

Ηλεκτρονικά Στοιχεία και Κυκλώματα ΙΙ

- Εισαγωγή στα Ολο. Κυκλ. ✓
- Βασική Φυσική MOS ✓
- Ενισχυτές ενός σταδίου ✓
- Διαφορικοί Ενισχυτές ✓
- Καθρέφτες Ρεύματος ✓
- Απόκριση Συχνότητας ✓
- Ηλεκτρικός Θόρυβος
- Ανατροφοδότηση
- Σχεδιασμός Τελεστικών Ενισχυτών (ΤΕ)
- Ευστάθεια και Αντιστάθμιση
- Κυκλώματα Αναφοράς

Required Text:

Design of Analog CMOS Integrated Circuits

Behzad Razavi

Copyrighted © Images reproduced with kind permission of The McGraw-Hill Companies, Inc.



1

Ανασκόπηση Κεφαλαίου «Ηλεκτρικός Θόρυβος»

Ο θόρυβος περιορίζει το ελάχιστο μέγεθος του σήματος που μπορεί να επεξεργαστεί ένα κύκλωμα

Θα μελετήσουμε:

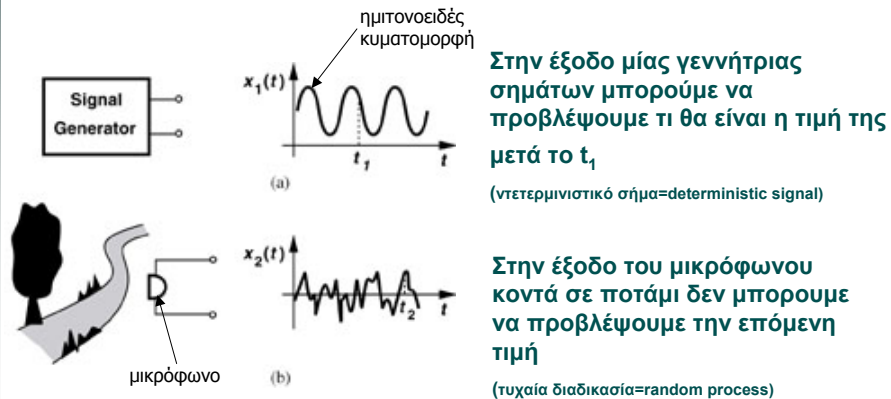
- Τί είναι ο θόρυβος και από που προέρχεται
- Τα χαρακτηριστικά του θορύβου
- Μεθόδους ανάλυσης του θορύβου σε κυκλώματα
- Την επίδραση του θορύβου σε μερικά κυκλώματα



2

Στατιστικά Χαρακτηριστικά Του Θορύβου (1)

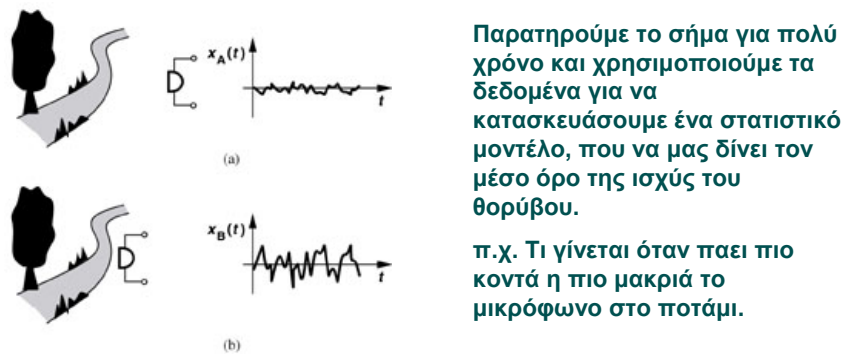
- Ο θόρυβος είναι μια τυχαία διαδικασία



3

Στατιστικά Χαρακτηριστικά Του Θορύβου (2)

Αφού δεν μπορούμε να προβλέψουμε την τιμή πως μπορούμε να ενσωματώσουμε τα δεδομένα του θορύβου στη ανάλυση των κυκλωμάτων;



4

Καθορισμός του Μέσου Όρου της Ισχύος

$$P_{av} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{v^2(t)}{R_L} dt$$

Καθορισμός μέσου όρου της ισχύος για περιοδικό σήμα

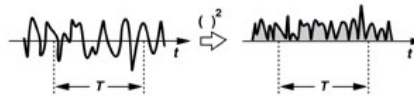
$$P_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} \frac{x^2(t)}{R_L} dt$$

Καθορισμός μέσου όρου της ισχύος για τυχαίο σήμα

(με μονάδα Watts)

$$P_{av} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x^2(t) dt$$

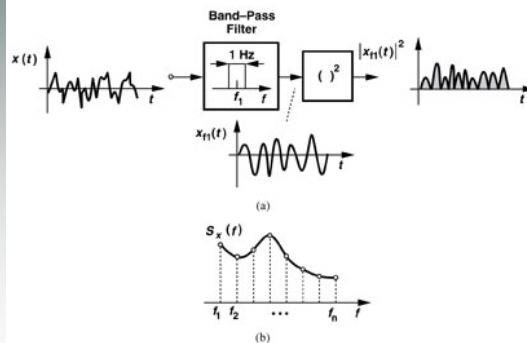
Καθορισμός μέσου όρου της ισχύος για τυχαίο σήμα (με μονάδα V²)



5

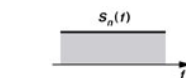
Φάσμα Θορύβου (Noise Spectrum) Φασματική Πυκνότητα Ισχύος- Power Spectral Density

Ο καθορισμός μέσου όρου της ισχύος σε κάθε συχνότητα είναι ακόμα πιο χρήσιμη πληροφορία για σχεδιαστές κυκλωμάτων



Οι πλείστες πηγές θορύβου σε ηλεκτρονικά κυκλώματα έχουν σταθερά PSD.

Η μονάδα του PSD είναι V²/Hz



PSD Λευκού Θορύβου

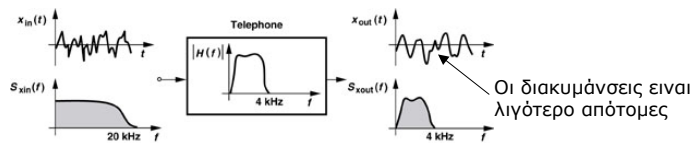
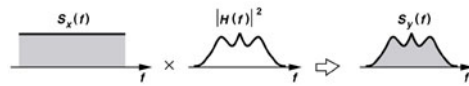


6

Θεώρημα

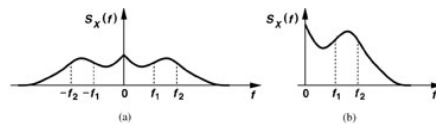
Εάν βάλουμε ένα σήμα $S_X(f)$ σε ένα γραμμικό χρονικά-αναλλοίωτο σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$, τότε το φάσμα της εξόδου δίνεται από:

$$S_Y(f) = S_X(f) |H(f)|^2$$



7

Διπλό και Μονό Φάσμα Θορύβου



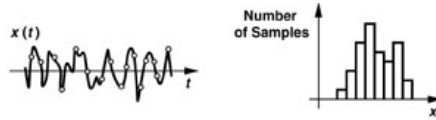
Αφού το $S_X(f)$ είναι άρτια συνάρτηση (even function) για πραγματικά $x(t)$, η συνολική ισχύ μεταξύ f_1 και f_2 είναι

$$\begin{aligned} P_{f_1, f_2} &= \int_{-f_2}^{-f_1} S_X(f) df + \int_{+f_1}^{+f_2} S_X(f) df \\ &= \int_{+f_1}^{+f_2} 2S_X(f) df \end{aligned}$$

Σε πρακτική μέτρηση παίρνουμε την τιμή του μονού φάσματος θορύβου

8

Κατανομή του Μεγέθους του Θορύβου



Συνάρτηση της Πυκνότητας των Πιθανοτήτων (Probability density function)

$$p_X(x)dx = \text{πιθανότητα ότι } x < X < x + dx$$

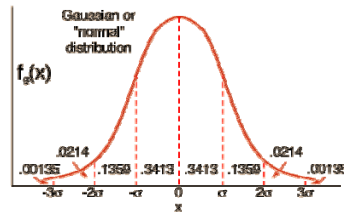
Όπου το X είναι μια μέτρηση του $x(t)$ σε κάποια στιγμή t

π.χ. Κατανομή του Gauss ή κανονική κατανομή (Gaussian or Normal Distribution)

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Τυπική απόκλιση
(Standard deviation)

Μέση τιμή (mean)



Συσχετικές και Ασυσχετίστες Πηγές

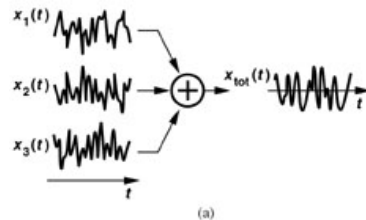
Όταν αναλύουμε κυκλώματα, καμία φορά χρειαζόμαστε να προσθέτουμε τις πηγές θορύβου. Με ντετερμινιστικά σήματα απλώς χρησιμοποιούμε την αρχή της υπέρθεσης. Αφού μας ενδιαφέρει η μέση τιμή της ισχύος προσθέτουμε τις δύο κυματομορφές και υπολογίζουμε την μέση τιμή.

$$\begin{aligned} P_{av} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} [x_1(t) + x_2(t)]^2 dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x_1^2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} 2x_1(t)x_2(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x_2^2(t) dt \\ &= P_{av1} + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} 2x_1(t)x_2(t) dt + P_{av2} \\ &= P_{av1} + P_{av2} \quad = 0 \text{ (για ασυσχετίστες πηγές)} \end{aligned}$$

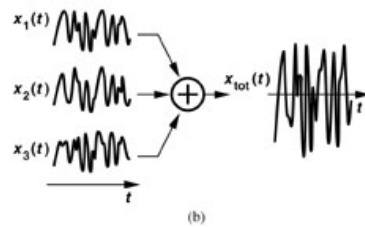


10

Συσχετικές και Ασυσχέτιστες Πηγές



Ασυσχέτιστες πηγές



Συσχετικές πηγές
(όπως δουλεύει το laser)



11

Εσωτερικές Πηγές Θορύβου Σε Στοιχεία

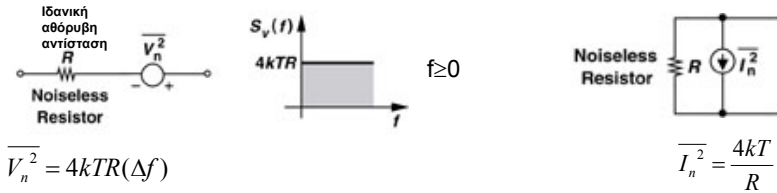
- **Θερμικός Θόρυβος Σε Αντιστάσεις**
(Resistor Thermal Noise)
- **Θερμικός Θόρυβος Σε MOSFETs**
(MOSFET Thermal Noise)
- **Θόρυβος Απόσβεσης**
(Flicker noise)
- **Θόρυβος Βολής**
(Shot noise)



12

Θερμικός Θόρυβος Σε Αντιστάσεις (Resistor Thermal Noise)

Ο θερμικός θόρυβος προέρχεται από την τυχαία θερμική κίνηση των ηλεκτρονίων στον αγωγό. (Η μέση τιμή του ρεύματος είναι 0 αλλά η τάση αλλάζει τιμή και κατεύθυνση συνέχεια).



$$R = 50, T = 300 \text{ K} \rightarrow V_n^2 = 8.28 \times 10^{-19} \text{ V}^2 / \text{Hz}$$

$$\rightarrow V_n = 0.91 \text{ nV} / \sqrt{\text{Hz}}$$

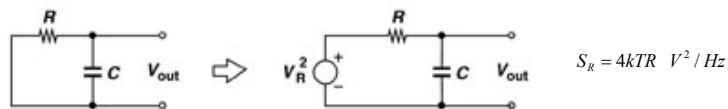
Ο θερμικός θόρυβος θεωρείται λευκός μέχρι 100 THz



13

Παράδειγμα (1/2)

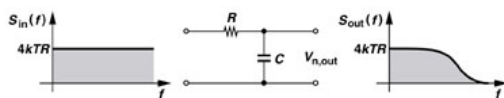
Υπολόγισε το φάσμα θορύβου και τη συνολική ισχύ του θορύβου στο V_{out}



Η συνάρτηση μεταφορά μεταξύ το V_R και το V_{out} είναι:

$$\frac{V_{out}}{V_R}(s) = \frac{1}{1 + sCR}$$

Από το θεώρημα στη διαφάνεια 7:



$$S_{out}(f) = S_R(f) \left| \frac{V_{out}}{V_R}(j\omega) \right|^2$$

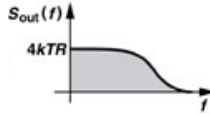
$$= 4kTR \frac{1}{1 + 4\pi^2 C^2 R^2 f^2}$$



14

Παράδειγμα (2/2)

$$S_{out}(f) = \frac{4kTR}{1 + 4\pi^2 C^2 R^2 f^2}$$



$$P_{n,out} = \int_0^{\infty} \frac{4kTR}{1 + 4\pi^2 C^2 R^2 f^2} df$$

$$u = 2\pi CRf \Rightarrow df = du / 2\pi CR$$

$$P_{n,out} = \int_0^{\infty} \frac{4kTR}{(1 + u^2) 2\pi CR} du$$

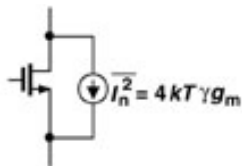
$$= \frac{2kT}{\pi C} [\tan^{-1} u]_0^{\infty}$$

$$= \frac{\cancel{2kT}}{\cancel{\pi C}} = \boxed{\frac{kT}{C}} V^2$$



15

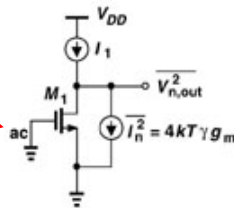
Θερμικός Θόρυβος Σε MOSFET (Mosfet Thermal Noise)



Η παράμετρος γ είναι $2/3$ για $L > 1\mu\text{m}$ και αυξάνεται για πιο μικρά L (μέχρι $5/2$).

π.χ. Ποία είναι η τάση του θορύβου στην έξοδο;

Όταν γίνεται ανάλυση θορύβου γειώνουμε την είσοδο

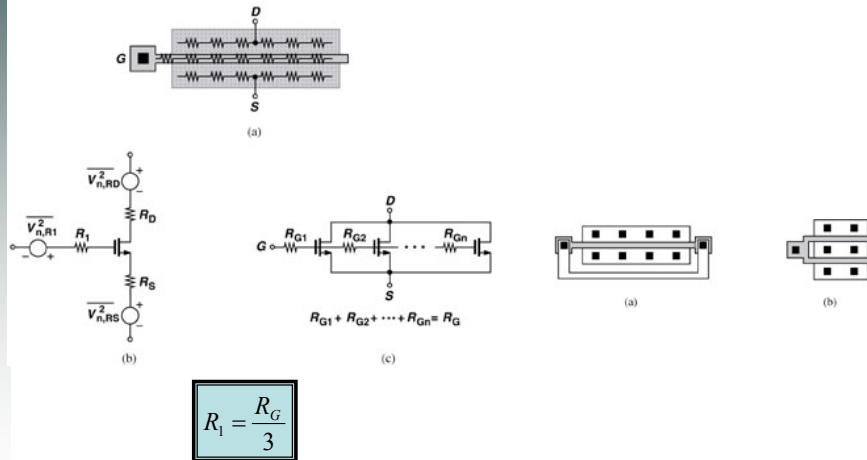


$$\begin{aligned} \overline{v_n^2} &= \overline{i_n^2} r_o^2 \\ &= \frac{8}{3} kT g_m r_o^2 \end{aligned}$$



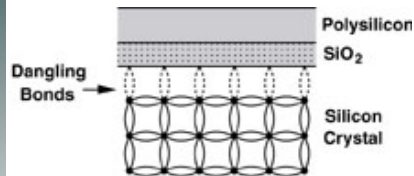
16

Θόρυβος από Ωμική Αντίσταση σε MOSFET



17

Θόρυβος Απόσβεσης (Flicker Noise)



Σταθερά που καθορίζει η συγκεκριμένη τεχνολογία

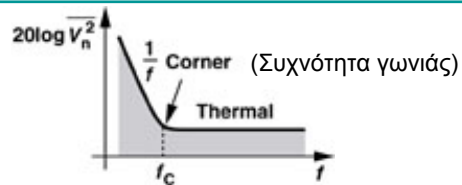
$$\overline{V_n^2} = \frac{K}{C_{ox} WL} \frac{1}{f}$$

- Στη διεπαφή μεταξύ SiO_2 και Si υπάρχουν παγίδες όπου τα ηλεκτρόνια κολλάνε και ξεκολλάνε δημιουργώντας θόρυβο
- Ο θόρυβος εξαρτάται από την συγκεκριμένη τεχνολογία
- Μειώνεται εάν αυξήσουμε τις διαστάσεις του τρανζίστορ



18

Θόρυβος Απόσβεσης (Flicker Noise)



$$4kT \left(\frac{2}{3} g_m \right) \approx \frac{K}{C_{ox}WL} \frac{1}{f_c} g_m^2$$

$$f_c \approx \frac{K}{C_{ox}WL} g_m \frac{3}{8kT}, \text{ για } L > 1\mu\text{m}$$



19

Θόρυβος Βολής (Shot Noise)

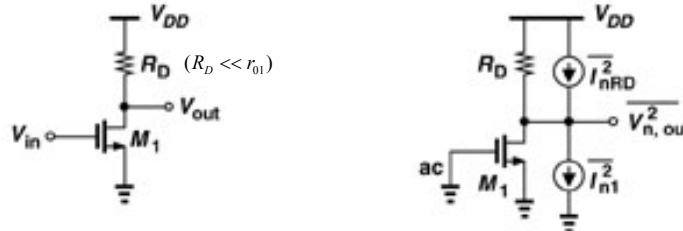
$$\overline{I_n^2} = 2qI \Delta f \quad A^2$$

- Ο θόρυβος αυτός σχετίζεται με τη ροή ηλεκτρονίων δια ενός ενεργειακού φραγμού
- Ο θόρυβος αυτός μπορεί να εμφανιστεί σε ένωση τύπου pn σε διπολικά τρανζίστορ ή στην πύλη ενός MOSFET όπου υπάρχει μικρή διαρροή φορτίου



20

Θόρυβος στα κυκλώματα



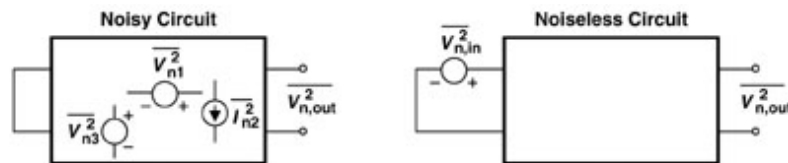
$$\overline{V_{n,out}^2} = \left(4kT \frac{2}{3} g_m + \frac{K}{C_{ox}WL} \frac{1}{f} g_m^2 + \frac{4kT}{R_D} \right) R_D^2$$

M_1 thermal + M_1 flicker + R_D thermal

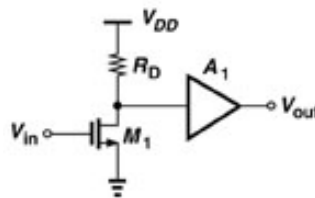


21

Ισοδύναμος Θόρυβος Εισόδου Input Referred Noise



- Ο θόρυβος εισόδου είναι ένα φτιαχτό θεωρητικό μέγεθος που επιτρέπει την εύκολη σύγκριση μεταξύ των διάφορων κυκλωμάτων. Γιατί;

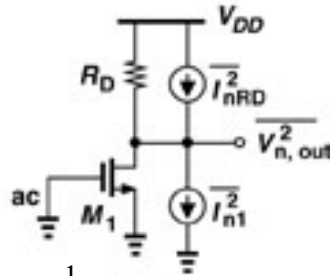


22

Παράδειγμα

$$\overline{V_{n,in}^2} = \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{A_v^2} = \frac{\overline{V_{n,out}^2}}{g_m^2 R_D^2}$$

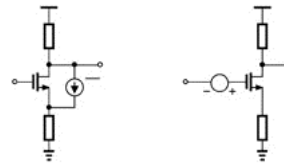
$$\begin{aligned} \overline{V_{n,in}^2} &= \left(4kT \frac{2}{3} g_m + \frac{K}{C_{ox} WL} \frac{1}{f} g_m^2 + \frac{4kT}{R_D} \right) R_D^2 \frac{1}{g_m^2 R_D^2} \\ &= 4kT \frac{2}{3g_m} + \frac{K}{C_{ox} WL} \frac{1}{f} + \frac{4kT}{g_m^2 R_D} \end{aligned}$$



23

Μετασχηματισμός Πηγών Θορύβου

$$\overline{V_{n,gate}^2} = \frac{\overline{I_{n,drain-source}^2}}{g_m^2}$$



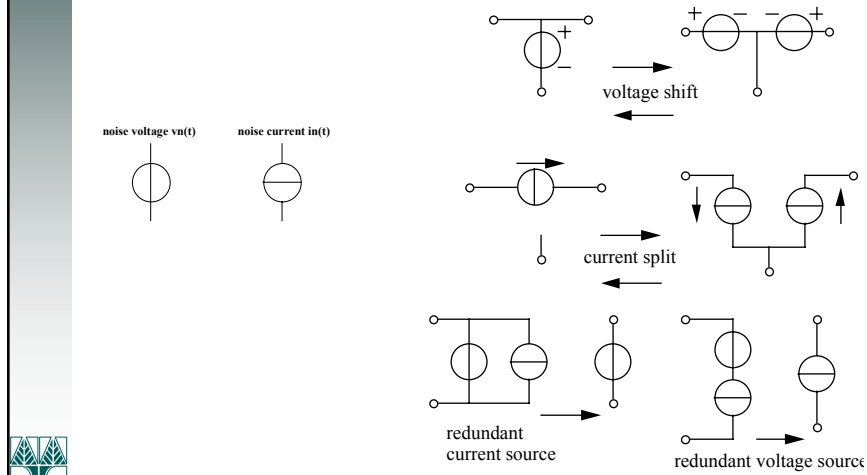
Μια πηγή θορύβου μπορεί να μετασχηματιστεί από ρεύμα πηγής-υποδοχής σε τάση σε σειρά με την πύλη για κάθε Z_s .

A noise source can be transformed from a drain-source current to a gate series voltage for arbitrary Z_s .



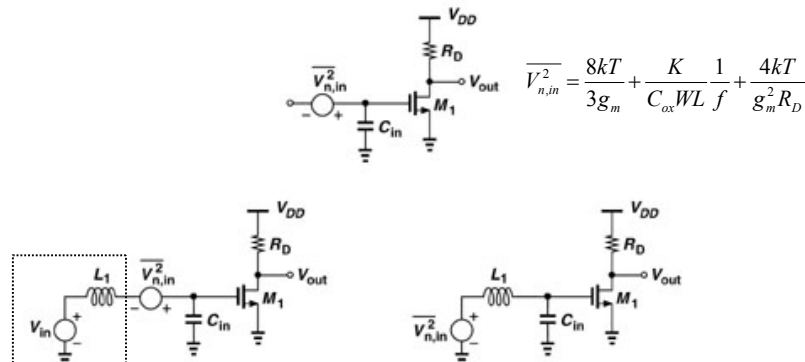
24

Μετασχηματισμός Πηγών Θορύβου



25

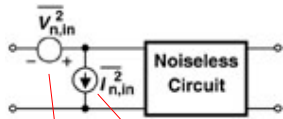
Είναι αρκετή η απεικόνιση με ισοδύναμη πηγή τάσης θορύβου?



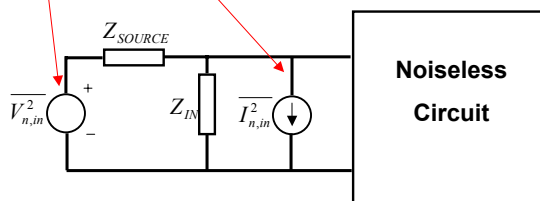
- Με αυτό το μοντέλο όταν $L_1 \uparrow \Rightarrow V_{n,out}^2 \downarrow$ ❌

26

Ισοδύναμος θόρυβος εισόδου ως τάση και ρεύμα.

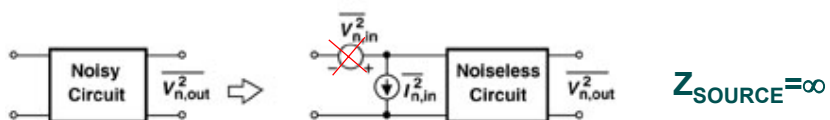
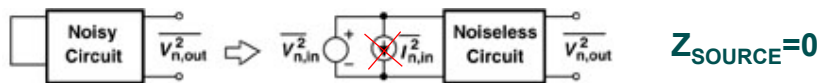
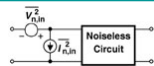


- Το βελτιωμένο μοντέλο έχει και τάση και ρεύμα στην είσοδο



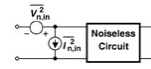
27

Πως Υπολογίζουμε τα $\overline{V_{n,in}^2}$ και $\overline{I_{n,in}^2}$;

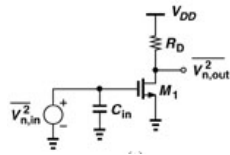
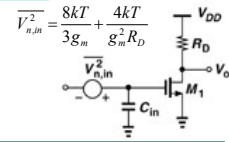


28

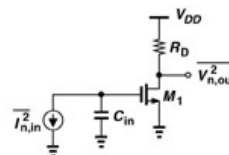
Παράδειγμα



Βρείτε το $\overline{I_{n,in}^2}$ για το ακόλουθο κύκλωμα
Μπορείτε να αγνοήσετε το θόρυβο 1/f



$$\overline{V_{n,out}^2} = \left(\frac{8kT}{3g_m} + \frac{4kT}{g_m^2 R_D} \right) g_m^2 R_D^2$$



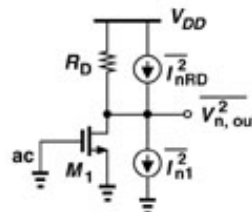
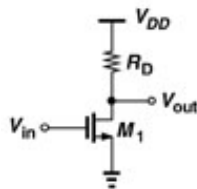
$$\overline{V_{n,out}^2} = \overline{I_{n,in}^2} \left(\frac{1}{C_{in} \omega} \right)^2 g_m^2 R_D^2$$

$$\overline{I_{n,in}^2} = (C_{in} \omega)^2 \frac{4kT}{g_m^2} \left(\frac{2}{3} g_m + \frac{1}{R_D} \right)$$



29

Θόρυβος σε Στάδιο Κοινής Πηγής



$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT \left(\frac{2}{3g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right) + \frac{K}{C_{ox} WL f}$$

$$\overline{I_{n,in}^2} = \frac{1}{Z_{in}^2} \left[4kT \left(\frac{2}{3g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right) + \frac{K}{C_{ox} WL f} \right]$$

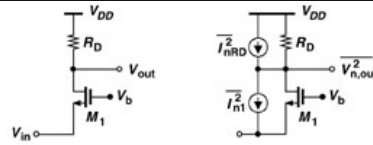
$$\overline{I_{n,in}^2} \approx 0 \quad \text{Σε χαμηλές συχνότητες}$$

Study Examples 7.10 & 7.11
(Razavi p226 & 227 ;-)



30

Κοινή πύλη (Θερμικός Θορυβός)



Τι είναι το $V_{n,in}^2$;

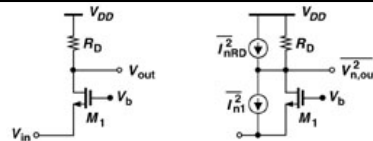
$$4kT \left(\frac{2g_m}{3} + \frac{1}{R_D} \right) R_D^2 = \overline{V_{n,in}^2} (g_m + g_{mb})^2 R_D^2, \therefore$$

$$\Rightarrow \overline{V_{n,in}^2} = \frac{4kT \left(\frac{2g_m}{3} + \frac{1}{R_D} \right)}{(g_m + g_{mb})^2}$$



31

Κοινή πύλη (Θερμικός Θορυβός)



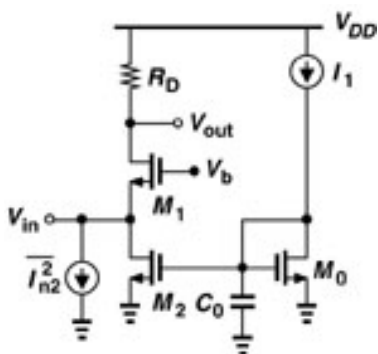
Τι είναι το $I_{n,in}^2$;

$$\overline{I_{n,in}^2} R_D^2 = \overline{V_{n,out}^2} \Rightarrow \overline{I_{n,in}^2} = \frac{4kT}{R_D}$$



32

Πόλωση κοινής πύλης



$$\overline{I_{n2}^2} \approx 4kT \frac{2}{3} g_{m2}$$

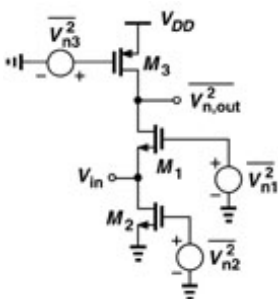
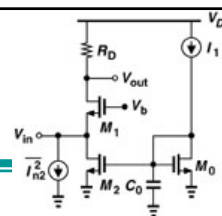
Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το g_{m2} , αλλά αυτό μειώνει το ωφέλιμο εύρος τάσης στην έξοδο.

$$g_{m2} = \frac{2I_{D2}}{V_{GS2} - V_{TH2}}$$



33

Κοινή πύλη (θόρυβος 1/f)



Με την είσοδο γειωμένη:

$$\overline{V_{n,out}^2} = \frac{1}{fCox} \left(\frac{g_{m1}^2 K_N}{(WL)_1} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right) (r_{o1} \parallel r_{o3})^2$$

$$\overline{V_{n,in}^2} = \frac{1}{fCox} \left(\frac{g_{m1}^2 K_N}{(WL)_1} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right) (r_{o1} \parallel r_{o3})^2 \frac{1}{(g_{m1} + g_{mb1})^2 (r_{o1} \parallel r_{o3})^2}$$

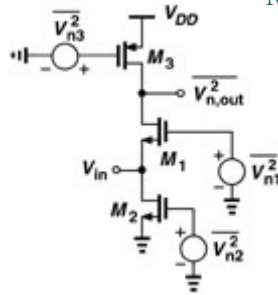
A_v^2



34

Κοινή πύλη (θόρυβος 1/f)

Με την είσοδο ανοικτή:



Noise current at output node

$$\overline{V_{n,in}^2} = \frac{1}{fCox} \left(\frac{g_{m2}^2 K_N}{(WL)_2} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right) R_{out}^2$$

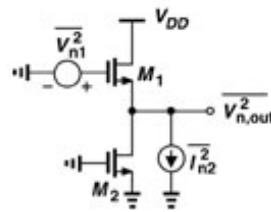
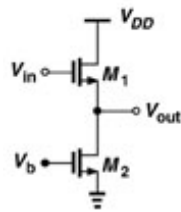
$$\overline{I_{n,in}^2} = \frac{1}{fCox} \left(\frac{g_{m2}^2 K_N}{(WL)_2} + \frac{g_{m3}^2 K_P}{(WL)_3} \right)$$

Το κέρδος ρεύματος (είσοδο-έξοδο) =1



35

Κοινή Υποδοχή



$$\overline{I_{n2}^2} = 4kT \frac{2}{3} g_{m2}, \overline{I_{n1}^2} = 4kT \frac{2}{3} g_{m1}$$

Με τον μετασχηματισμό της διαφάνειας 24:

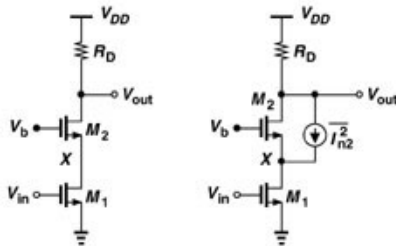
$$\overline{V_{n,in}^2} = 4kT \frac{2}{3} \left(\frac{1}{g_{m1}} + \frac{g_{m2}}{g_{m1}^2} \right)$$



36

Κασκωδικό Στάδιο

(σε χαμηλές συχνότητες)



Σε χαμηλές συχνότητες όπου $R_{outM1} = \infty$ $I_{n2} = -I_{D2}$
(και επίσης παραλείποντας το $1/f$ noise)

$$\overline{V_{n,in}^2} |_{M1,RD} = 4kT \left(\frac{2}{3g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right)$$

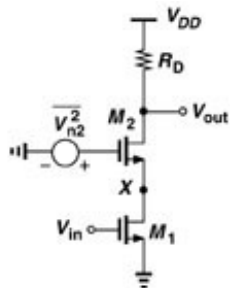


37

Κασκωδικό Στάδιο

(σε ψηλές συχνότητες)

Σε ψηλές συχνότητες το κέρδος του
θορύβου απο το κασκωδικό
τρανζίστορ δεν είναι αμελητέο



$$\frac{V_{n,out}}{V_{n2}} = \frac{-R_D}{1/g_{m2} + 1/sC_x}$$

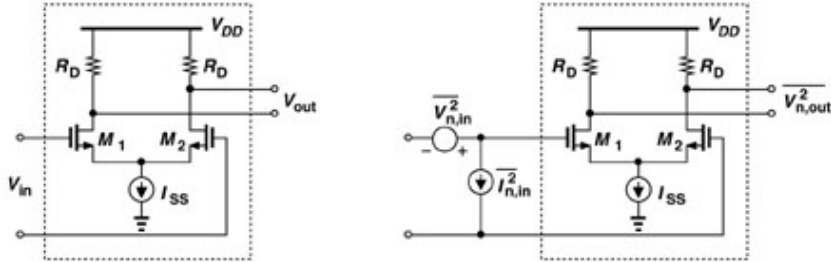
Όταν $\omega = 0 \Rightarrow \frac{V_{n,out}}{V_{n2}} \approx 0$

Όταν $\omega = \infty \Rightarrow \frac{V_{n,out}}{V_{n2}} \approx -g_{m2} R_D$



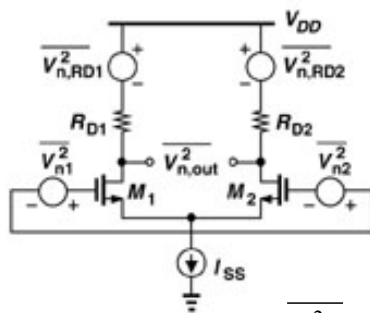
38

Διαφορικό Ζεύγος



39

Διαφορικό ζεύγος



$$\overline{V_{n1}^2} = 4kT \frac{2}{3g_m} + \frac{K}{C_{ox}WL} \frac{1}{f}$$

- Ο θόρυβος του M1, M2, R_{D1} και R_{D2} είναι ανεξάρτητος
- Ο θόρυβος των αντιστάσεων διαιρείται από το κέρδος του ενισχυτή

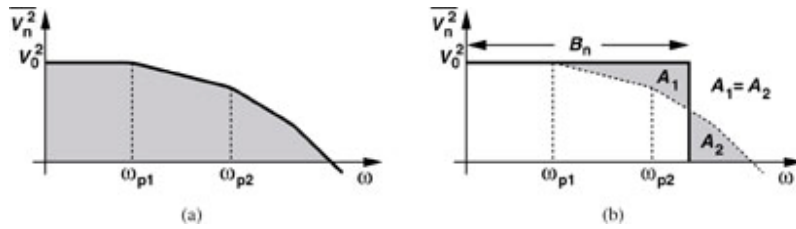
$$\overline{V_{n,in}^2} = 8kT \left(\frac{2}{3g_m} + \frac{1}{g_m^2 R_D} \right) + \frac{2K}{C_{ox}WL} \frac{1}{f}$$

$$\overline{I_{n,in}^2} \approx 0 \quad \text{Σε χαμηλές συχνότητες}$$



40

Εύρος Ζώνης θορύβου Noise Bandwidth



$\overline{V_0^2}$ Είναι ο θόρυβος σε χαμηλές συχνότητες

$$\overline{V_{n,out,tot}^2} = \int_0^{\infty} \overline{V_{n,out}^2} df$$

$$\overline{V_0^2} \cdot B_n = \int_0^{\infty} \overline{V_{n,out}^2} df$$

