

# Συστήματα Αυτομάτου Ελέγχου

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΟΠΟΥΛΟΣ

**Ανάλυση καταστάσεων λειτουργίας ΣΗΕ με πολλές  
γεννήτριες**

# ΣΗΕ με πολλές γεννήτριες

- Σε συστήματα με πολλές γεννήτριες (multi-machine power systems), ο ρόλος των PSS είναι να προσθέσουν ικανοποιητική απόσβεση στις κρίσιμες καταστάσεις του ρότορα που προκαλούν τις ταλαντώσεις
- Στην περίπτωση των καταστάσεων εντός μιας περιοχής του ΣΗΕ (inter-area modes), πολλοί σταθμοί παραγωγής, οι οποίοι βρίσκονται διάσπαρτοι στην περιοχή, μπορεί να συνεισφέρουν τόσο στις τοπικές όσο και στις άλλες καταστάσεις εντός της ίδιας περιοχής
- Επομένως ο κάθε PSS μπορεί να συνεισφέρει με άλλους PSS στην απόσβεση των κρίσιμων καταστάσεων
- Απαιτούνται μέθοδοι ανάλυσης των καταστάσεων του συστήματος (της συγκεκριμένης περιοχής)

# Ιδιοτιμές και καταστάσεις του συστήματος

- Η  $h$ -στή ιδιοτιμή του πραγματικού  $n \times n$  πίνακα συστήματος  $A$  των εξισώσεων κατάστασης, είναι ένας πραγματικός ή μιγαδικός αριθμός  $\lambda_h$  και ικανοποιεί την εξίσωση

$$Av_h = \lambda_h v_h$$

όπου  $v_h$  είναι το δεξί ιδιοδιάνυσμα του πίνακα  $A$  που αντιστοιχεί στην ιδιοτιμή  $\lambda_h$ .

Οι ιδιοτιμές του συστήματος χαρακτηρίζουν τη δυναμική του συμπεριφορά ως εξής:

- Οι χρονικές αποκρίσεις των καταστάσεων και των εξόδων του συστήματος σε μια διαταραχή είναι το σταθμισμένο άθροισμα όρων της μορφής  $a_i e^{\sigma_i t}$  και  $b_k e^{\sigma_k t} \sin(\beta_k t + \phi_k)$ , όπου  $\lambda_i = \sigma_i$  είναι μια πραγματική ιδιοτιμή και  $\lambda_k = \sigma_k \pm j\beta_k$  είναι ένα ζεύγος μιγαδικών ιδιοτιμών

# Ιδιοτιμές και καταστάσεις του συστήματος

- Το σύστημα είναι ευσταθές εάν τα πραγματικά μέρη  $\sigma$  όλων των  $n$  ιδιοτιμών είναι αρνητικά
- Οι μονότονοι και ταλαντωτικοί όροι  $a_i e^{\sigma_i t}$  και  $b_k e^{\sigma_k t} \sin(\beta_k t + \phi_k)$  είναι οι  $i$  –στή και  $k$  –στή λειτουργίες (modes) του συστήματος

Παρότι τα παραπάνω στοιχεία είναι σημαντικά για τη συμπεριφορά του συστήματος, δεν περιλαμβάνουν πληροφορίες όπως:

- Αν ο τύπος της λειτουργίας αναφέρεται σε ελεγκτή του συστήματος, κτλ.
- Ποιές καταστάσεις συμμετέχουν στην κάθε λειτουργία και σε ποιό βαθμό
- Ποιές γεννήτριες συμμετέχουν σημαντικά στις ασθενώς αποσβεννύμενες (ή ασταθείς) καταστάσεις λειτουργίας

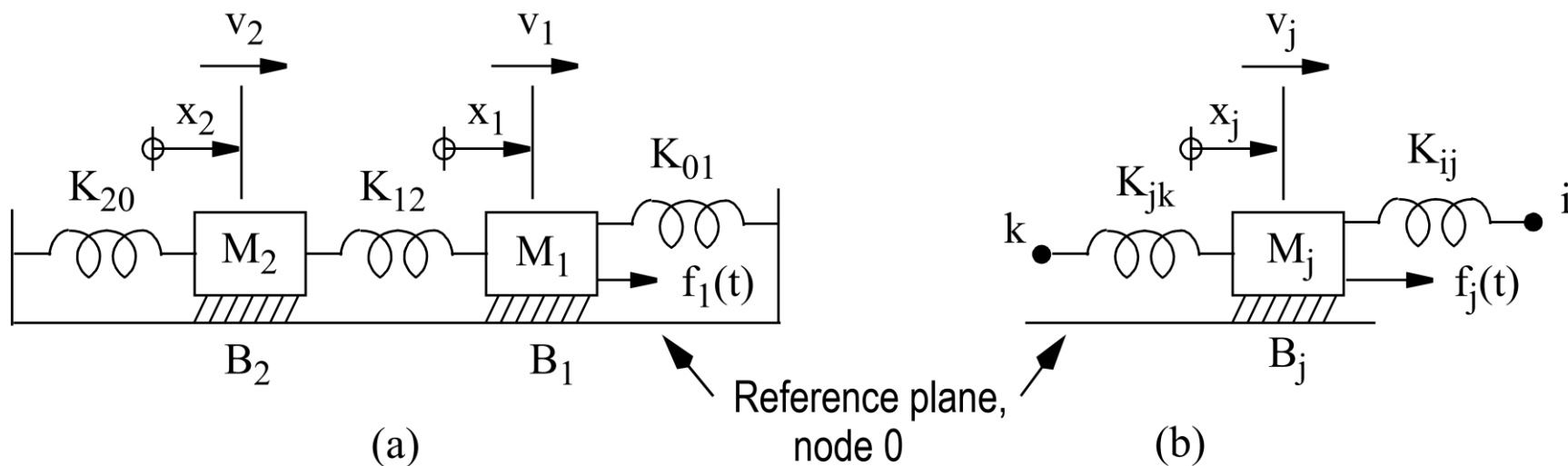
# Ανάλυση mode shape

- Αν ένα γραμμικό δυναμικό σύστημα διεγερθεί από ένα δεξί ιδιοδιάνυσμα  $v_i$  μιας επιλεγμένης κατάστασης λειτουργίας  $\lambda_i$ , τότε μόνο αυτή η κατάσταση λειτουργίας θα εμφανιστεί στο διάνυσμα κατάστασης:

$$x_i(t) = v_i e^{\lambda_i t}$$

- Οι ταλαντωτικές καταστάσεις του ρότορα προκύπτουν από τις διαταραχές της ταχύτητας του ρότορα γύρω από τη σύγχρονη ταχύτητα. Το mode shape επομένως προσδιορίζεται κυρίως από τη φάση των στοιχείων του δεξιού ιδιοδιανυσματος της επιλεγμένης κατάστασης λειτουργίας

# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών



- Η εξίσωση κίνησης για τη μάζα  $M_j$  δίνεται ως:

$$f_j = -K_{ij}x_i + M_j \frac{dv_j}{dt} + B_j v_j + (K_{ij} + K_{jk})x_j - K_{jk}x_k$$

και οδηγεί στις εξισώσεις κατάστασης:

$$\dot{v}_j = -\frac{B_j}{M_j}v_j + \frac{K_{ij}}{M_j}x_i - \frac{K_{ij} + K_{jk}}{M_j}x_j + \frac{K_{jk}}{M_j}x_k + \frac{1}{M_j}f_j,$$

$$\dot{x}_j = v_j.$$

# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών

**Table 9.1** Eigenvalues of the two-mass spring system

$M_1 = 2$ ,  $M_2 = 4$ ,  $B_1 = 1$ ,  $B_2 = 0.5$ , and  $K_{01} = 10$ ,  $K_{12} = 8$ ,  $K_{20} = 10$ .

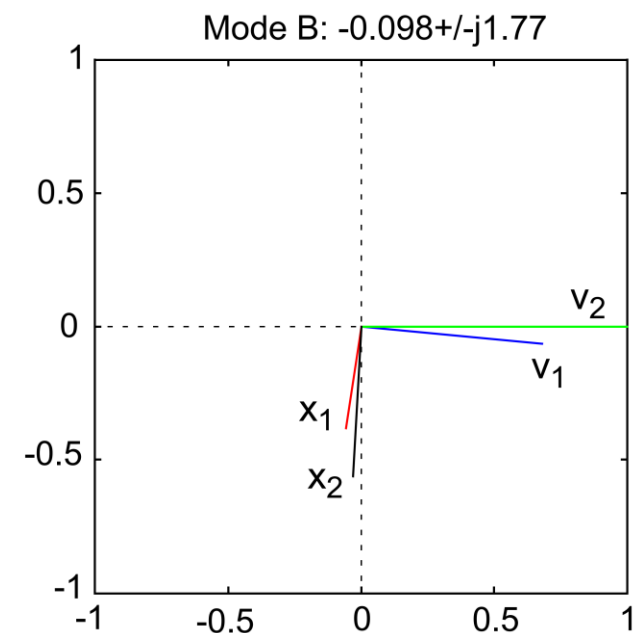
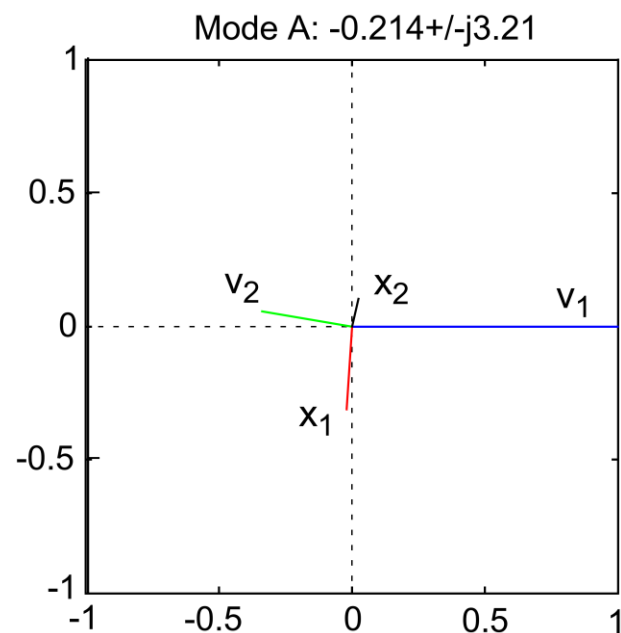
Eigenvalue number and value			
1	2	3	4
-0.214+j3.21	-0.214-j3.21	-0.098+j1.77	-0.098-j1.77

- Παρατηρούμε ότι υπάρχουν 2 ευσταθείς ταλαντωτικές καταστάσεις λειτουργίας με λόγο απόσβεσης 0.067 (mode A, που σχετίζεται με το ζεύγος ιδιοτιμών 1,2) και 0.055 (mode B, που σχετίζεται με το ζεύδος ιδιοτιμών 3,4), αντίστοιχα.
- Ωστόσο, δε γνωρίζουμε τη σχετική χαρακτηριστική συμπεριφορά των μαζών για το mode A

# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών

State	Right eigenvectors			
	Mode A: $-0.214 \pm j3.21$		Mode B: $-0.098 \pm j1.77$	
	Magnitude	Angle $^\circ$	Magnitude	Angle $^\circ$
$v_1$	0.904	180	0.492	-5.3
$v_2$	0.309	-9.6	0.719	0
$x_1$	0.281	86.2	0.277	-98.4
$x_2$	0.096	-103.4	0.405	-93.2

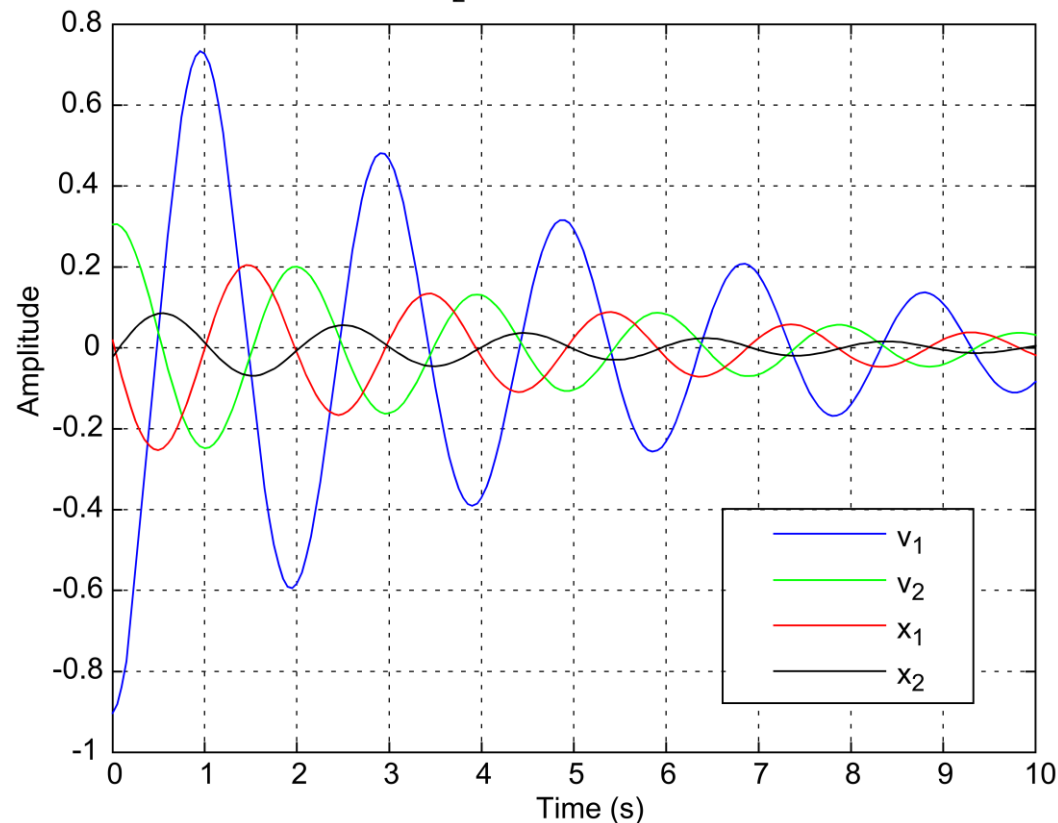
- **Mode A:** Οι ταχύτητες των μαζών  $v_1$  και  $v_2$  έχουν σχεδόν αντίθετη φάση (ομοίως και οι μετατοπίσεις  $x_1, x_2$ )





# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών

- Ας μελετήσουμε τώρα τη χρονική απόκριση του συστήματος όταν διεγερθεί από το δεξί ιδιοδιάνυσμα που αποτελείται από τα πραγματικά μέρη των στοιχείων για κάθε mode, πχ. οι αρχικές συνθήκες για το mode A είναι  $[-0.904 \ 0.305 \ 0.0188 \ -0.0223]^T$



# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών

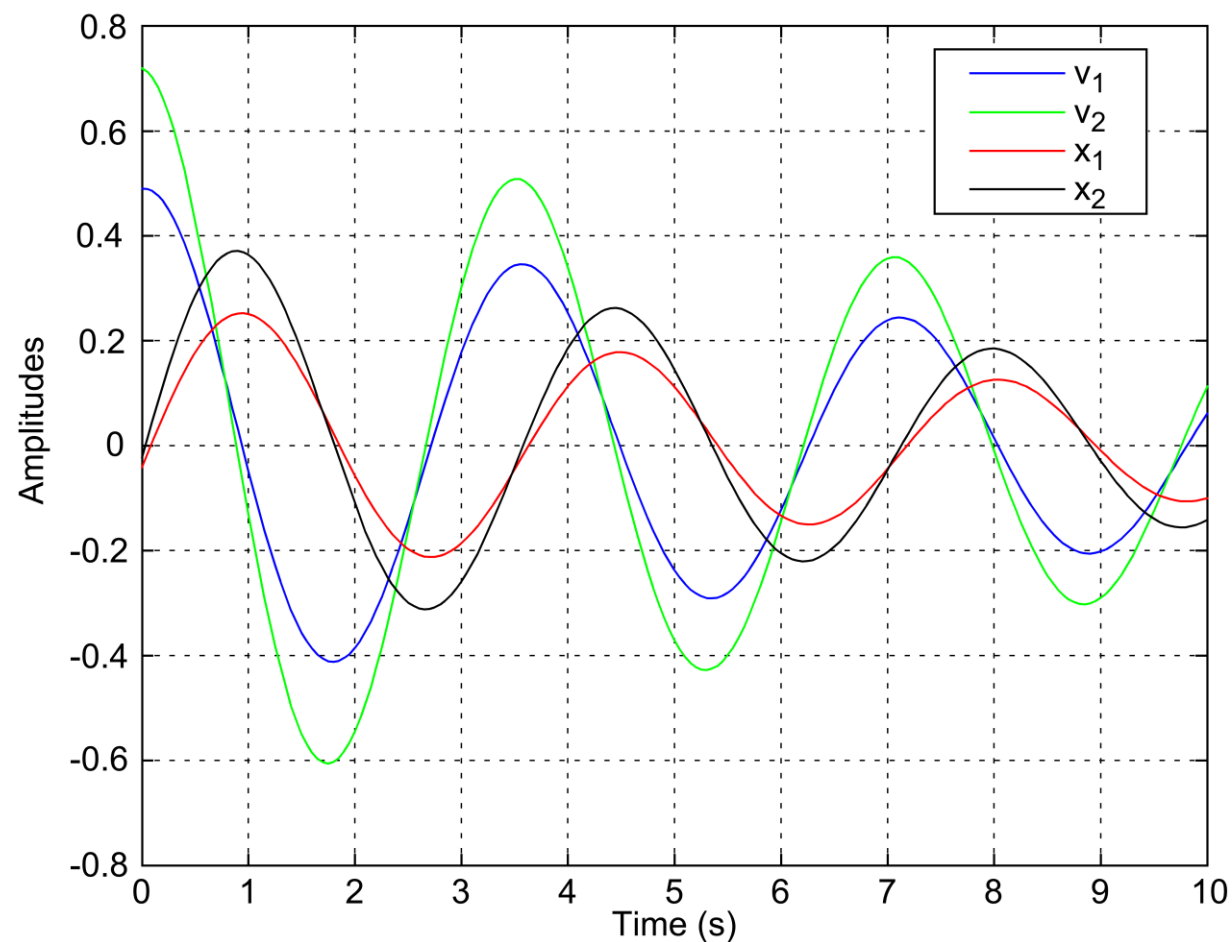
Παρατηρούμε ότι:

- Η σταθερά χρόνου και η περίοδος της απόκρισης είναι σε αντιστοιχία με την κατάσταση λειτουργίας (mode)  $-0.214 \pm j3.21$
- Οι καταστάσεις ταχύτητας  $v_1$  και  $v_2$  όπως και οι μετατοπίσεις  $x_1$  και  $x_2$  έχουν σχεδόν αντίθετη φάση
- Τα  $x_1$  και  $x_2$  καθυστερούν των  $v_1$  και  $v_2$ , αντίστοιχα, κατά  $90^\circ$
- Όπως αναμενόταν για το mode A, οι μάζες ταλαντώνονται σε αντίθετη κατεύθυνση και το πλάτος της ταλάντωσης της μικρότερης μάζας είναι μεγαλύτερο

# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών

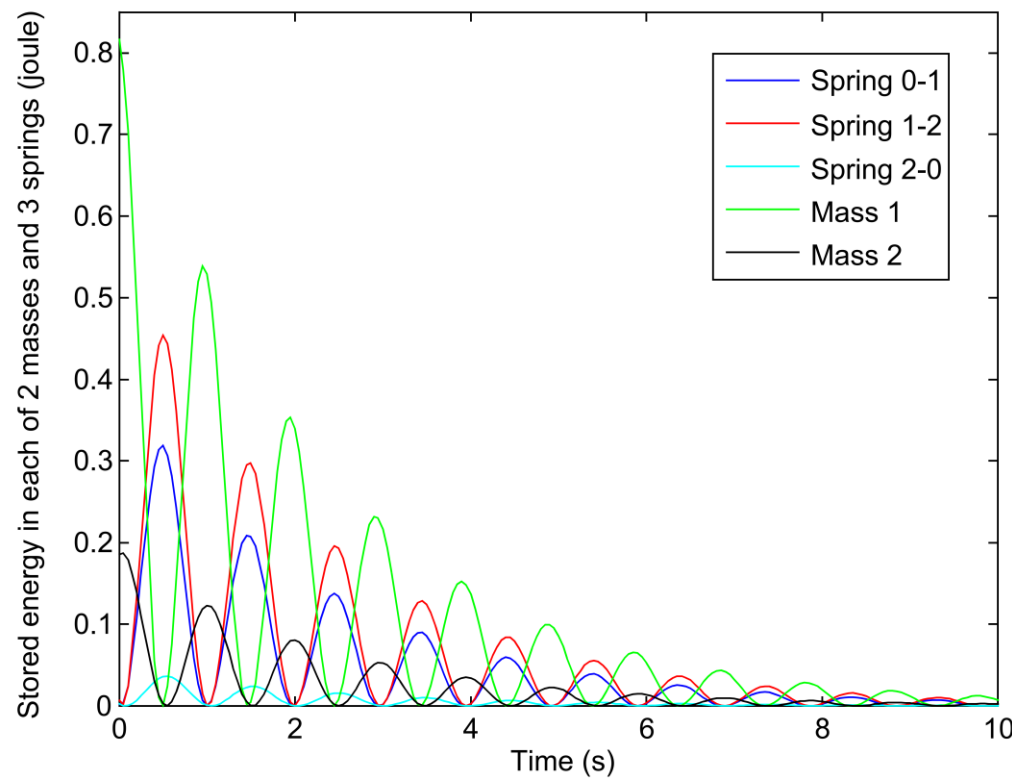
- Ομοίως, αν διεγερθεί με αρχικές συνθήκες που ανήκουν στο mode B

$$[0.490 \ 0.719 \ -0.0407 \ -0.0224]^T$$

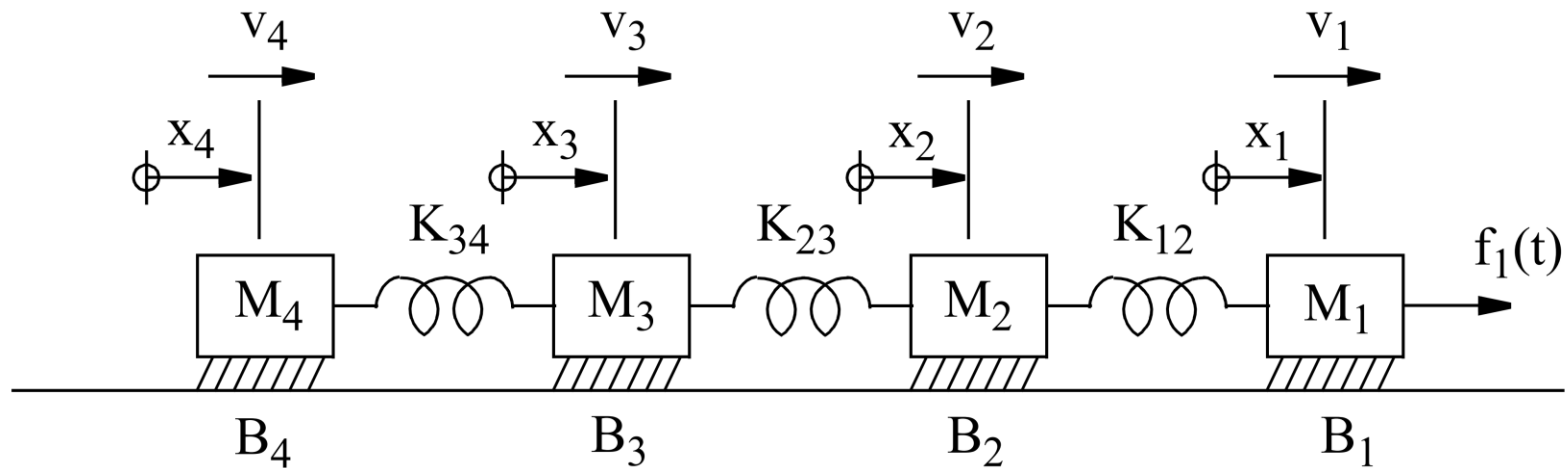


# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 2 μαζών

- Ας υπολογίσουμε τώρα τη στιγμιαία ενέργεια που αποθηκεύεται στις μάζες και το ελατήριο. Η στιγμιαία αποθηκευμένη ενέργεια σε μια μάζα είναι  $M_j v_j^2 / 2$  και στο ελατήριο είναι  $K_{jk} (x_j - x_k)^2 / 2$
- Για το mode A, οι χρονικές αποκρίσεις της αποθηκευμένης ενέργειας σε καθένα από τα 5 στοιχεία είναι:



# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 4 μαζών

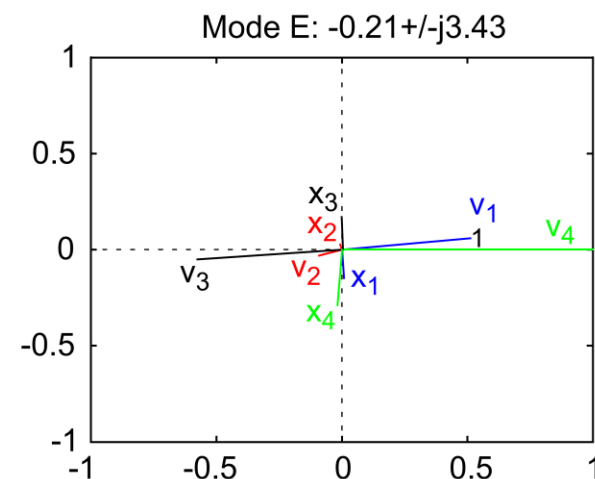
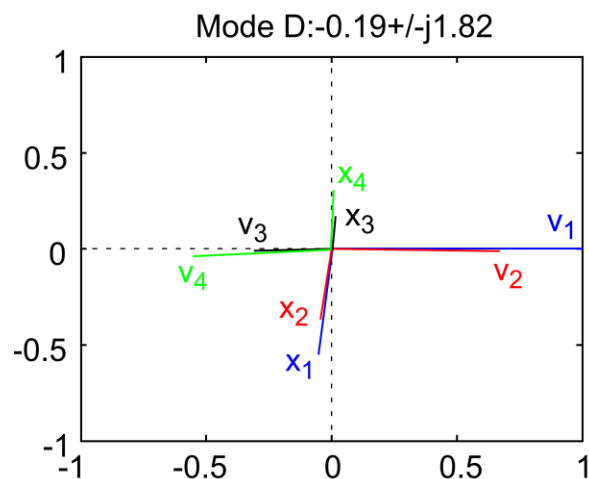
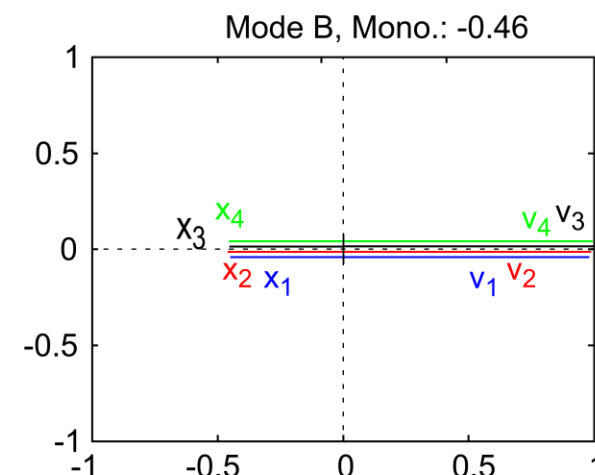
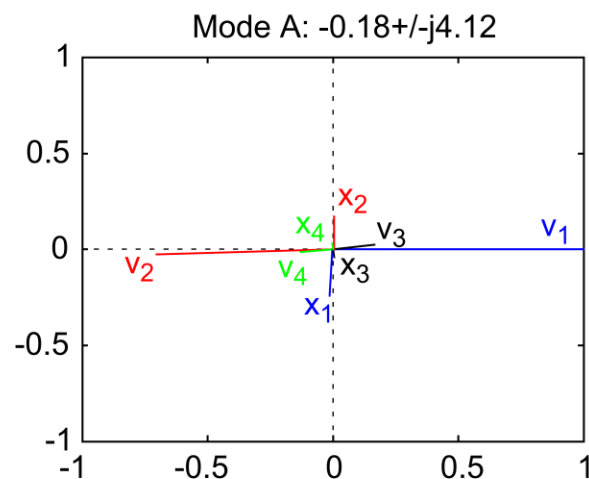


$$M_1 = 1, M_2 = 2, M_3 = 4, M_4 = 2; B_1 = 0.3, B_2 = 0.8, B_3 = 2.4, B_4 = 0.6 \quad K_{12} = 10, K_{23} = 8, K_{34} = 15$$

Eigenvalue number and value							
Mode A (Oscillatory)		Mode B (Mono.)	Mode C (Mono.)	Mode D (Oscillatory)		Mode E (Oscillatory)	
1	2	3	4	5	6	7	8
-0.18+j4.12	-0.18-j4.12	-0.46	0	-0.19+j1.82	-0.19-j1.82	-0.21+j3.43	-0.21-j3.43
Mono.: a monotonically increasing or decaying mode							

# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 4 μαζών

Normalised right speed-eigenvectors for oscillatory modes						
State	Mode A: $-0.18 \pm j4.12$		Mode D: $-0.19 \pm j1.82$		Mode E: $-0.21 \pm j3.43$	
	Magnitude	Angle $^\circ$	Magnitude	Angle $^\circ$	Magnitude	Angle $^\circ$
$v_1$	1.00	0	1.00	0	0.516	6.5
$v_2$	0.703	-177.9	0.668	-1.1	0.096	-161.6
$v_3$	0.167	8.2	0.306	-178.3	0.579	-174.9
$v_4$	0.131	-173.3	0.549	-176.6	1.00	0



- **Mode A:** Οι καταστάσεις ταχύτητας των μαζών  $M_1$  και  $M_2$  κινούνται σχεδόν μαζί και σε αντίθετη φάση από τις μάζες  $M_3$  και  $M_4$
- Οι πιο ελαφριές μάζες  $M_1$  και  $M_2$  έχουν μεγαλύτερο πλάτος
- Η συχνότητα της τάλαντωσης είναι η υψηλότερη από όλα τα άλλα modes

# Παράγοντες συμμετοχής (Participation factors)

- Παρόλο που η mode shape ανάλυση υποδεικνύει τη φασική σχέση μεταξύ των καταστάσεων ταχύτητας σε μια δεδομένη κατάσταση λειτουργίας (mode) της ταλαντωτικής συμπεριφοράς του ρότορα, η συμμετοχή σε αυτό το mode από κάποια άλλη κατάσταση μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την κατάσταση της ταχύτητας του ρότορα, πχ. η τάση πεδίου (αν το κέρδος απόσβεσης του PSS επιλεγεί πολύ μεγάλο)
- Αν  $v_h$  και  $w_h$  είναι τα δεξιά και αριστερά ιδιοδιανύσματα, αντίστοιχα, τότε ο παράγοντας συμμετοχής  $p_{hk} = v_{kh}w_{hk}$  δίνει μια ένδειξη σχετικά με το βαθμό στον οποίο καθεμιά από τις  $n$  καταστάσεις συμμετέχει στην  $h$  –στή ιδιοτιμή τη χρονική στιγμή  $t = 0$ . Σημειώνεται ότι το άθροισμα των παραγόντων συμμετοχής για την ιδιοτιμή  $h$  είναι μονάδα.

# Παράγοντες συμμετοχής (Participation factors)

- Επίσης, ο παράγοντας συμμετοχής δίνει μια ένδειξη σχετικά με το βαθμό στον οποίο η ιδιοτιμή  $h$  συμμετέχει στην κατάσταση  $k$  τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .
- Σημειώνεται ότι μετά από κάποιο χρόνο  $t = t_1$ , κάποιες καταστάσεις λειτουργίας θα έχουν αποσβεστεί, και μόνο οι πιο ισχυρείς (dominant) καταστάσεις λειτουργίας θα παραμένουν. Άρα, ο παράγοντας συμμετοχής έχει νόημα να υπολογίζεται μόνο για  $t = 0$ .



# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 4 μαζών

- Ο πίνακας συμμετοχής μπορεί να υπολογιστεί ως το γινόμενο στοιχείου-προς-στοιχείο του πίνακα αριστερών ιδιοδιανυσμάτων και τον ανάστροφο του πίνακα δεξιών ιδιοδιανυσμάτων. Η  $h$  – στή γραμμή περιλαμβάνει τους παράγοντες συμμετοχής των καταστάσεων στην  $h$  – στή ιδιοτιμή. Η  $k$  – στή στήλη περιλαμβάνει τους παράγοντες συμμετοχής των καταστάσεων λειτουργίας στην  $k$  – στή κατάσταση.

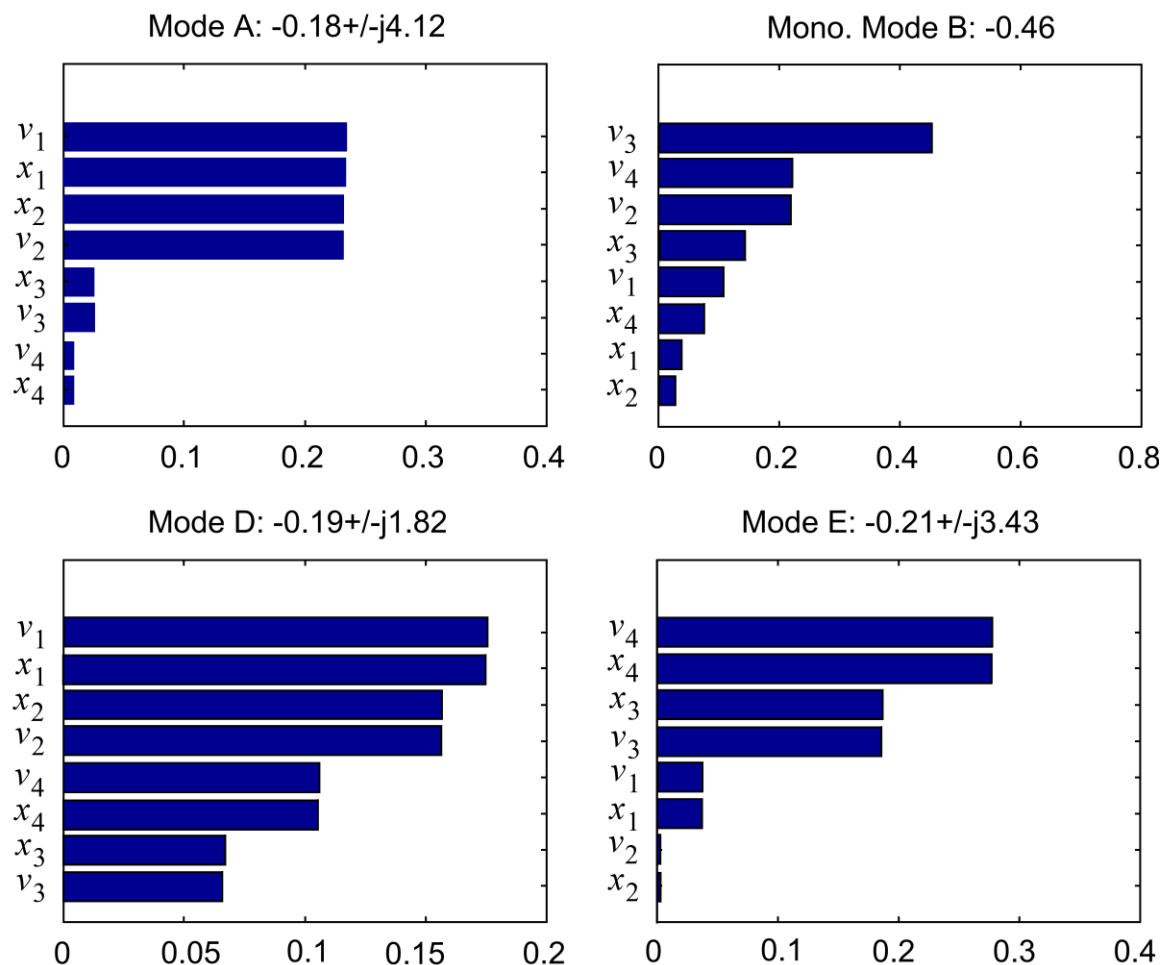
Mode No.	Eigenvalue No	Eigenvalue	Participation factors ( $\times 10^{-2}$ ) for the eight states			
			$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$
A. (Osc)	1	-0.18+j4.12	23.5-j0.2	23.2+j1.5	2.5+j0.7	0.8+j0.2
B. (Mon)	3	-0.46	10.8	21.9	45.2	22.2
C. (Mon)	4	0	0	0	0	0
D. (Osc)	5	-0.19+j1.82	17.5+j1.4	15.6+j0.7	6.5+j0.9	10.4+j2.1
E. (Osc)	7	-0.21+j3.43	3.6+j0.7	0.2+j0.1	18.4+j2.8	27.8-j0.7
Osc.: Oscillatory mode.			Mon.: Monotonic mode			

Mode No.	Eigenvalue No	Eigenvalue	Participation factors ( $\times 10^{-2}$ ) for the eight states			
			$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
A. (Osc)	1	-0.18+j4.12	23.4-j1.9	23.2-j0.8	2.6+j0.3	0.8+j0.1
B. (Mon)	3	-0.46	3.7	2.7	-14.2	7.6
C. (Mon)	4	0	7.3	19.5	58.5	14.6
D. (Osc)	5	-0.19+j1.82	17.4-j1.5	15.4-j2.8	6.6-j1.2	10.5+j0.4
E. (Osc)	7	-0.21+j3.43	3.7+j0.4	0.2+j0.1	18.7-j0.4	27.5-j3.1

- Το άθροισμα των παραγόντων συμμετοχής για κάθε ιδιοτιμή (κατάσταση λειτουργίας) είναι  $1+j0$

# Παράδειγμα: Σύστημα ελατηρίου 4 μαζών

- Τα πλάτη των παραγόντων συμμετοχής δίνονται ως bar chart:



- Για τις ταλαντωτικές καταστάσεις λειτουργίας A, D και E, οι παράγοντες συμμετοχής για τα ζεύγη των καταστάσεων  $v_i, x_i$  είναι σχεδόν όμοιοι αλλά το πλάτος των mode shapes για κάποια ζεύγη διαφέρει σημαντικά (τυπικά κατά ένα συντελεστή 2 ή περισσότερο από 1 στο παράδειγμα αυτό)