\left. \begin{aligned} I_r &= a^* I_i = Y_l' \left(\frac{V_i}{a} - V_j \right) \\ I_j &= -I_r = -Y_l' \left(\frac{V_i}{a} - V_j \right) \end{aligned} \right\} \begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{matrix} i \\ j \end{matrix} \begin{bmatrix} Y_l' & -Y_l' \\ aa^* & Y_l' \\ -Y_l' & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

$$Y_{ii,new} = Y_{ii,old} + \frac{Y_l'}{|a|^2}$$

$$Y_{jj,new} = Y_{jj,old} + Y_l'$$

$$Y_{ij,new} = Y_{ij,old} - \frac{Y_l'}{a^*}$$

$$Y_{ji,new} = Y_{ji,old} - \frac{Y_l'}{a}$$

Παρατηρούμε, λοιπόν, ότι η παρουσία ενός μετασχηματιστή ρύθμισης τάσης εισάγει ασυμμετρία, δηλ. $y_{ij} \neq y_{ji}$, στον πίνακα Y_{bus} .

Επίλυση των εξισώσεων ροής φορτίου

Για να είναι δυνατόν μια υπολογιστική τεχνική να χρησιμοποιηθεί για την αριθμητική επίλυση των εξισώσεων ροής φορτίου θα πρέπει:

- Να μπορεί να χειρίζεται μη γραμμικές αλγεβρικές εξισώσεις.
- Να μπορεί να χειρίζεται μεγάλα ενεργειακά συστήματα με εκατοντάδες ζυγούς και χιλιάδες γραμμές μεταφοράς.
- Να είναι ακριβής.
- Να είναι γρήγορη, επειδή συνήθως στην πράξη αναγκαζόμαστε να κάνουμε μια ολόκληρη σειρά από υπολογισμούς ροής φορτίου με συνδυασμούς τάσεων και ισχύων ζυγών για να καταλήξουμε στην καλύτερη δυνατή κατανομή ισχύος.



Επαναληπτικές μέθοδοι επίλυσης των εξισώσεων ροής φορτίου

Προσεγγίζουν το πρόβλημα της επίλυσης των στατικών εξισώσεων ροής φορτίου κατά τον εξής τρόπο:

1. Κάνουμε μια αρχική εκτίμηση για τη λύση αυτών των εξισώσεων, τις $2n$, δηλαδή, άγνωστες ποσότητες που θέλουμε να υπολογίσουμε.
2. Αυτή η αρχική εκτίμηση χρησιμοποιείται για να υπολογιστεί, με τη βοήθεια των εξισώσεων ροής φορτίου, μια καινούργια και καλύτερη δεύτερη εκτίμηση.
3. Η δεύτερη εκτίμηση χρησιμοποιείται για να βρεθεί μια τρίτη εκτίμηση Κ.Ο.Κ.

$$(v \text{ εκτίμηση}) \xrightarrow{\text{αλγόριθμος}} (v+1 \text{ εκτίμηση}), \quad v=0, 1, 2, \dots$$



Αρχικές εκτιμήσεις

Εκ των προτέρων γνωρίζουμε :

- Την τάση $V_1 = |V_1| / \delta_1$ ($= 1 / 0^\circ$ pu) του ζυγού αναφοράς.
- Τα μέτρα $|V_i|$ των τάσεων όλων των ζυγών στους οποίους υπάρχει έλεγχος τάσης.

Κάνουμε εκτίμηση για:

- Τις φασικές γωνίες δ_i των τάσεων των ζυγών στους οποίους υπάρχει έλεγχος τάσης.
- Τα μέτρα $|V_i|$ και τις φασικές γωνίες δ_i των τάσεων των ζυγών φορτίου.

Επειδή σ' ένα πραγματικό σύστημα ηλεκτρικής ενέργειας οι τάσεις των ζυγών δεν διαφέρουν πάρα πολύ, αλλά βρίσκονται γύρω στο 1 pu, είναι σύνηθες να χρησιμοποιούμε γι' αυτές μια ενιαία τιμή εκκίνησης ίση με $1 + j0$ pu $= 1 / 0^\circ$ pu .



Η μέθοδος GAUSS

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{F}(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{x}^{(v+1)} = \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(v)})$$





Γραφική παράσταση της μεθόδου

GAUSS

$$f(x) = x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$x = \underbrace{(x^2 + 16)}_{F(x)} / 10$$

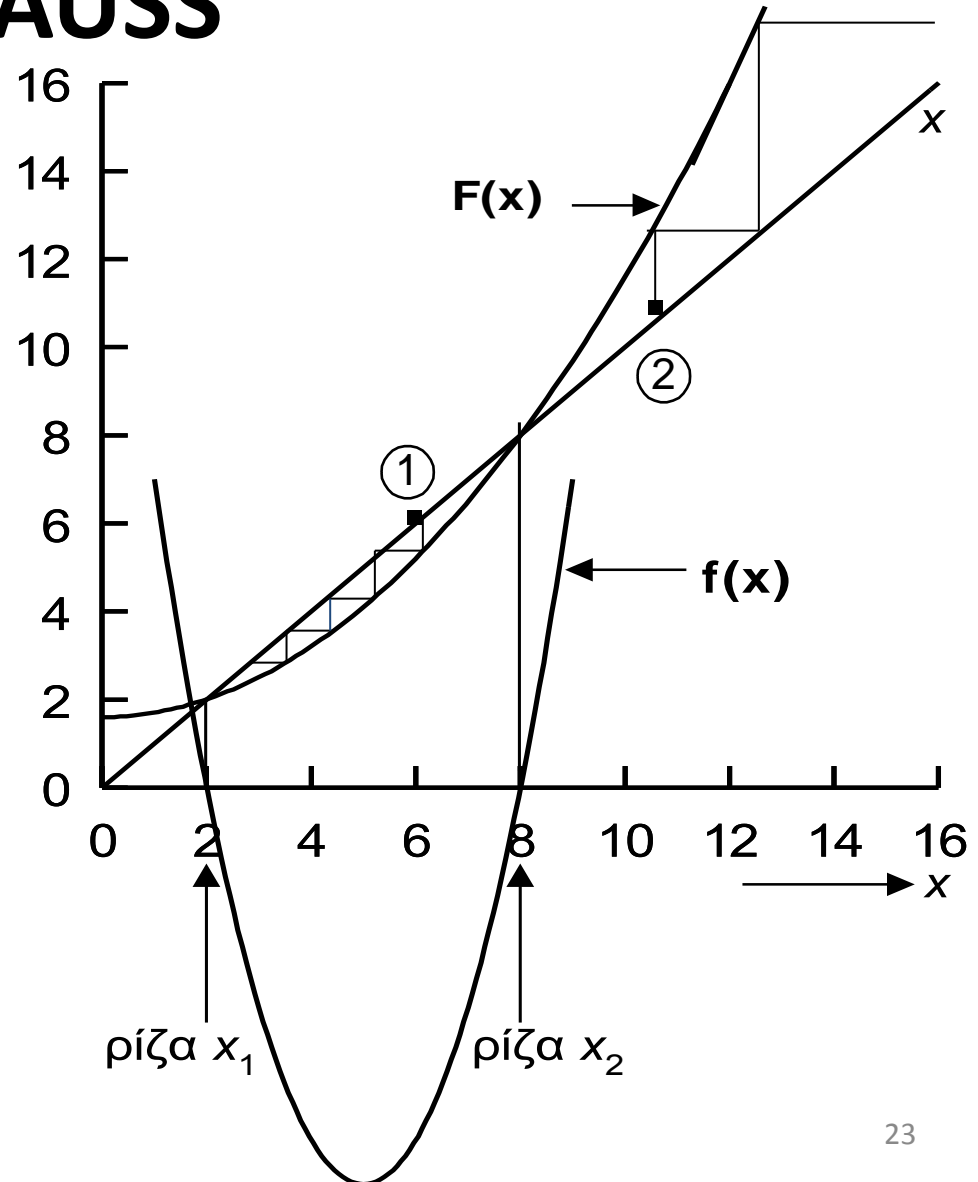
$$x^{(v+1)} = ((x^{(v)})^2 + 16) / 10$$

$$v = 0: x^{(0)} = 6$$

$$v = 1: x^{(1)} = F(x^{(0)}) \\ = (6^2 + 16) / 10 = 5.2$$

$$v = 2: x^{(2)} = F(x^{(1)}) \\ = (5.2^2 + 16) / 10 = 4.3$$

$$v = 3: x^{(3)} = F(x^{(2)}) \\ = (4.3^2 + 16) / 10 = 3.45$$



Η μέθοδος GAUSS για σύστημα n εξισώσεων

$$\left. \begin{array}{l} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{array} \right\} \longrightarrow \begin{array}{l} x_1 = F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x_2 = F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots\dots\dots \\ x_n = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x_1^{(v+1)} = F_1(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)}) \\ x_2^{(v+1)} = F_2(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)}) \\ \dots\dots\dots \\ x_n^{(v+1)} = F_n(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)}) \end{array}$$



Η μέθοδος GAUSS-SEIDEL

$$x_1^{(v+1)} = F_1(x_1^{(v)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)})$$

$$x_2^{(v+1)} = F_2(x_1^{(v+1)}, x_2^{(v)}, \dots, x_n^{(v)})$$

.....

$$x_i^{(v+1)} = F_i(x_1^{(v+1)}, \dots, x_{i-1}^{(v+1)}, x_i^{(v)}, \dots, x_n^{(v)})$$

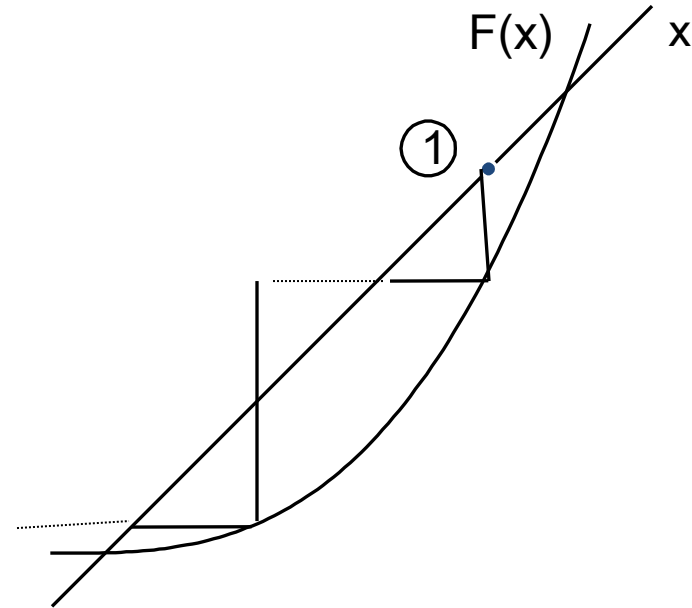
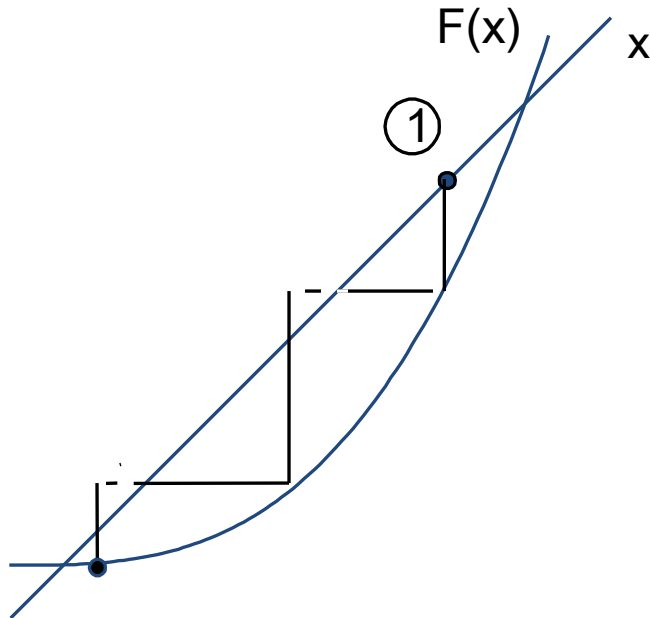
.....

$$x_n^{(v+1)} = F_n(x_1^{(v+1)}, x_2^{(v+1)}, \dots, x_{n-1}^{(v+1)}, \dots, x_n^{(v)})$$



Επιτάχυνση σύγκλισης

$$\mathbf{x_{i,acc}^{(v+1)} = x_{i,acc}^{(v)} + \alpha(x_i^{(v+1)} - x_i^{(v)})}$$



Εφαρμογή μεθόδου G-S για επίλυση εξισώσεων ροής φορτίου

$$P_i - jQ_i = S_{Ti}^* = (V_i I_i^*)^* = V_i^* I_i = V_i^* \left(\sum_{j=1}^n y_{ij} V_j \right) \longrightarrow$$

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = \sum_{j=1}^n y_{ij} V_j = y_{ii} V_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} V_j \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$V_i = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n y_{ij} V_j \right] \quad i = 2, 3, \dots, n$$

$$V_i^{(v+1)} = \frac{1}{y_{ii}} \left[\frac{P_i - jQ_i}{(V_i^{(v)})^*} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} V_j^{(v+1)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} V_j^{(v)} \right] \quad i = 2, 3, \dots, n$$

Αντιμετώπιση ζυγών με ελεγχόμενη τάση

Ισοζύγιο αέργου ισχύος: $Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = - \sum_{j=1}^n \varepsilon |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})$

$$Q_i^{(v+1)} = - |V_i|_{\text{spec}} \left[\sum_{j=1}^{i-1} |V_j|^{(v+1)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v+1)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) + \sum_{j=i}^n |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij}) \right]$$

- Αν $Q_{i,\min} < Q_i^{(v+1)} < Q_{i,\max} \longrightarrow \boxed{V_i^{(v+1)} = |V_i|_{\text{spec}} / \delta_i^{(v+1)}}$
 - Αν $Q_i^{(v+1)} \geq Q_{i,\max} \longrightarrow Q_i^{(v+1)} = Q_{i,\max}$
 - Αν $Q_i^{(v+1)} \leq Q_{i,\min} \longrightarrow Q_i^{(v+1)} = Q_{i,\min}$
- } \longrightarrow Ζυγός φορτίου \longrightarrow $V_i^{(v+1)} = |V_i|^{(v+1)} / \delta_i^{(v+1)}$



Ζυγοί ελέγχου μέτρου τάσης με μετασχηματιστή μεταβλητής λήψης

Λόγος μετασχηματισμού: $a = |a|/\theta$

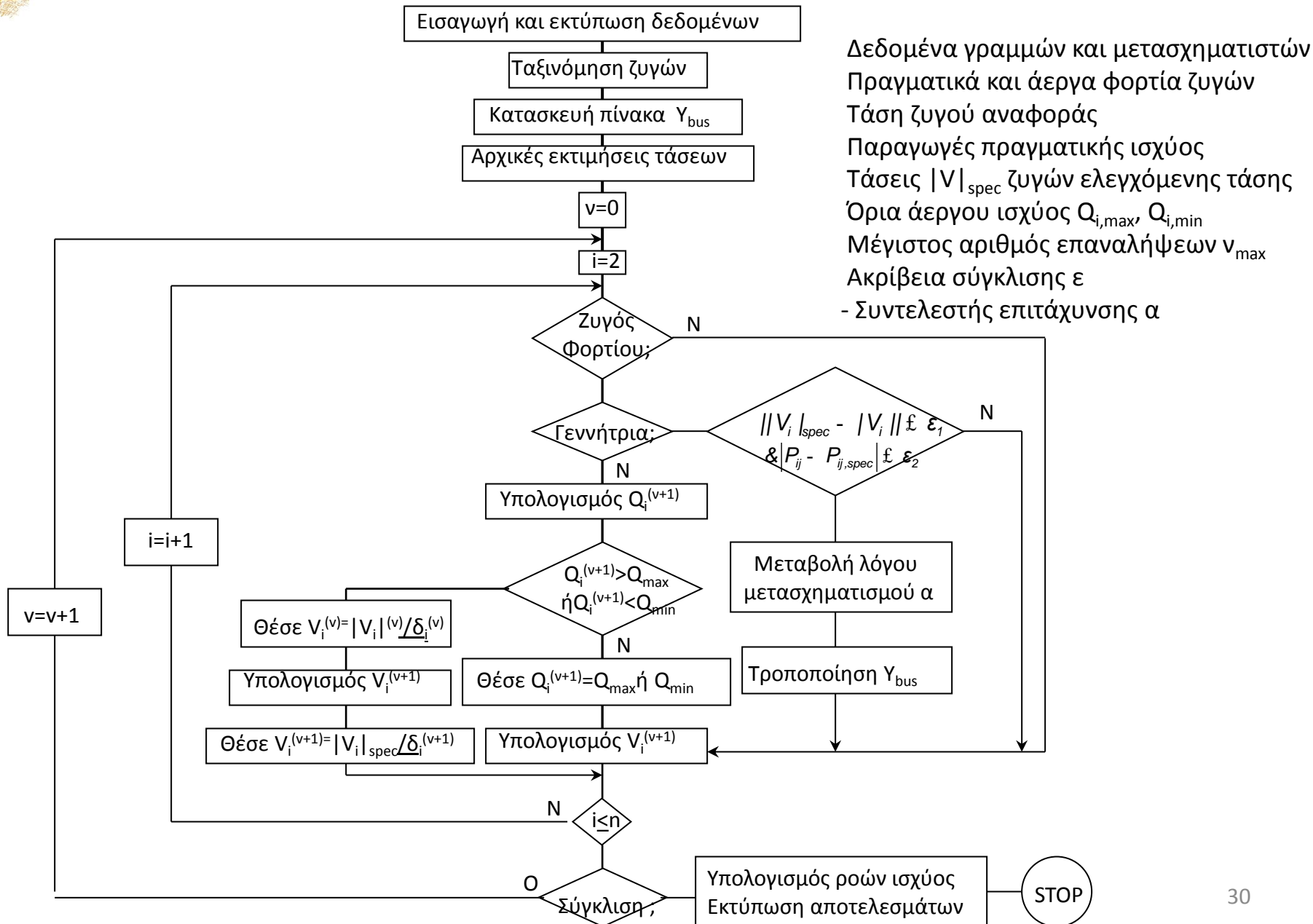
- Αν $\|V_i|_{\text{spec}} - \|V_i\| \geq \varepsilon_1 \longrightarrow$ Μεταβολή $|a|$
 - Αν $|P_{ij} - P_{ij,\text{spec}}| \geq \varepsilon_2 \longrightarrow$ Μεταβολή θ
-

Μεταβολή $|a|, \theta \longrightarrow$ Τροποποίηση Y_{bus}

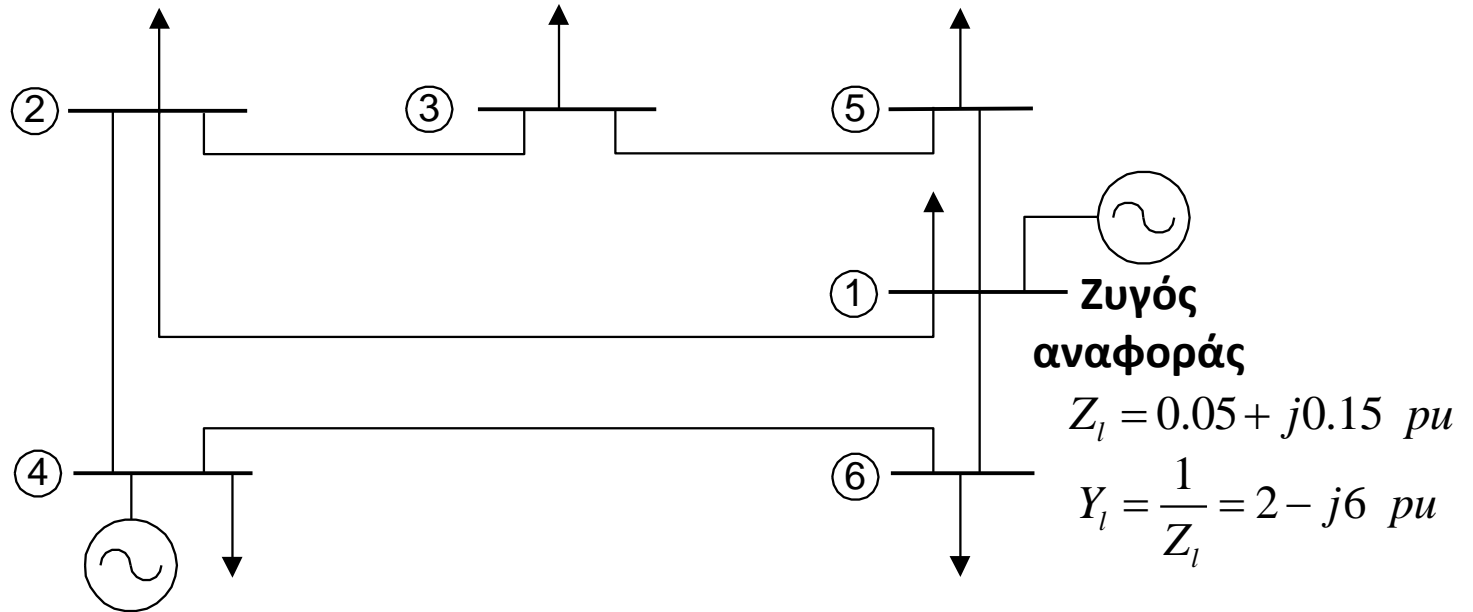




Διάγραμμα ροής μεθόδου G-S



Παράδειγμα



Ζυγός	Φορτίο		Παραγωγή		Τάση
	P_L	Q_L	P_G	Q_G	
1	1.0	0.5	-	-	$1.02 / 0^\circ$
2	0.5	0.2	0	0	-
3	0.5	0.2	0	0	-
4	0.5	0.1	3	-	$ V_4 =1.02$
5	0.4	0.1	0	0	-
6	0.4	0.1	0	0	-



Η μέθοδος NEWTON-RAPHSON

$$f(x) = 0 \quad x^{(0)}, \quad \Delta x^{(0)} \longrightarrow x^{(0)} + \Delta x^{(0)}$$

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = 0$$

$$f(x^{(0)}) + \Delta x^{(0)} \left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)} + \frac{1}{2} (\Delta x^{(0)})^2 \left(\frac{d^2f}{dx^2} \right)^{(0)} + \dots = 0$$

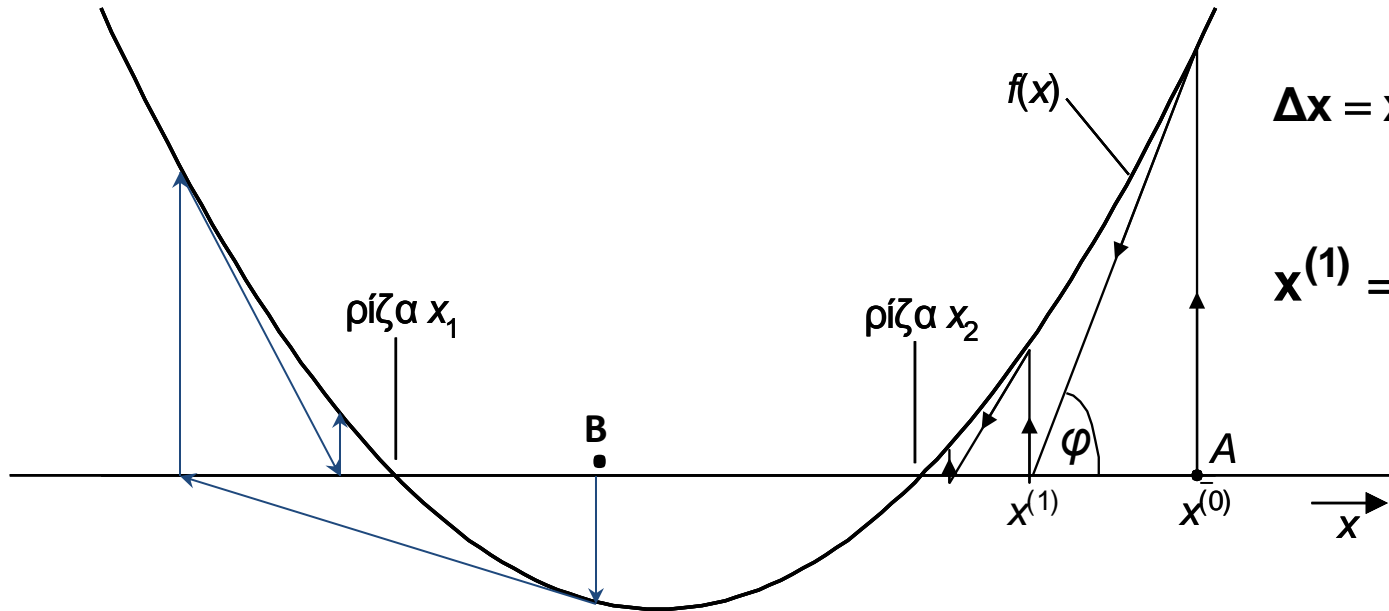
$$f(x^{(0)}) + \Delta x^{(0)} \left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)} \approx 0 \longrightarrow \Delta x^{(0)} \approx - \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}}$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}}$$

$$x^{(v+1)} = x^{(v)} - \frac{f(x^{(v)})}{(df/dx)^{(v)}}$$



Γραφική παράσταση της μεθόδου NEWTON-RAPHSON



$$\tan \varphi = \left(\frac{df}{dx} \right)^{(0)} = \frac{f(x^{(0)})}{\Delta x}$$

$$\Delta x = x^{(0)} - x^{(1)} = \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}}$$

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^{(0)})}{(df/dx)^{(0)}}$$



Η μέθοδος NEWTON-RAPHSON για σύστημα n εξισώσεων(1)

$$\begin{array}{l}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} f_1 \\ f_2 \\ \dots \\ f_n \end{array}} \right\} \longrightarrow
 \begin{array}{l}
 f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = 0 \\
 f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) = 0
 \end{array}$$

$$f_1(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} \approx 0$$

$$f_2(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} \approx 0$$

$$f_n(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \dots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} \approx 0$$



Η μέθοδος NEWTON-RAPHSON για σύστημα n εξισώσεων(2)

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \vdots \\ f_n(x_1^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})\Delta\mathbf{x}^{(0)} \approx \mathbf{0}$$

$$\Delta\mathbf{x}^{(0)} \approx -[\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})$$

$$\mathbf{x}^{(1)} = \mathbf{x}^{(0)} + \Delta\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{x}^{(0)} - [\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)})$$

$$\mathbf{x}^{(v+1)} = \mathbf{x}^{(v)} - [\mathbf{J}^{(v)}]^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(v)})$$



Εφαρμογή μεθόδου N-R για επίλυση εξισώσεων ροής φορτίου(1)

$$P_i = P_{Gi} - P_{Li} = \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})$$

$$Q_i = Q_{Gi} - Q_{Li} = -\sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})$$

$$P_{i,spec} = P_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|)$$

$$Q_{i,spec} = Q_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|)$$

ή

$$P_{i,spec} - P_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|) = 0$$

$$Q_{i,spec} - Q_i(\delta_1, \dots, \delta_n, |V_1|, \dots, |V_n|) = 0$$



Εφαρμογή μεθόδου N-R για επίλυση εξισώσεων ροής φορτίου(2)

$$n-1 \left\{ \begin{array}{l} P_{2,\text{spec}} - P_2(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0 \\ P_{n,\text{spec}} - P_n(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0 \end{array} \right.$$

$$n-1 \left\{ \begin{array}{l} Q_{2,\text{spec}} - Q_2(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0 \\ Q_{n,\text{spec}} - Q_n(\delta_2, \dots, \delta_n, |V_2|, \dots, |V_n|) = 0 \end{array} \right.$$

$$n-1 \left\{ \begin{array}{l} P_{2,\text{spec}} - P_2(\mathbf{x}) = 0 \\ P_{n,\text{spec}} - P_n(\mathbf{x}) = 0 \end{array} \right. \quad \mathbf{x} = [\delta_2 \dots \delta_n \mid |V_2| \dots |V_n|]^T$$

$$n-1 \left\{ \begin{array}{l} Q_{2,\text{spec}} - Q_2(\mathbf{x}) = 0 \\ Q_{n,\text{spec}} - Q_n(\mathbf{x}) = 0 \end{array} \right.$$



Εφαρμογή μεθόδου N-R για επίλυση εξισώσεων ροής φορτίου(3)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \mathbf{H} & \vdots & \bigg| & \vdots & \mathbf{N} & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & \mathbf{M} & \vdots & \bigg| & \vdots & \mathbf{L} & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \bigg| & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$



Εφαρμογή μεθόδου N-R για επίλυση εξισώσεων ροής φορτίου(4)

$$\begin{bmatrix} \delta^{(v+1)} \\ |V|^{(v+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^{(v)} \\ |V|^{(v)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\delta^{(v)} \\ \Delta|V|^{(v)} \end{bmatrix}$$

όπου

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta^{(v)} \\ \Delta|V|^{(v)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H^{(v)} & N^{(v)} \\ M^{(v)} & L^{(v)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P^{(v)} \\ \Delta Q^{(v)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta P_i^{(v)} = P_{i,\text{spec}} - P_i^{(v)}$$

$$\Delta Q_i^{(v)} = Q_{i,\text{spec}} - Q_i^{(v)}$$

$$P_i^{(v)} = \sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \cos(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

$$Q_i^{(v)} = -\sum_{j=1}^n |V_i|^{(v)} |V_j|^{(v)} |y_{ij}| \sin(\delta_j^{(v)} - \delta_i^{(v)} + \gamma_{ij})$$

$i = 2, 3, \dots, n$



Υποπίνακας H

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$H_{ij} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} \right) = - |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} H_{ii} &= \left(\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} \right) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - |V_i|^2 |y_{ii}| \sin \gamma_{ii} \\ &= -Q_i - |V_i|^2 \mathbf{b}_{ii} \end{aligned}$$



Υποπίνακας M

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$M_{ij} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} \right) = - |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} M_{ii} &= \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} \right) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= \sum_{j=1}^n |V_i| |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - |V_i|^2 \underbrace{|y_{ii}| \cos \gamma_{ii}}_{\mathbf{g}_{ii}} \\ &= P_i - |V_i|^2 \mathbf{g}_{ii} \end{aligned}$$



Υποπίνακας N

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$N_{ij} = \left(\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} \right) = |V_i| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = -\frac{M_{ij}}{|V_j|} \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} N_{ii} &= \left(\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} \right) = 2 |V_i| |y_{ii}| \cos \gamma_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= \sum_{j=1}^n |V_j| |y_{ij}| \cos(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) + |V_i| |y_{ii}| \cos \gamma_{ii} \\ &= \frac{P_i}{|V_i|} + |V_i| g_{ii} \end{aligned}$$



Υποπίνακας L

- Μη διαγώνια στοιχεία:

$$L_{ij} = \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} \right) = -|V_i| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) = \frac{H_{ij}}{|V_j|} \quad i \neq j$$

- Διαγώνια στοιχεία:

$$\begin{aligned} L_{ii} &= \left(\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \right) = -2 |V_i| |y_{ii}| \sin \gamma_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) \\ &= -\sum_{j=1}^n |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij}) - |V_i| |y_{ii}| \sin \gamma_{ii} \\ &= \frac{Q_i}{|V_i|} - |V_i| b_{ii} \end{aligned}$$



Αντιμετώπιση ζυγών με ελεγχόμενη τάση

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_n \\ \hline \Delta Q_2 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial P_n}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_n|} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_2|} & \dots & \frac{\partial Q_n}{\partial |V_n|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \vdots \\ \Delta \delta_n \\ \hline \Delta |V_2| \\ \vdots \\ \Delta |V_n| \end{bmatrix}$$

• Αν $Q_{i,\min} < Q_i^{(v)} < Q_{i,\max} \longrightarrow |V_i|^{(v)} = |V_i|_{\text{spec}}$

• Αν $Q_i^{(v)} \geq Q_{i,\max} \longrightarrow Q_i^{(v)} = Q_{i,\max}$
 • Αν $Q_i^{(v)} \leq Q_{i,\min} \longrightarrow Q_i^{(v)} = Q_{i,\min}$

} \longrightarrow Ζυγός φορτίου



Ζυγοί ελέγχου μέτρου τάσης με μετασχηματιστή μεταβλητής λήψης

Λόγος μετασχηματισμού: $a = |a|/\theta$

• Αν $\|V_i|_{\text{spec}} - \|V_i\| \geq \varepsilon_1 \rightarrow$ Μεταβολή $|a|$

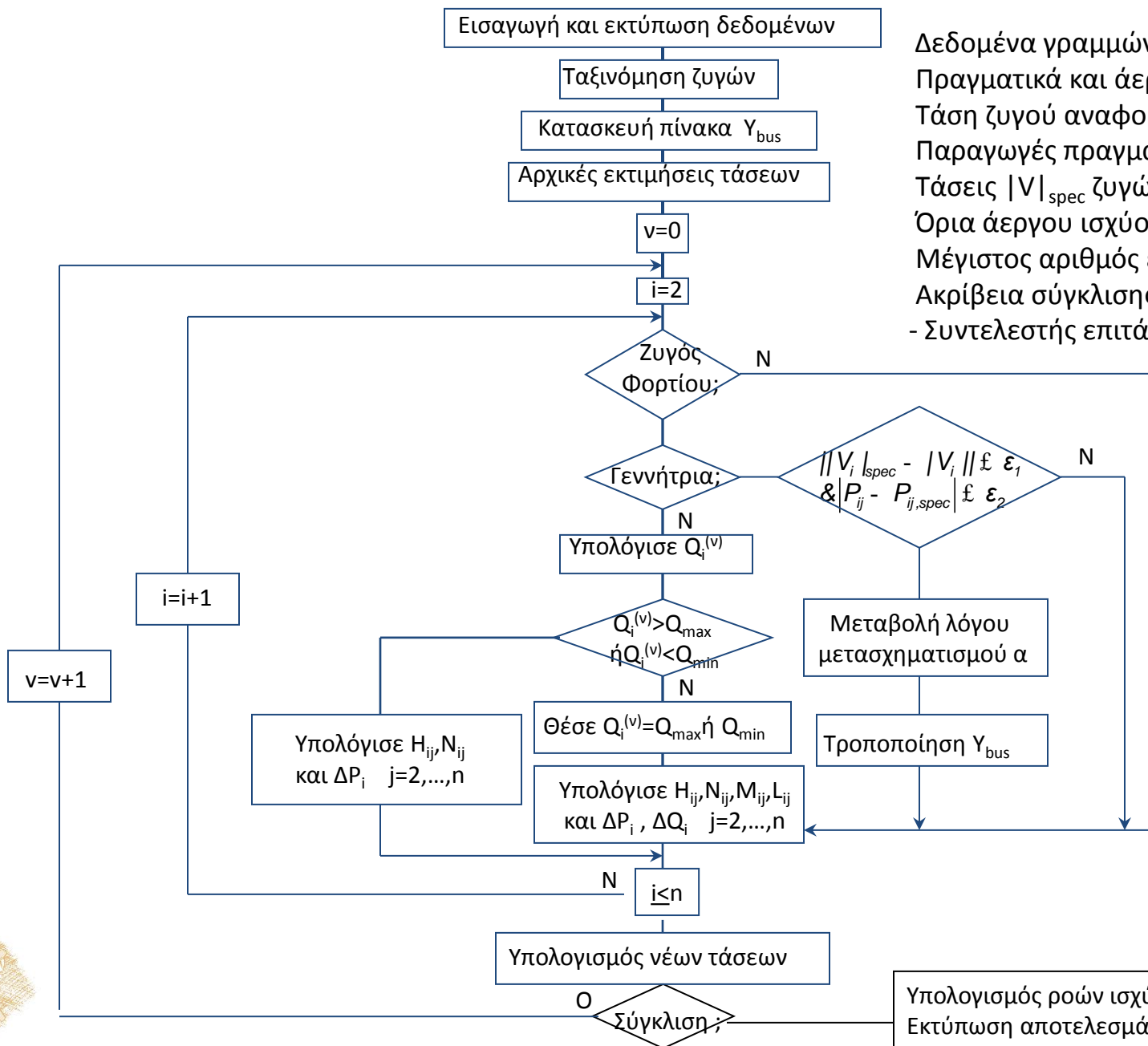
• Αν $|P_{ij} - P_{ij,\text{spec}}| \geq \varepsilon_2 \rightarrow$ Μεταβολή θ

Μεταβολή $|a|, \theta \rightarrow$ Τροποποίηση Y_{bus}

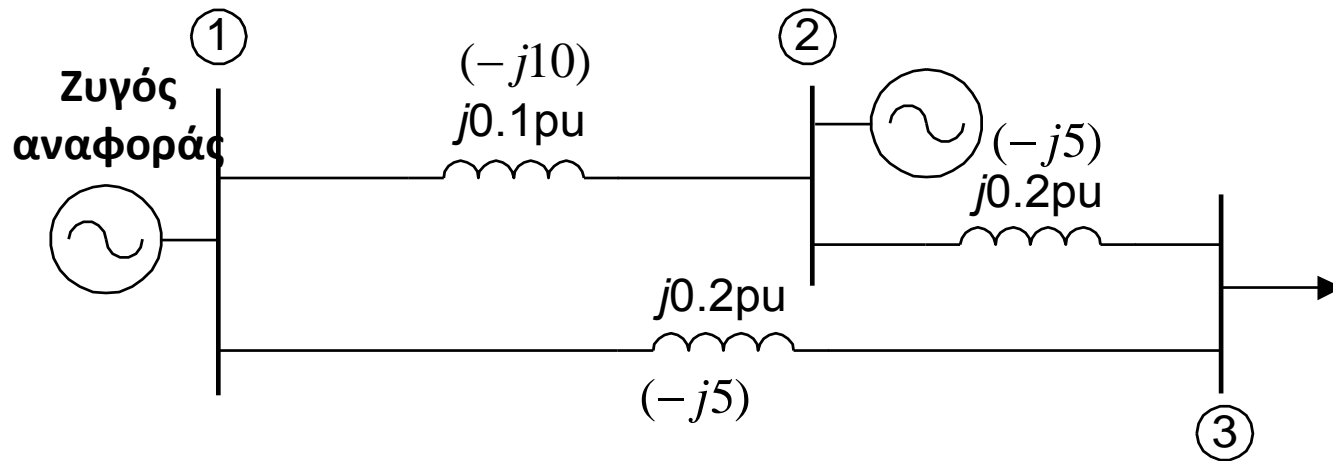


Διάγραμμα ροής μεθόδου N-R

Δεδομένα γραμμών και μετασχηματιστών
 Πραγματικά και άεργα φορτία ζυγών
 Τάση ζυγού αναφοράς
 Παραγωγές πραγματικής ισχύος
 Τάσεις $|V|_{spec}$ ζυγών ελεγχόμενης τάσης
 Όρια άεργου ισχύος $Q_{i,max}, Q_{i,min}$
 Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων v_{max}
 Ακρίβεια σύγκλισης ϵ
 - Συντελεστής επιτάχυνσης α



Παράδειγμα



	Ζυγός	P_L	Q_L	P_G	Q_G	Τάση	$Q_{G,\min}$	$Q_{G,\max}$
1	0	0	0	-	-	$1/0$	-	-
2	0	0	0	5.32	-	$ V_2 =1.1$	0	5.32
3	3.64	0.53	0	0	0	-	-	-



Αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων ροής φορτίου

- Μια μεταβολή της φασικής γωνίας της τάσης δ ενός ζυγού επηρεάζει κυρίως τη ροή πραγματικής ισχύος P στις γραμμές μεταφοράς και αφήνει τη ροή αέργου ισχύος Q σχετικά αμετάβλητη.
- Μια μεταβολή του μέτρου της τάσης $|V|$ ενός ζυγού επηρεάζει κυρίως τη ροή αέργου ισχύος Q στις γραμμές μεταφοράς και αφήνει τη ροή πραγματικής ισχύος P σχετικά αμετάβλητη.

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} \Delta P &= H \Delta \delta \\ \Delta Q &= L \Delta |V| \end{aligned}$$



Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων ροής φορτίου(1)

- Οι φασικές διαφορές $(\delta_i - \delta_j)$ μεταξύ τυπικών ζυγών του συστήματος είναι συνήθως τόσο μικρές ώστε να μπορούμε να θέσουμε

$$\cos(\delta_i - \delta_j) \approx 1 \quad \text{και} \quad \sin(\delta_i - \delta_j) \approx (\delta_i - \delta_j)$$

- Οι άεργες αγωγιμότητες $b_{ij}(=|y_{ij}| \sin \gamma_{ij})$ των γραμμών μεταφοράς είναι πολύ μεγαλύτερες από τις ωμικές αγωγιμότητες $g_{ij}(=|y_{ij}| \cos \gamma_{ij})$ ώστε

$$g_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \ll b_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)$$

- Η άεργος ισχύς Q_i που υπό κανονικές συνθήκες λειτουργίας χύνεται σε κάθε ζυγό i ενός συστήματος είναι πολύ μικρότερη από την άεργο ισχύ που θα έρεε αν όλες οι γραμμές που αναχωρούν από αυτόν το ζυγό βραχυκυκλώνονταν ως προς τον κόμβο αναφοράς, δηλαδή

$$Q_i \ll |V_i|^2 b_{ii}$$



Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων ροής φορτίου(2)

$$H_{ij} = |V_j| L_{ij} = -|V_i| |V_j| |y_{ij}| \sin(\delta_j - \delta_i + \gamma_{ij})$$

$$= -|V_i| |V_j| \left\{ \underbrace{|y_{ij}| \sin \gamma_{ij}}_{b_{ij}} \cos(\delta_j - \delta_i) + \underbrace{|y_{ij}| \cos \gamma_{ij}}_{g_{ij}} \sin(\delta_j - \delta_i) \right\}$$

$$= -|V_i| |V_j| \left\{ b_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) + g_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i) \right\}$$

$$H_{ij} = |V_j| L_{ij} = -|V_i| |V_j| b_{ij} \quad i \neq j$$

$$H_{ii} = |V_i| L_{ii} = -|V_i|^2 b_{ii}$$



Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων ροής φορτίου(3)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} |V_2|^2 b_{22} & |V_2||V_3|b_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_2||V_n|b_{2n} \\ |V_3||V_2|b_{32} & |V_3|^2 b_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_3||V_n|b_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ |V_n||V_2|b_{n2} & |V_n||V_3|b_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n|^2 b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 / |V_2| \\ \Delta P_3 / |V_3| \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta P_n / |V_n| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} |V_2| b_{22} & |V_3| b_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n| b_{2n} \\ |V_2| b_{32} & |V_3| b_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n| b_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ |V_2| b_{n2} & |V_3| b_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & |V_n| b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}$$





Ταχεία αποζευγμένη μέθοδος επίλυσης των εξισώσεων ροής φορτίου(4)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 / |V_2| \\ \Delta P_3 / |V_3| \\ \vdots \\ \Delta P_n / |V_n| \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_{22} & b_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{2n} \\ b_{32} & b_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ b_{n2} & b_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & b_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}$$

$$\Delta \tilde{P} = -B \Delta \delta$$

$$\Delta \tilde{P}_i = \Delta P_i / |V_i|$$

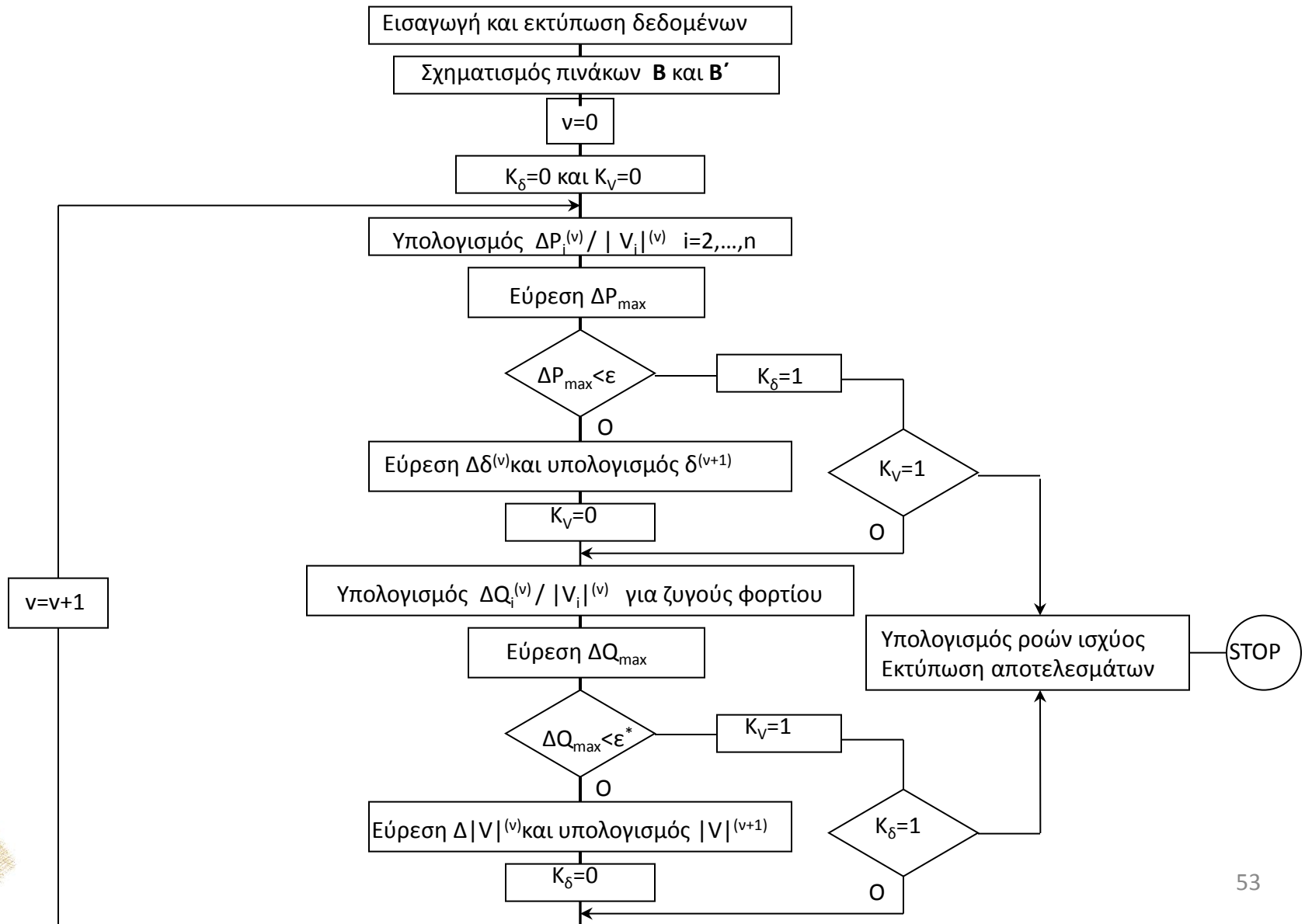
$$B = \text{Im}(Y'_{bus})$$

$$\Delta \tilde{Q} = -B' \Delta |V|$$

$$\Delta \tilde{Q}_i = \Delta Q_i / |V_i|$$

Β' πίνακας που αποτελείται από τις σειρές και στήλες της B που αντιστοιχούν στους ζυγούς φορτίου.

Διάγραμμα ροής ταχείας αποζευγμένης μεθόδου



Βιβλιογραφία

- Όλα τα σχήματα, οι εικόνες και τα γραφήματα που παρουσιάστηκαν σε αυτήν την ενότητα είναι από το βιβλίο «Ανάλυση Συστημάτων Ηλεκτρικής Ενέργειας», Ν. Α. Βοβός, Γ. Β. Γιαννακόπουλος, Εκδόσεις Ζήτη.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο Πανεπιστήμιο Πατρών**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

