ΚΒΑΝΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΣ

Μια εισαγωγή για το τι είναι που βασίζονται πως λειτουργούν και σε τι διαφέρουν από του κλασικούς υπολογιστές.

Τι είναι ο κβαντικός υπολογιστής

Βασίζονται στις πολύ ιδιαίτερες κβαντικές ιδιότητες του μικρόκοσμου παρέχοντας τη δυνατότητα να αποθηκευτεί τρομακτικός όγκος πληροφορίας.

Η πληροφορία αυτή μπορεί να επεξεργαστεί ταχύτατα με παράλληλο τρόπο με την βοήθεια μοναδικών κβαντικών πυλών και πολύ έξυπνων αλγορίθμων.

Ανάλογες πύλες και αλγόριθμοι δεν μπορούν να υπάρξουν στους κλασσικούς υπολογιστές.

Οι κλασσικοί υπολογιστές όμως δεν θα καταργηθούν, αλλά θα υπάρχουν και θα λειτουργούν συμπληρωματικά με τους κβαντικούς υπολογιστές.

Πως αποθηκεύεται η πληροφορία

Βασίζονται στην αποθήκευση σε μορφή bit και την επεξεργασία της πληροφορίας σε κβαντικές ιδιότητες του μικρόκοσμου, όπως....

...το spin των σωματιδίων όπως ηλεκτρόνιο, πρωτόνιο, ιόντων...

...η ενεργειακή κατάσταση ενός σωματιδίου

..ο τρόπος ταλάντωσης κάποιων σωματιδίων κ.ά...

Πως προσδιορίζεται η πληροφορία και πως επεξεργάζεται η πληροφορία

Βασίζονται στις πολύ ιδιαίτερες ιδιότητες που παρατηρούνται μόνο στο μικρόκοσμο που περιγράφεται από τη κβαντική φυσική. Οι ιδιότητες αυτές είναι:

Η **κβαντική υπέρθεση** και **συμβολή** και ο **κβαντικός εναγκαλισμός**

Τι είναι το κβαντικό bit

Τι είναι οι κβαντικές πύλες

Τα προβλήματα που εμποδίζουν την διάδοση των κβαντικών υπολογιστών.

Τι περισσότερο ή διαφορετικό μπορεί να κάνει ο κβαντικός υπολογιστής σε σχέση με ένα κλασικό υπολογιστή.

Όλα τα παραπάνω θα περιγραφούν στα επόμενα.

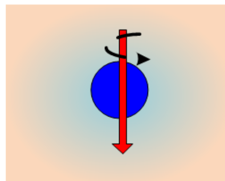
Spin ως κβαντικό bit qubit

Η ιδιότητα των σωματιδίων του μικρόκοσμου (ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια κ.ά) να παράγουν μικροσκοπικό μαγνητικό πεδίο λόγω **spin (ιδιοπεριστροφής)** Δηλαδή έχουν μαγνητική **διπολική ροπή μ** όπως κάθες κλειστό ρεύμα σε βρόχο και αξιοποιείται για να αποθηκευτεί η πληροφορία σε μορφή bit...

Για παράδειγμα το spin ηλεκτρονίου ή το spin πυρήνων ατόμων μπορεί να είναι είτε:

...κάτω down spin..

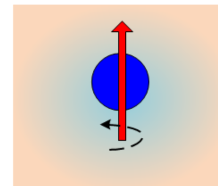
...και να αντιστοιχεί σε...



...bit στη κατάσταση 0

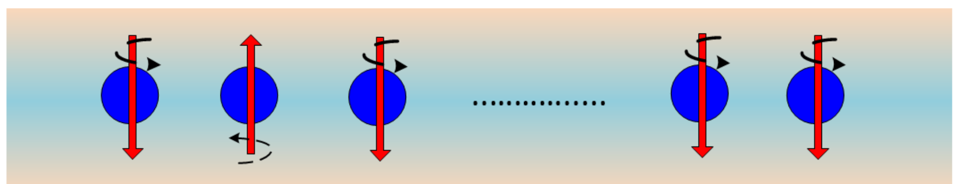
...επάνω up spin..

...και να αντιστοιχεί σε...



bit στη κατάσταση 1

Δημιουργώντας αλληλουχία τέτοιων σωματιδίων με κατάλληλο προσανατολισμό του spin των επάνω ή κάτω....



0 1 0 .... 0 0

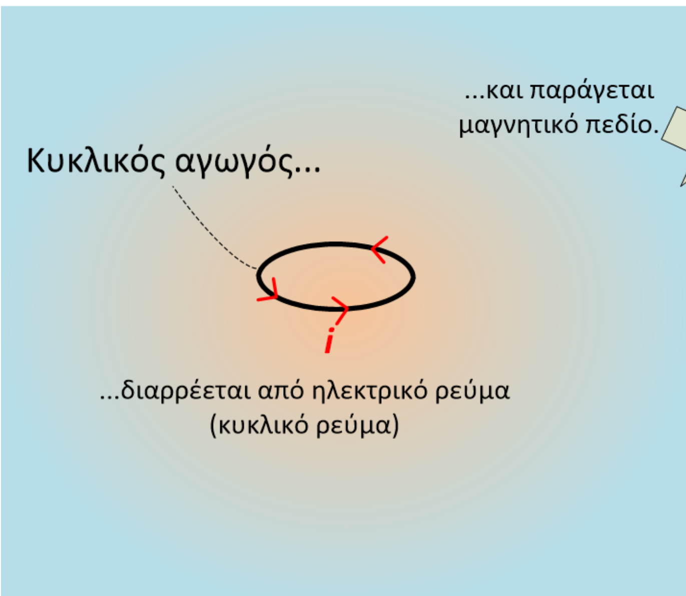
μπορούμε να αποθηκευτούν πληροφορίες σε μορφή **byte** σε κατάλληλους **καταχωρητές.** Στη συνέχεια αυτές οι πληροφορίες μετά να επεξεργαστούν με κατάλληλες **κβαντικές πύλες** και να εξαχθούν αποτελέσματα σε μορφή αλληλουχίας spin και να διαβαστούν με κατάλληλο τρόπο.

Όμως αυτή η διαδικασία όσο απλά περιγράφηκε είναι μια εντελώς διαφορετική διαδικασία από αυτή που υλοποιείται στους κλασσικούς υπολογιστές.

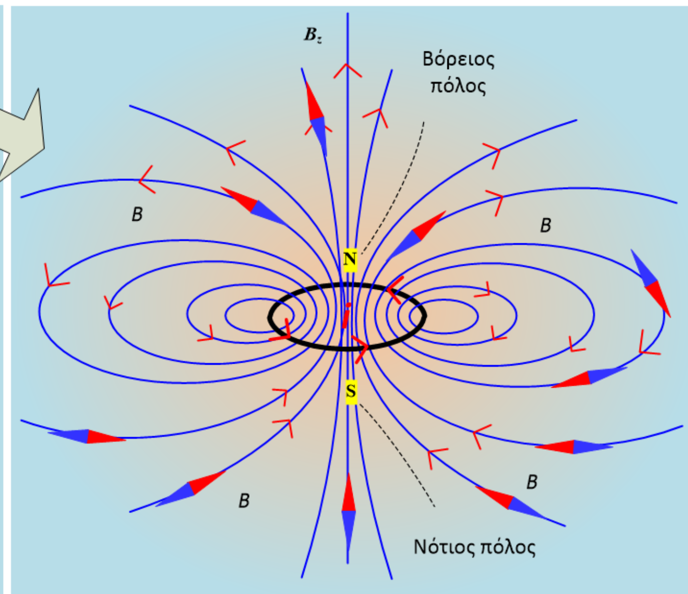
Για αυτό το λόγο είναι ένα εξαιρετικά δύσκολο τεχνολογικό εγχείρημα και πρόκληση για να πραγματοποιηθεί.

Spin ως κβαντικό bit qubit

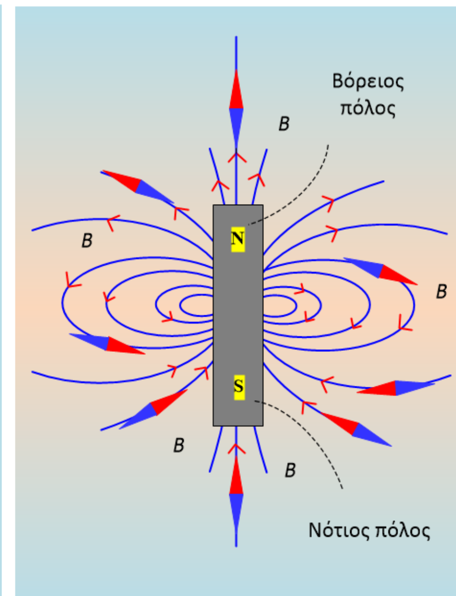
Η ιδιότητα των σωματιδίων του μικρόκοσμου (ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια κ.ά) να παράγουν μικροσκοπικό μαγνητικό πεδίο λόγω spin (ιδιοπεριστροφής) αξιοποιείται για να αποθηκευτεί η πληροφορία σε μορφή bit...



Μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρεύματος



Μαγνητικό πεδίο ραβδόμορφου μαγνήτη

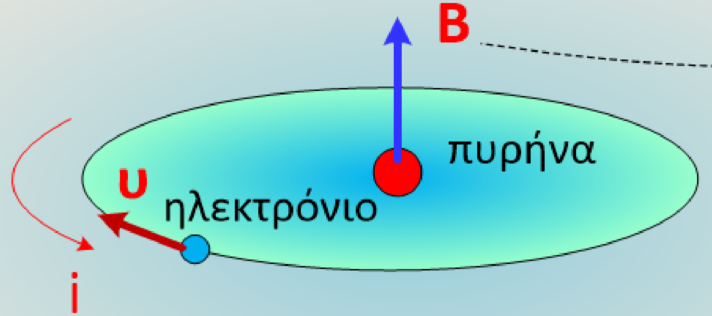


...το μαγνητικό πεδίο κυκλικού ρεύματος είναι όπως το μαγνητικό πεδίο ραβδόμορφου μαγνήτη.

Τι είναι spin

Περιστρεφόμενο σημειακό φορτίο (ηλεκτρόνιο) γύρω από ένα κέντρο (πυρήνα ατόμου)...

...και όπως κάθε κυκλικό ρεύμα παράγεικαι αυτό μαγνητικό πεδίο...

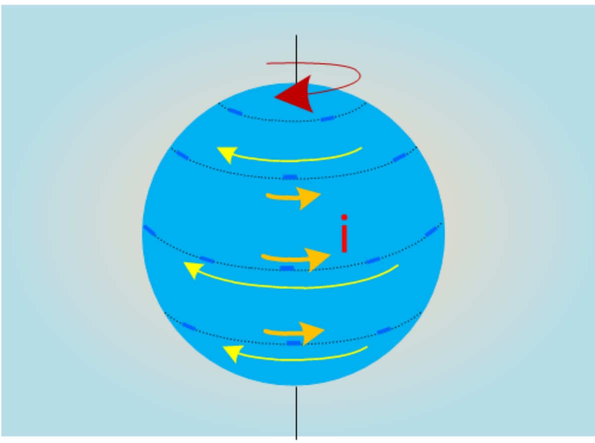


Ραράγεται μαγνητική διπολική ροπή $\mu = iS$ όπως κάθε κλειστό ρεύμα σε βρόχο εμβαδού S..

...αντιστοιχεί σε κυκλικό ρεύμα i.

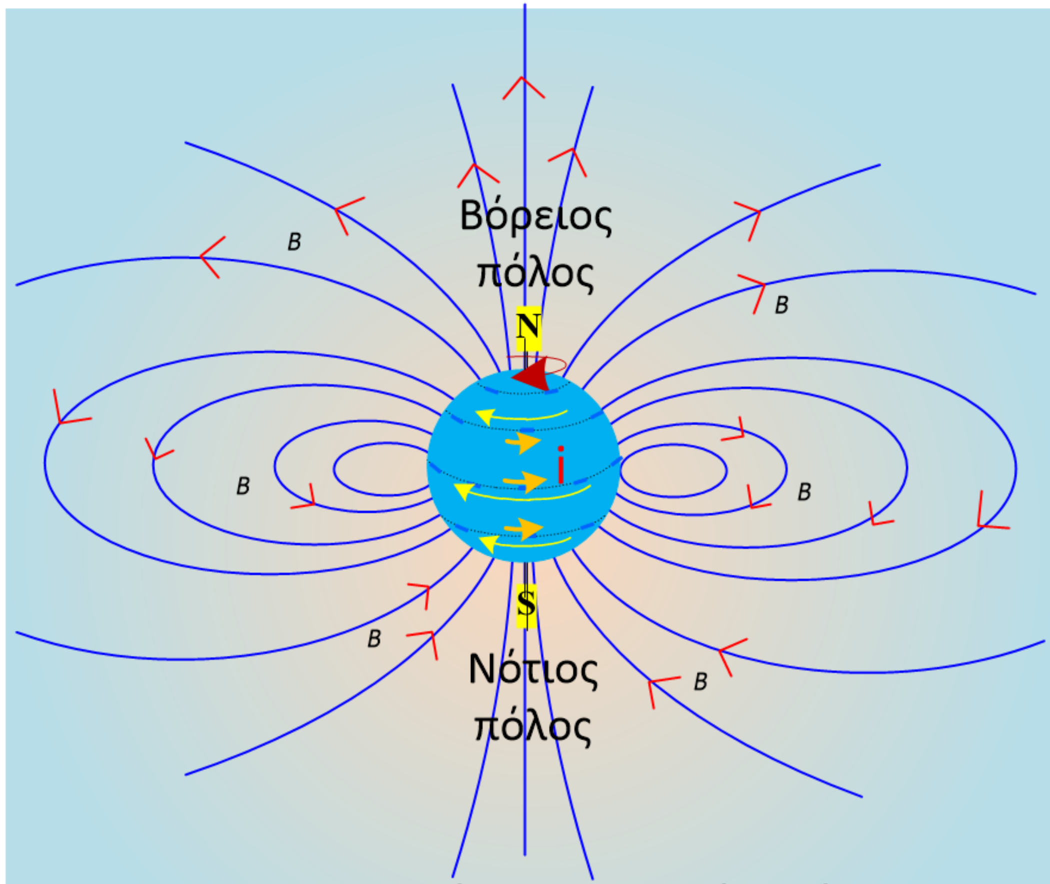
Επομένως παράγεται μαγνητικό πεδίο λόγω περιφοράς του ηλεκτρονίου γύρω από τον πυρήνα...

Περιστρεφόμενο **φορτισμένο σώμα** γύρω από τον άξονα συμμετρίας του...



...δημιουργούνται κυκλικά ρεύματα i από τα περιστρφόμενα στοιχειώδη φορτία...

...Από τα κυκλικά ρεύματα των φορτίων του περιστρεφόμενου σώματος...

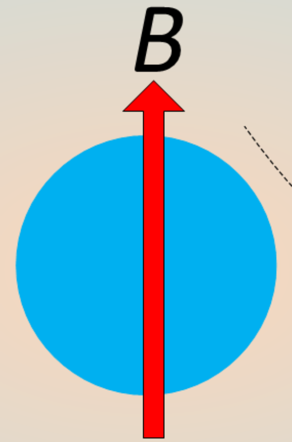


...δημιουργείται μαγνητικό πεδίο γύρω από το περιστρεφόμενο σώμα, όπως αυτό ραβδόμορφου μαγνήτη.

Στοιχειώδη σωματίδια όπως ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια κ. ά….

….αντιστοιχεί μια **ιδιότητα Spin** λόγω ιδιοπεριστροφής των παράγοντας μαγνητικό πεδίο όπως τα μακροσκοπικά περιστρεφόμενα μακροσκοπικά φορτισμένα σώματα…

...Δεν σημαίνει όμως ότι το ηλεκτρόνιο το πρωτόνιο κ.ά. είναι μια περιστρεφόμενη σφαίρα….



….αλλά συμπεριφέρεται όπως τα τα μακροσκοπικά φορτισμένα περιστρεφόμενα σώματα….

Δημιουργείται μικροσκοπικό μαγνητικό πεδίο Β που είναι έντονο στον άξονα περιστροφής και μαγνητική διπολική ροπή μ.

spin

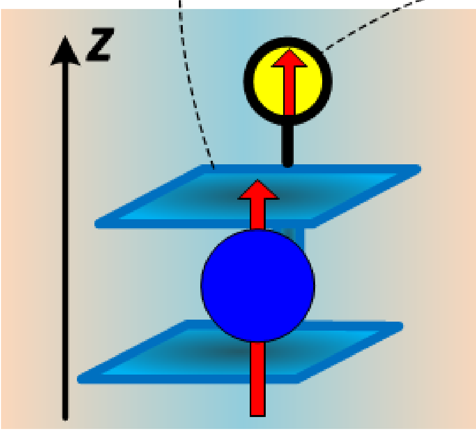
$$S=+\hbar/2$$

….**δεν είναι μια περιστρεφόμενη φορτισμένη σφαίρα, αλλά συμπεριφέρεται έτσι**.

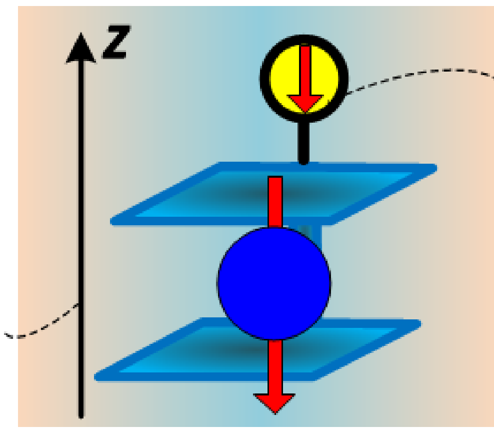
Σε αυτό αποδίδουμε την **ιδιότητα Spin** λόγω ιδιοπεριστροφής του ηλεκτρονίου.

Μέτρηση του spin

Απαιτεί μετρητική συσκευή μέτρησης του spin με την οποία επιλέγεται η διεύθυνση στην οποία θα μετρήσουμε το Spin του ηλεκτρονίου π.χ. στη κατακόρυφο διεύθυνση z.



Μετρώντας θα βρούμε στην οθόνη της συσκευής το Spin Να είναι τις μισές φορές προς τα θετικά του άξονα *z* που αντιστοιχεί στην κατάσταση spin επάνω….



… και τις άλλες μισές φορές προς τα αρνητικά του άξονα *z* που μπορεί να αντιστοιχεί στην κατάσταση spin κάτω….

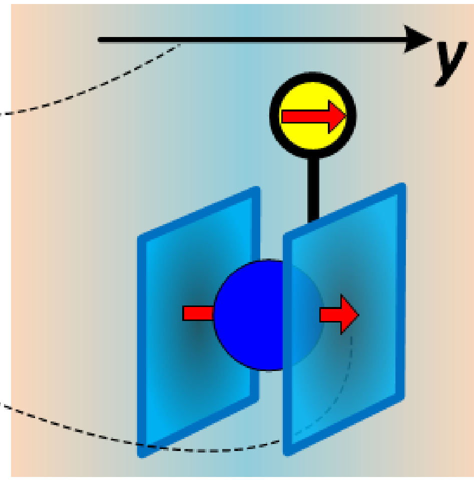
Συμπεράσματα Το spin Βρίσκεται σε υπέρθεση δύο καταστάσεων του spin επάνω (spin up) και τις άλλες μισές φορές προς τα αρνητικά του άξονα z κάτω (spin down).

Το spin μπορεί να Βρίσκεται σε υπέρθεση δύο καταστάσεων του spin επάνω (spin up) και τις άλλες μισές φορές προς τα αρνητικά του άξονα *z* κάτω (spin down).

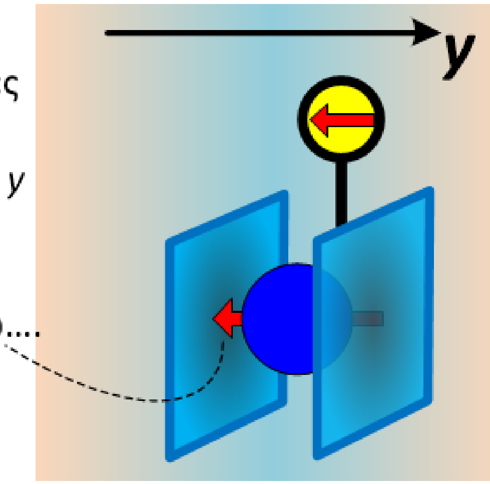
...Αυτό δεν σημαίνει πως οι συνιστώσες του spin στις άλλες διευθύνσεις των αξόνων *y* και *z* είναι μηδέν.

Στην κβαντική φυσική αυτό δεν συμβαίνει.

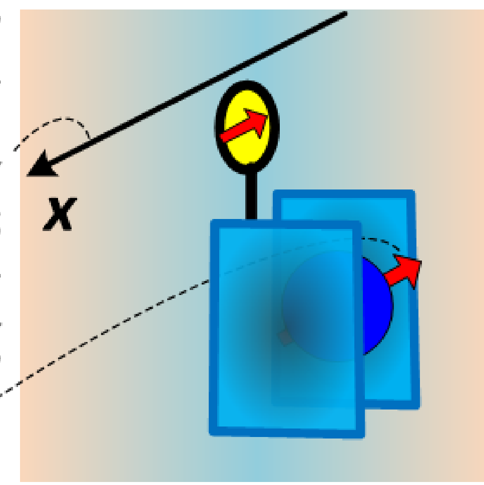
Για παράδειγμα αν μετρήσουμε το spin στη διεύθυνση του άξονα *y* θα το βρουμε τις μισές φορές προς τα θετικά του άξονα *y* που μπορεί να αντιστοιχεί στην κατάσταση spin επάνω....



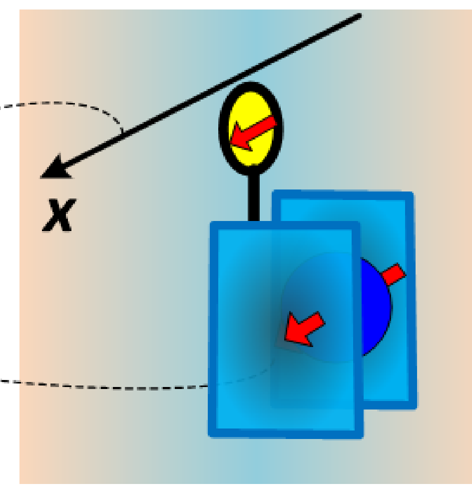
... και τις άλλες μισές φορές προς τα αρνητικά του άξονα *y* που μπορεί να αντιστοιχεί στην κατάσταση spin κάτω....



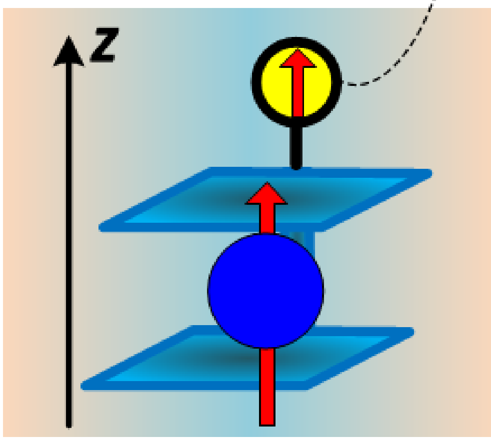
Παρόμοια συμβαίνουν αν επιλέξουμε να μετρήσουμε το spin στη διεύθυνση του άξονα *x* θα το βρούμε τις μισές φορές προς τα αρνητικά του άξονα *x* που μπορεί να αντιστοιχεί στην κατάσταση spin επάνω....



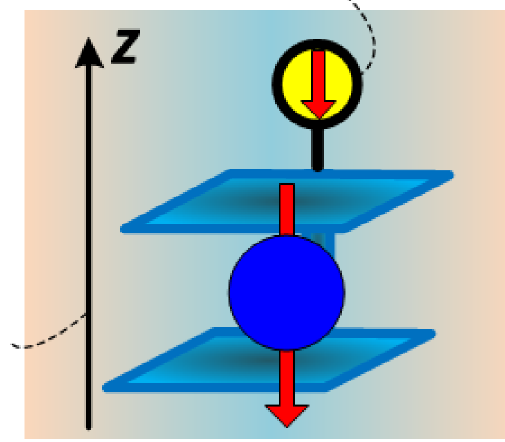
... και τις άλλες μισές φορές προς τα θετικά του άξονα *x* που μπορεί να αντιστοιχεί στην κατάσταση spin κάτω....



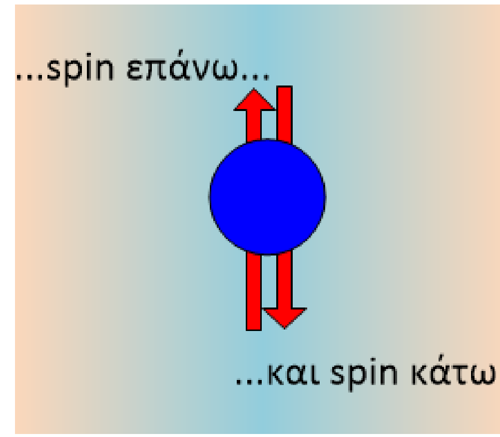
Εφόσον τις μισές φορές το spin το μετράμε στην κατάσταση επάνω



...και στις άλλες μισές στην κατάσταση κάτω



...τότε το ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε υπέρθεση και δύο καταστάσεων...



Μπορώ να έχω μόνο τη μια κατάσταση μόνο Spin up ή μόνο Spin down;

Γίνεται όπως με την μαγνητική βελόνα η οποία προσανατολίζεται μέσα σε μαγνητικό πεδίο σε μια κατεύθυνση.

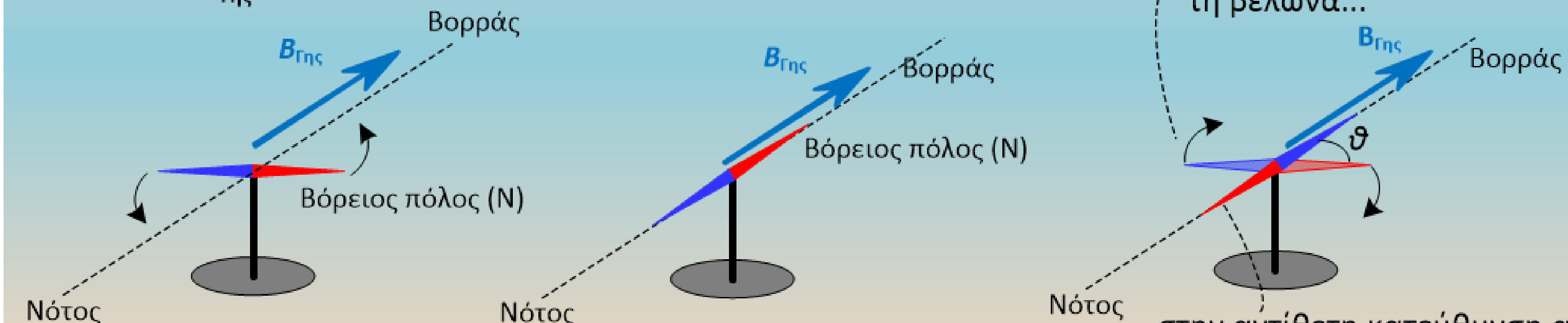
Για να κατανοήσουμε το spin (ηλεκτρονίου) θα εξετάσουμε τη μαγνητική βελόνα μέσα στο μαγνητικό πεδίο της Γης $\boldsymbol{B}_{Γης}$ ...

Μαγνητική βελόνα σε μαγνητικό πεδίο

Ένα spin (ηλεκτρονίου) αν και είναι κάτι εντελώς διαφορετικό, μοιάζει με τη μαγνητική βελόνα. Αυτή μέσα σε μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_{Γης}$ ...

...προσανατολίζεται παράλληλα σε αυτό, όπου και ισορροπεί.

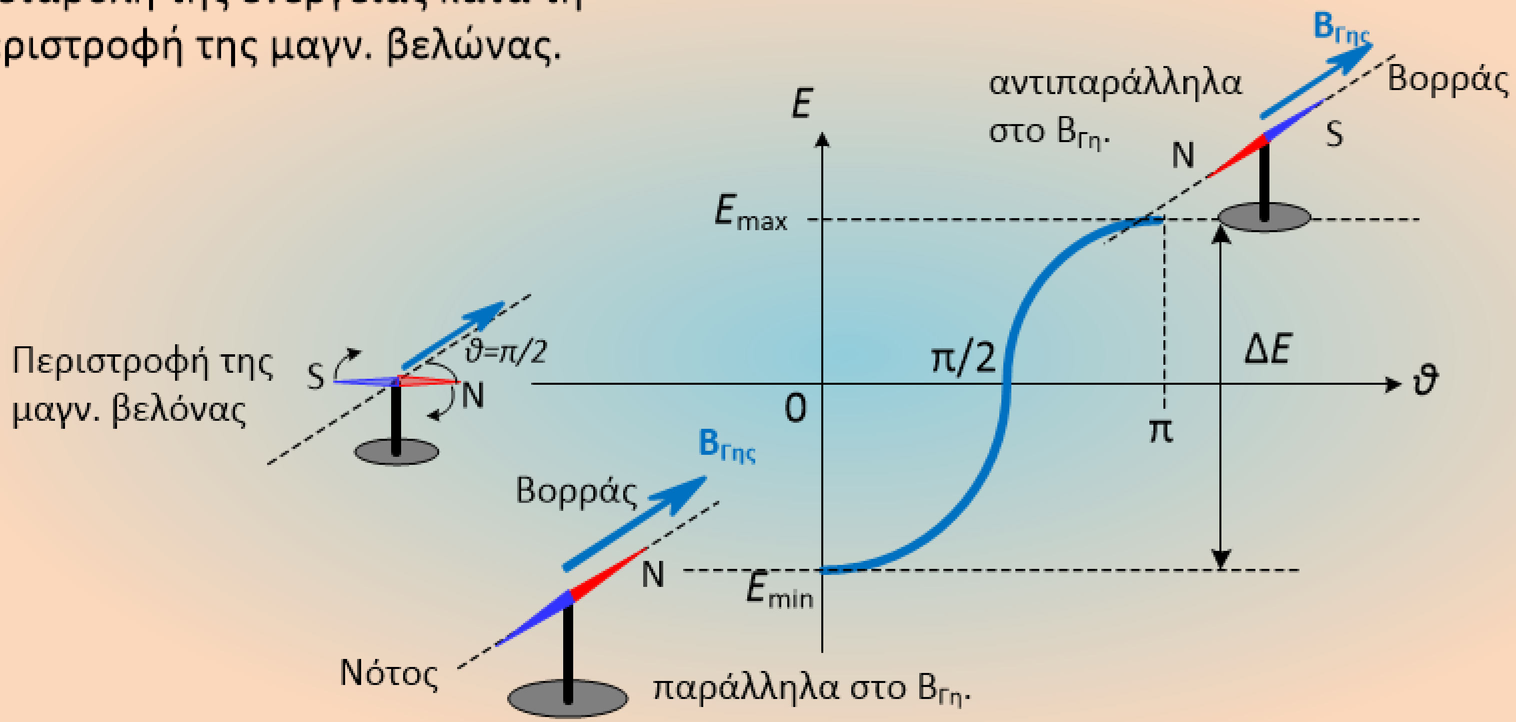
Ασκώντας ροπή και καταναλώνοντας ενέργεια μπορούμε να περιστρέψουμε τη βελώνα...



Κατάσταση ελάχιστης ενέργειας $E_{\min}$

...στην αντίθετη κατεύθυνση από το $B_{Γης}$ η οποία είναι κατάσταση μέγιστης ενέργειας $E_{\max}$

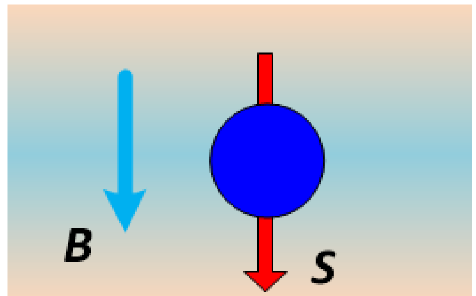
Μεταβολή της ενέργειας κατά τη περιστροφή της μαγν. βελώνας.



Πως μεταβάλλεται το spin

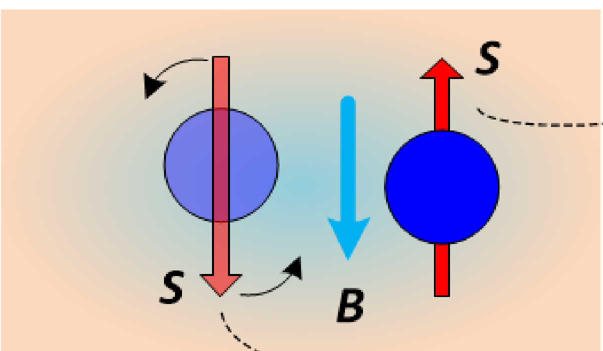
Για να χρησιμοποιηθεί το spin σαν qubit απαιτείται να μεταβάλλεται η θεμελιώδης κατάστασή του από επάνω σε κάτω spin με επιθυμητό και ελεγχόμενο τρόπο. Πως μπορεί να γίνει αυτό;

Εισάγοντας στο χώρο ένα μαγνητικό πεδίο B στο χώρο που βρίσκεται το ηλεκτρόνιο….



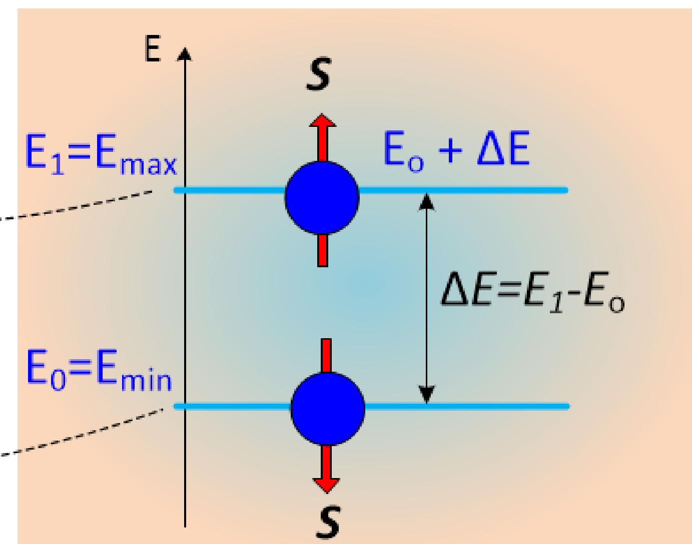
..τότε το spin προσανατολίζεται στην κατεύθυνση παράλληλα με το μαγνητικό πεδίο και στην κατάσταση αυτή παραμένει εκεί.

Παραμένει στην θέση αυτή γιατί απαιτείται να απορροφήσει κατάλληλη επιπλέον ενέργεια ΔΕ και…



…η οποία είναι κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας E_{Min}…

…από την αρχική κατάσταση spin κάτω που είναι ελάχιστης ενέργειας E_{min}



…έτσι το spin να περιστραφεί στην αντίθετη κατεύθυνση από το ***B***…

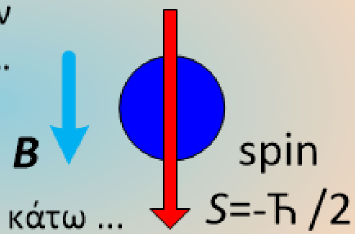
Πως θέτουμε ένα spin (πχ ηλεκτρονίου) σε μια θεμελιώδη κατάσταση κατάσταση 0 ή κατάσταση 1

Παρόμοια με τη μαγνητική βελόνα, το spin ενός ηλεκτρονίου...

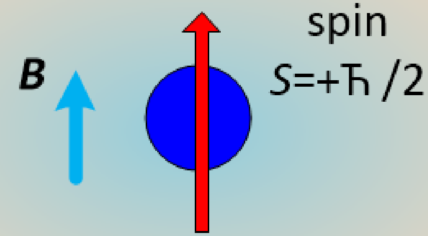
...μέσα σε ένα ασκούμενο εξωτερικό μαγνητικό πεδίο **B**...

...προσανατολίζεται παράλληλα με το υπάρχων μαγνητικό πεδίο B...

...έχει δύο δυνατότητες προσανατολισμού...



...με spin κάτω ...



...ή με το spin επάνω...

Θεμελιώδης ή βασική κατάσταση 0

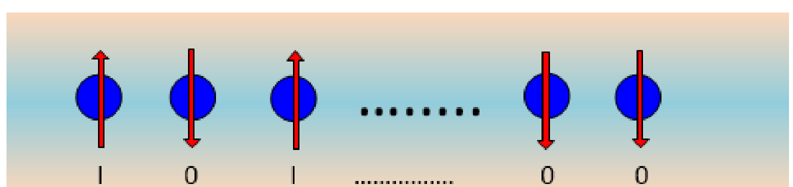
Θεμελιώδης ή βασική κατάσταση 1

Υιοθετώντας το συμβολισμό Dirac...

...συμβολίζεται με διανύσμα ket ως $|0>$

...συμβολίζεται με διανύσμα ket ως $|1>$

Έτσι με με αλληλουχίες τηλεκτρονίων με spin επάνω (I) και spin κάτω (0) μπορούμε να κωδικοποιήσουμε πληροφορίες στους κβαντικούς υπολογιστές.



Όμως αυτή η δυνατότητα **μόνο δεν θα προσέδιδε στους κβαντικούς υπολογιστές κάτι πολύ ξεχωριστό** από τους κλασσικούς υπολογιστές,

...παρά μόνο θα παρείχε την δυνατότητα αποθήκευσης περισσότερων bit σε πολύ μικρές διαστάσεις.

Υπέρθεση των καταστάσεων του spin

Στο κβαντικό κόσμο υπάρχει η ιδιότητα της κβαντικής υπέρθεσης η οποία προσδίδει τις ιδιαίτερες ιδιότητες στους κβαντικούς υπολογιστές.

Θα εξετάσουμε ην ιδιότητα αυτή στο spin

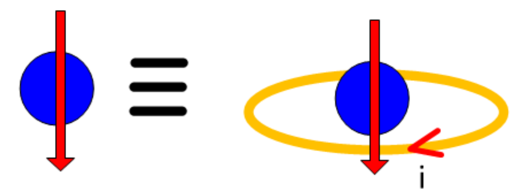
Μέτρηση του Spin Ηλεκτρονίου ή το spin πρωτονίου (πυρήνων ατόμων)

Όταν μετρηθεί μπορεί να βρεθεί να είναι επάνω....

Up spin
Μπορεί να αντιστοιχεί στη κατάσταση $Y_1=1$

Ισοδυναμεί σε κυκλικό αριστερόστροφο ρεύμα i

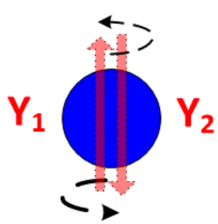
...ή να να είναι κάτω....



down spin
και να αντιστοιχεί στη κατάσταση $Y_2=0$

Ισοδυναμεί σε κυκλικό δεξιόστροφο ρεύμα i

Πριν τη μέτρηση έχουμε ένα μίγμα ή τάση προς τη κατάσταση Y_1 και τη Y_2



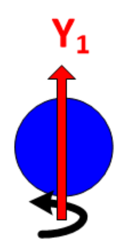
Αυτό σημαίνει (λέγεται)...

Υπέρθεση των καταστάσεων του spin επάνω και κάτω

Παρατήρηση-μέτρηση προκαλεί κατάρρευση κυματοσυνάρτησης

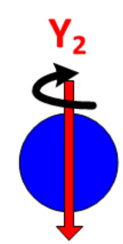
Μέτρηση spin ηλεκτρονίου

δίνει 2 πιθανά αποτελέσματα



spin up 50%

ή



spin down 50%

με τη μέτρηση έχουμε κατάρρευση της κυματοσυνάρτησης σε Y_1 ή Y_2

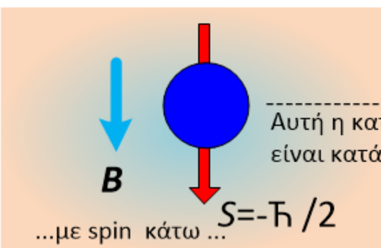
Όμως για την εγγραφή πληροφορίας στους κβαντικούς υπολογιστές χρησιμοποιούμε άλλη μια ιδιότητα του κβαντικού κόσμου την έννοια της **κβαντικής υπέρθεσης**...

...αυτή η ιδιότητα προσδίδει στους κβαντικούς υπολογιστές τεράστιες δυνατότητες αποθήκευσης και παράλληλης επεξεργασίας δεδομένων που δεν υπάρχει αντίστοιχη λειτουργία στους κλασικούς υπολογιστές .

Πως παράγεται η **κβαντική υπέρθεση** στα spin ηλεκτρονίων, πρωτονίων, νετρονίων

Όπως και η μαγνητική βελόνα μέσα σε μαγνητικό πεδίο....

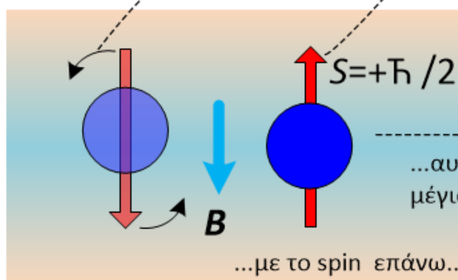
...το spin τείνει να προσανατολίζεται παράλληλα με ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο Β...



Αυτή η κατάσταση spin κάτω παράλληλα με το ***B*** είναι κατάσταση ελάχιστης ενέργειας E_{min}

Δυνατότητα περιστροφής στο spin

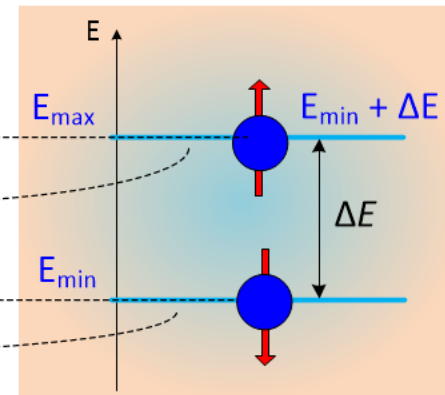
Προσφέροντας την κατάλληλη επιπλέον ενέργεια ΔΕ το spin μπορεί να περιστραφεί στην αντίθετη κατεύθυνση από το ***B***...



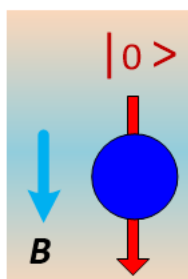
...και να προσανατολίζεται και αντιπαράλληλα με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο Β.

...αυτή η κατάσταση είναι κατάσταση μέγιστης ενέργειας E_{min}

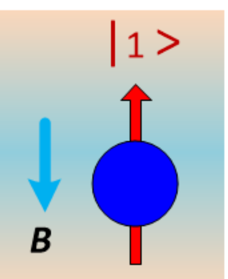
Όπως και η μαγνητική βελόνα με την άσκηση ροπής μπορεί να περιστραφεί αντίθετα στο μαγνητικό πεδίο.



Επομένως το spin έχουν τη δυνατότητα να προσανατολίζονται παράλληλα...



ή αντιπαράλληλα με το εξωτερικό μαγνητικό πεδίο Β αν προσφέρουμε την κατάλληλη ενέργεια ΔΕ.

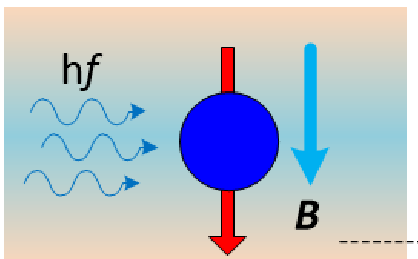


Επομένως το spin έχει τη δυνατότητα να είναι ένα κβαντικό bit ή αλλιώς ονομάζεται qubit (κβαντικό bit)

Πως το spin τίθεται σε κατάσταση υπέρθεσης

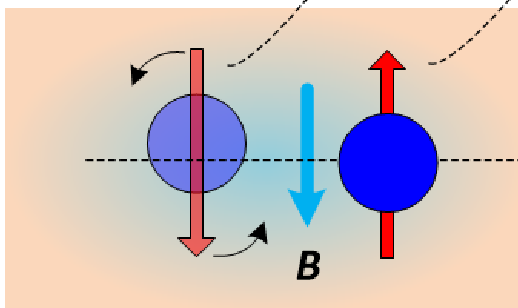
Για να χρησιμοποιηθεί το spin σαν qubit απαιτείται να μεταβάλλεται η θεμελιώδης κατάστασή του από επάνω σε κάτω spin με επιθυμητό και ελεγχόμενο τρόπο. Πως μπορεί να γίνει αυτό;

Προσφέροντας κατάλληλη επιπλέον ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία $\Delta E = hf$ όπου το μαγνητικό πεδίο της ταλαντώνεται με...



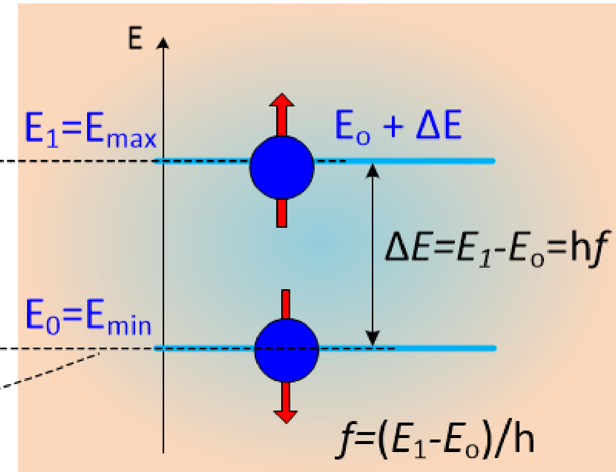
..κατάλληλη συχνότητα ω ώστε το spin μπορεί να περιστρέφεται και να ταλαντώνεται μεταξύ επάνω και κάτω spin.

Απορροφώντας την κατάλληλη επιπλέον ενέργεια ΔΕ=h*f* το spin μπορεί να περιστραφεί στην αντίθετη κατεύθυνση από το ***B***...



...η οποία είναι κατάσταση μεγαλύτερης ενέργειας E_{Min}...

...από την αρχική κατάσταση spin κάτω που είναι ελάχιστης ενέργειας E_{min}



Η συχνότητα *f* που απαιτείται ώστε το spin να προσανατολίζεται αντιπαράλληλα για ισχυρό μαγνητικό πεδίο Β περίπου 1.5 Tesla είναι της τάξεως:

$f=(E_1-E_o)/h \approx 10$ GHz   Συχνότητα στη περιοχή των μικροκυμάτων.

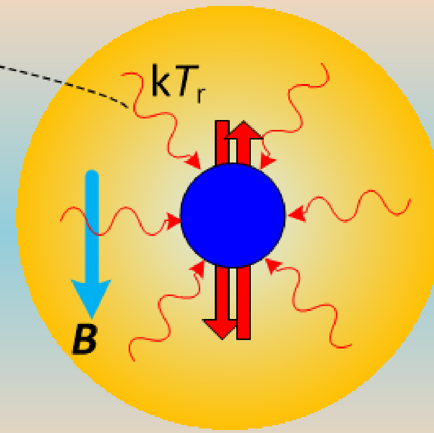
Έτσι η ενέργεια $\Delta E=hf$ για να μεταβεί το spin στην διεγερμένη E_1 με αντιπαράλληλο spin, είναι ανάλογη του B και πολύ μικρή...

...της τάξεως της θερμικής ενέργειας kT_o Θερμοκρασίας $T_o \approx 1$ K.

Γιατί τα κβαντικά bit και οι κβαντικοί υπολογιστές απαιτούν πολύ χαμηλές θερμοκρασίες

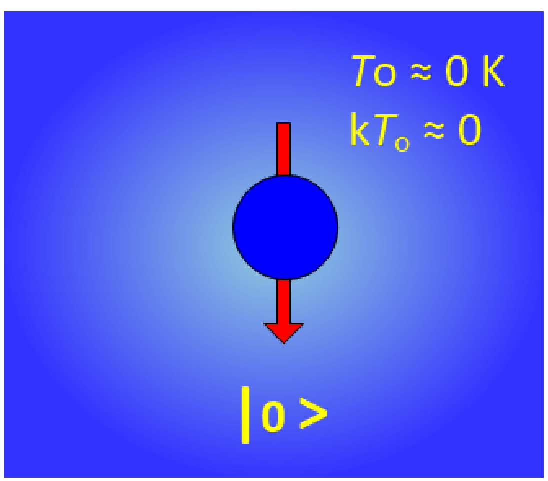
Στη θερμοκρασία περιβάλλοντος Tr=290 K θερμική ενέργεια k*Tr* μπορεί να είναι για παράδειγμα 300 φορές μεγαλύτερη…

$$kT_r = 300\ kT_o = 300\ \Delta E$$

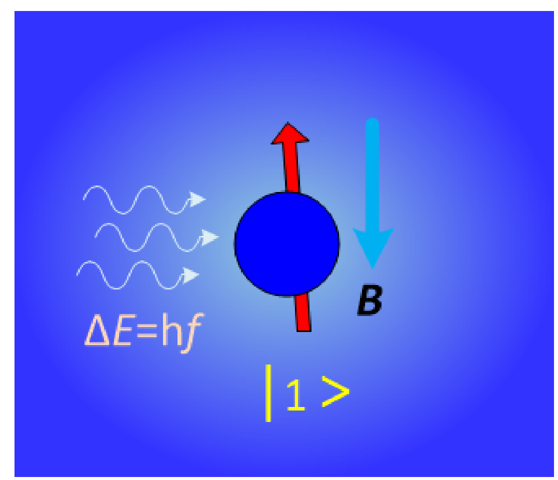


…έτσι **δεν μπορεί το spin να είναι στην *E*min = *E*ο** γιατί μπορεί πολύ εύκολα να απορροφίσει από το περιβάλλον θερμική ενέργεια k*Tr* και να μεταβεί σε ανώτερη ενεργειακή κατάσταση

Έτσι μόνο κοντά στο απόλυτο μηδέν $T_o \approx 0$ K είναι $kT_o \approx 0$

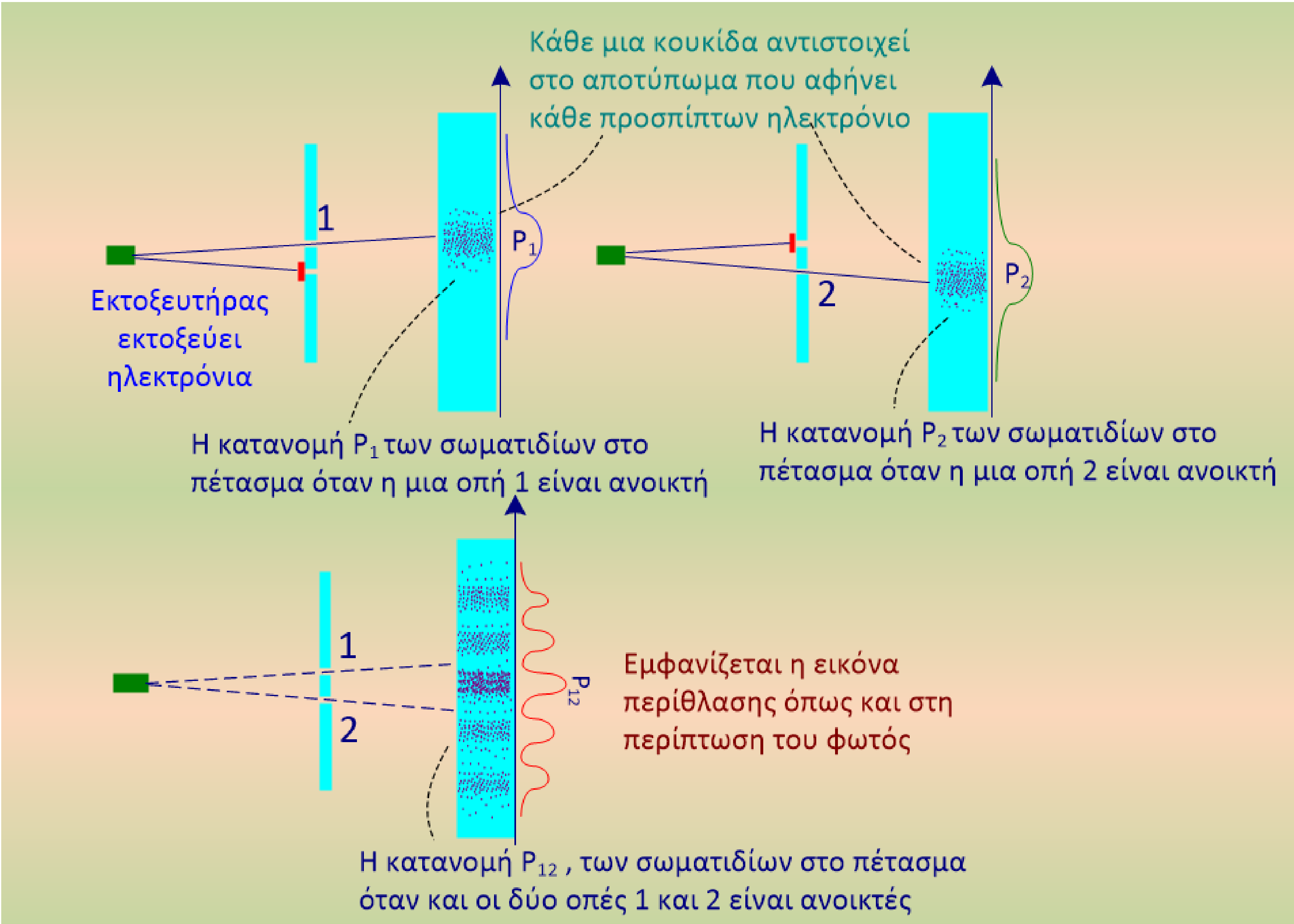


…και το spin μπορεί να διατηρεί την θεμελιώδη κατάσταση (Spin κάτω) Emin=Eo και να διεγείρεται μόνο όταν επιθυμούμε στην E1 με ακτινοβολία h*f* και έτσι να αλλάζει η κατάστασή των στη λειτουργεία των κβαντικών υπολογιστών.



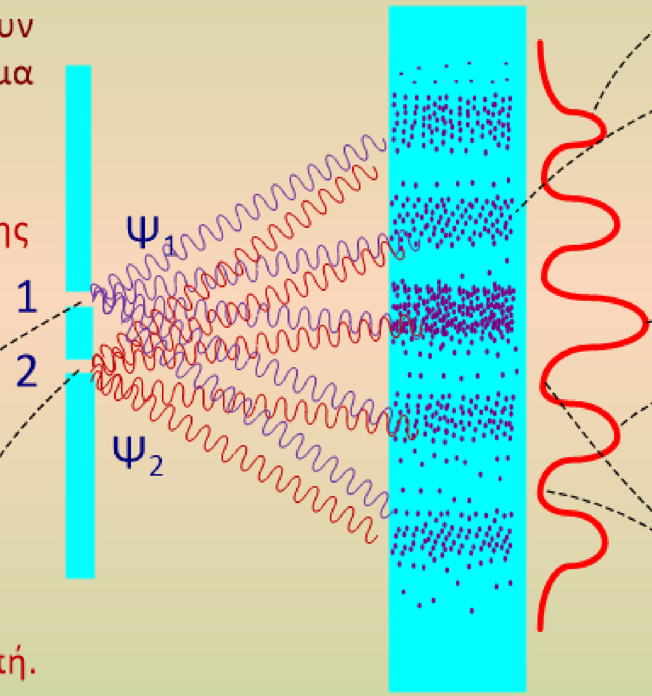
Άλλο παράδειγμα

κβαντικής <u>υπέρθεσης</u>, αλλά και <u>συμβολής</u>



Δηλαδή τα ηλεκτρόνια είναι σωμάτια αλλά δεν ακολουθούν κάποια τροχιά όπως μακροσκοπικά σώματα (π.χ. σκάγια) για να φθάνουν στο πέτασμα

Παρουσιάζουν το χαρακτηριστικό σχήμα της κυματικής συμβολής...



...δύο κυμάτων Ψ_1 και Ψ_2 καθένα από τα οποία εκπέμπεται από κάθε μία οπή.

Δηλαδή η εικόνα της περίθλασης φανερώνει πως τα ηλεκτρόνια θα συγκεντρωθούν μόνο γύρω από συγκεκριμένες περιοχές...

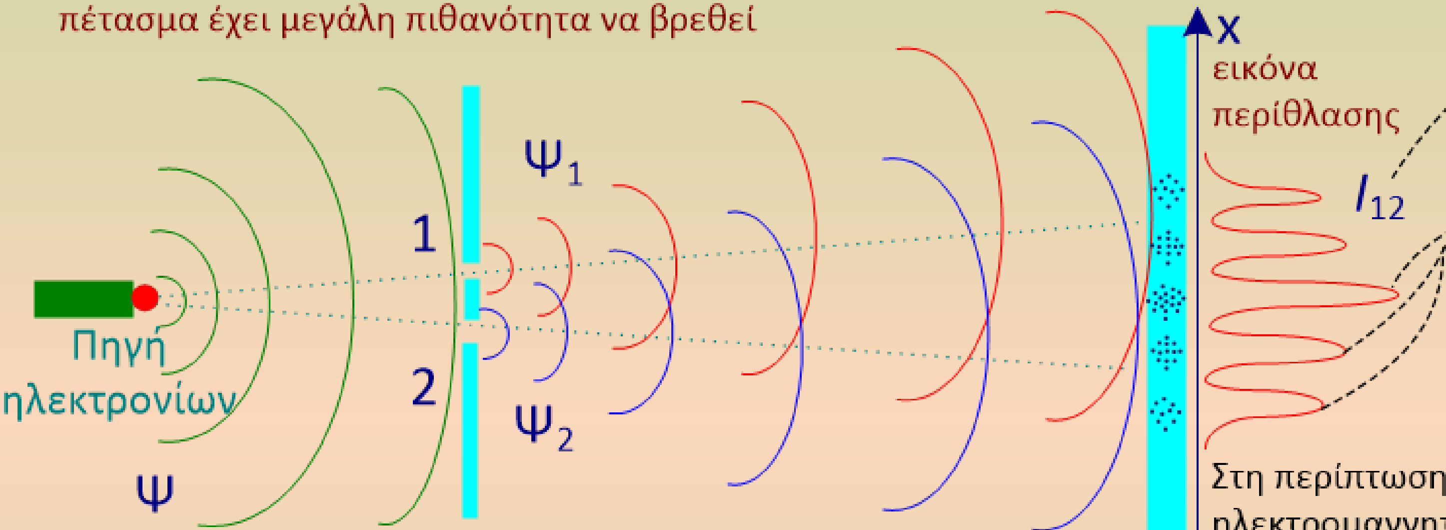
...όπως ακριβώς και στη περίπτωση των κροσσών συμβολή του φωτός που προβλέπεται από...

... τη ενισχυτική συμβολή δύο κυμάτων Ψ_1 και Ψ_2 καθένα από τα οποία εκπέμπεται από κάθε μία οπή.

Στα σημεία όπου προσπίπτουν ελάχιστα ή καθόλου ηλεκτρόνια εκεί η συμβολή των δύο κυμάτων Ψ_1 και Ψ_2 είναι αναιρετική.

Ακόμα κι αν τα ηλεκτρόνια εκτοξεύονται ένα-ένα, ανά μεγάλα χρονικά διαστήματα π.χ. ανά μία ώρα, τότε πάλι παίρνουμε την εικόνα περίθλασης....

...τότε η κυματοσυνάρτηση Ψ_{12} του ηλεκτρονίου αποτελούμενη από την **υπέρθεση** των συνιστουσών κυμάτων Ψ_1 και Ψ_2 κατόπιν της **συμβολής** τους καθορίζει σε ποια θέση στο πέτασμα έχει μεγάλη πιθανότητα να βρεθεί



ένταση του κύματος

περιγράφεται από το **πλάτος** του συνιστάμενου κύματος από τη συμβολή των 2 κυμάτων

Στη περίπτωση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος, που είναι διακύμανση με μορφή κύματος του ηλεκτρικού *E* και του μαγνητικού πεδίου *B*, η ένταση I_{12} του κύματος είναι το πλάτος στο τετράγωνο του πλάτους ηλεκτρικού πεδίου E^2 ή του μαγνητικού πεδίου B^2

Όταν η Ψ συναντίσει το πέτασμα διαχωρίζεται σε 2 συνιστώσες Ψ_1 και Ψ_2 ....

Κάθε ηλεκτρόνιο αφου εκτοξευτεί δεν μπορώ με κανένα τρόπο να γνωρίζω τη ακριβή θέση του, όμως το ηλεκτρόνιο συμπεριφέρεται σα κύμα και όχι σαν σωμάτιο και περιγράφεται από τη κυματοσυνάρτησή του Ψ η οποία επεκτείνεται σε όλο το χώρο

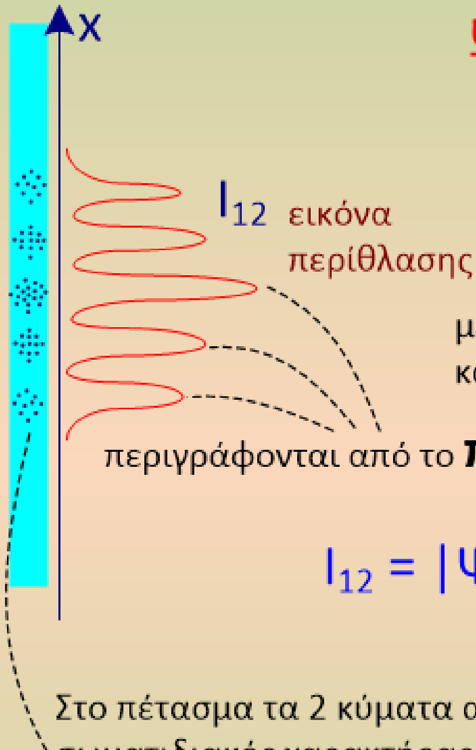
...και το ηλεκτρόνιο λέμε ότι είναι στη υπέρθεση 2 καταστάσεων Ψ_1 και Ψ_2 ....

..δεν μπορώ γνωρίζω αν το ηλεκτρόνιο πέρασε από τη μια ή ητην άλλη σχισμή ή αν πέρασε και από τις 2!!!

Το ηλεκτρόνιο στο δρόμο του προς το πέτασμα είναι κύμα και όχι σωματίδιο, δηλ. το ηλεκτρόνιο ως κύμα και και όχι ως σωμάτιο.πέρασε και από τις 2 σχισμές

Όταν δεν γνωρίζουμε σε ποιο από τις δύο ενεργειακές στάθμες βρίσκεται το ηλεκτρόνιο, λέμε ότι το ηλεκτρόνιο βρίσκεται σε **υπέρθεση** των καταστάσεων Ψ_1 και Ψ_2 γράφουμε

$$\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2$$



Όπου οι συντελεστές c_1 και c_2

$$|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$$

με πιθανότητα $|c_1|^2$ το ηλεκτρόνιο να περνάει από την οπή 1 και πιθανότητα $|c_2|^2$ να περνά από την οπή 2.

περιγράφονται από το **πλάτος** του συνιστάμενου κύματος από τη συμβολή των 2 κυμάτων

$$I_{12} = |\Psi_1 + \Psi_2|^2$$

Όπως η ένταση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος I_{12} που κύματος είναι το πλάτος στο τετράγωνο του συνιστάμενου πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου E^2 ή του μαγνητικού πεδίου B^2

Στο πέτασμα τα 2 κύματα αλληλεπιδρούν με το πέτασμα και τότε αποκαλύπτεται ο σωματιδιακός χαρακτήρας του ηλεκτρονίου αφήνοντας ένα αποτύπωμα σε μια τυχαία θέση από τις θέσεις όπου η ένταση $I_{12}=|\Psi_{12}|^2$ της συμβολής των 2 κυμάτων έχει μέγιστο

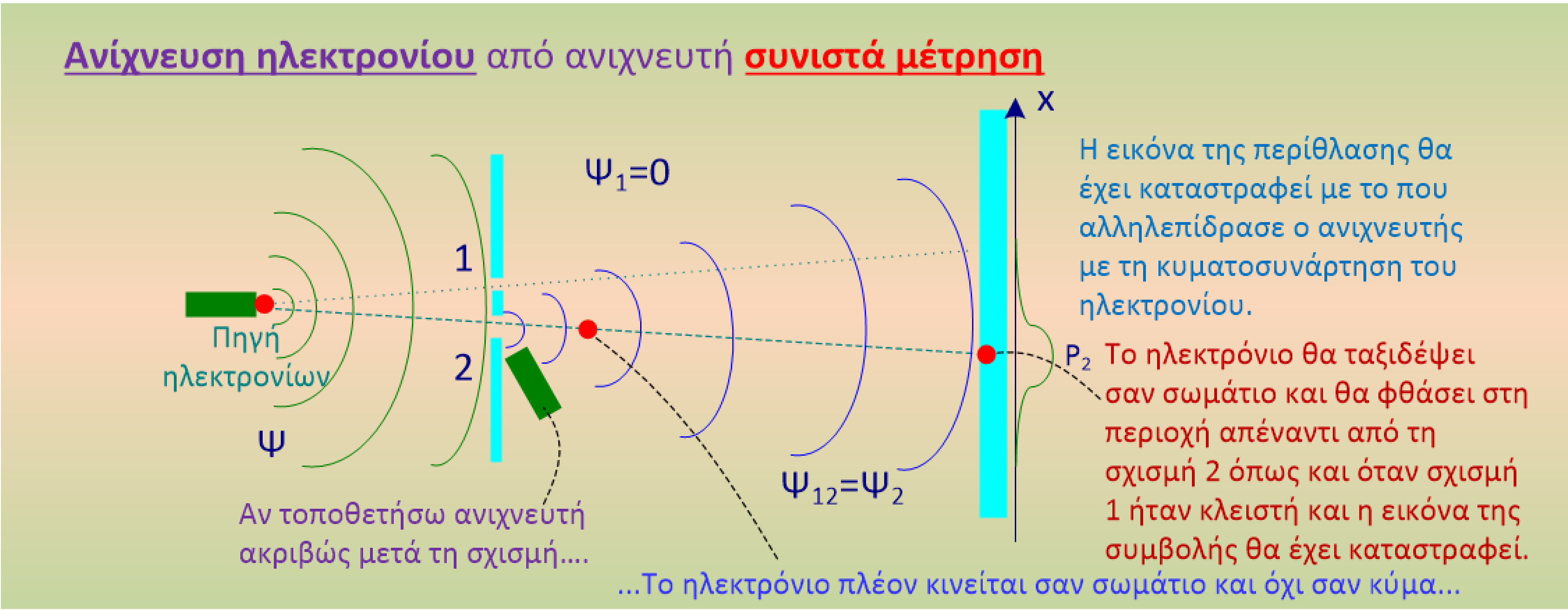
Όταναποκαλύπτεται ο σωματιδιακός χαρακτήρας του ηλεκτρονίου αφήνοντας ένα αποτύπωμα σε μια τυχαία θέση από τις θέσεις μεγίστου που ορίζει η ένταση $I_{12}=|\Psi_{12}|^2$ της συμβολής των 2 κυμάτων τότε λέμε ότι έχουμε **κατάρευση της κυματοσυνάρτησης** η έννοια αυτή εξηγείται καλύτερα παρακάτω.

Πως μετρούμε τα σωματίδια στο μικρόκοσμο -διαδιακσία της μέτρησης

Κατ' επέκταση πως μετρούμε τη κατάσταση του spin ως αποτελέσματα των κβαντικών υπολογισμών στους κβαντικούς υπολογιστές.

Τι συμβαίνει με τη διαδικασία της μέτρησης?

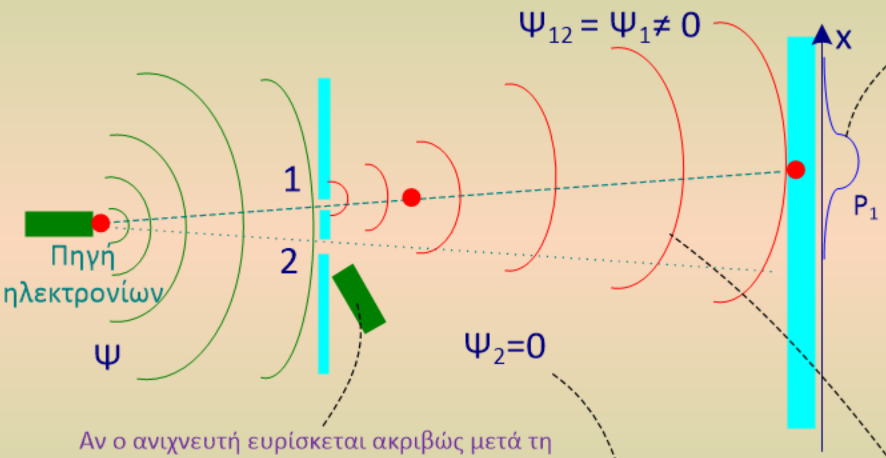
Πως μπορεί να βρεθεί η θέση ενός ηλεκτρονίου; Αυτό απαιτεί αλληλεπίδραση της κυματοσυνάρτισης του ηλεκτρονίου π.χ. με έναν ανιχνευτή που είναι ένα μακροσκοπικό αντικείμενο, αυτή μπορεί να είναι μια μακροσκοπική μετρητική συσκευή (ανιχνευτής).



...τότε η κυματοσυνάρτιση του ηλεκτρονίου αλληλεπιδρά με τον ανιχνευτή και έχουμε κατάρευση της κυματοσυνάρτησης σε
$\Psi_1=0$ και $\Psi_2 \neq 0$
έτσι το ηλεκτρόνιο δεν είναι πλέον στη υπέρθεση 2 καταστάσεων Ψ_1 και Ψ_2
αλλά είναι πλέον $\Psi_{12} = \Psi_2$ 100%

..αφού αποκαλύπτεται ότι το ηλεκτρόνιο πέρασε μόνο από τη σχισμή 2, παύει να υπάρχει σε υπέρθεση 2 καταστάσεων και έτσι συμπεριφέρεται πλέον σαν σωμάτιο. Άρα $\Psi_1=0$ και $\Psi_{12}=\Psi_2$

Μη ανίχνευση ηλεκτρονίου από ανιχνευτή πάλι **συνιστά μέτρηση**



Η εικόνα της περίθλασης θα έχει καταστραφεί με το που αλληλεπίδρασε ο ανιχνευτής με τη κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου.

Το ηλεκτρόνιο θα ταξιδέψει σαν σωμάτιο και θα φθάσει στη περιοχή απέναντι από τη σχισμή 1 όπως και όταν σχισμή 1 ήταν κλειστή και η εικόνα της συμβολής θα καταστραφεί

Αν ο ανιχνευτή ευρίσκεται ακριβώς μετά τη σχισμή 2 και **δεν ανιχνεύει ηλεκτρόνιο**....

..αφού αποκαλύπτεται ότι το ηλεκτρόνιο **δεν πέρασε από την 2** αλλά **πέρασε από τη 1**, παύει να υπάρχει σε υπέρθεση 2 καταστάσεων και έτσι συμπεριφέρεται πλέον σαν σωμάτιο. Άρα $\Psi_2=0$ και $\Psi_{12}=\Psi_1$

Κατά τη μέτρηση

Με την αλληλεπίδραση της κυματοσυνάρτισης του ηλεκτρονίου, π.χ. με έναν ανιχνευτή,

η κυματοσυνάρτηση Ψ παύει να υπάρχει σε **υπέρθεση καταστάσεω**ν γενικά ως Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 ....

$$\Psi = c_1\Psi_1 + c_2\Psi_2 + c_3\Psi_3 + ...$$

και λέγεται πως συμβαίνει **κατάρευση της κυματοσυνάρτησης** Ψ

σε μία από τις Ψ_i

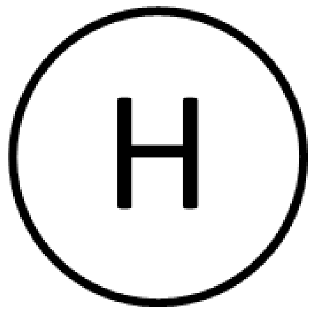
$$\Psi = \Psi_i \quad 100\%$$

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΒΑΝΤΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ

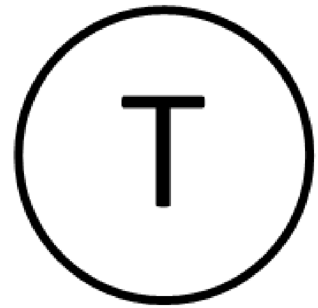
Κβαντικά συτήματα δύο καταστάσεων

Κλασικό κέρμα Έχει δύο πανομοιότυπες όψεις με διαφορετικό γράμμα

Μπορεί να βρεθεί στην κατάσταση με την όψη που έχει....

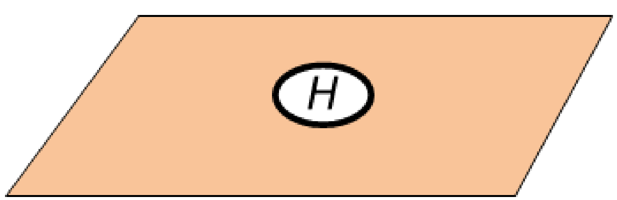


...το γράμμα H...

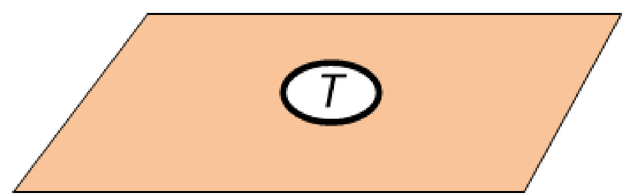


...ή με το γράμμα T

Αν το τοποθετήσουμε στο τραπέζι θα μπορεί να έχει στην επιφάνεια του τραπεζιού την κατάσταση με το...



...το γράμμα H...



...ή με το γράμμα T

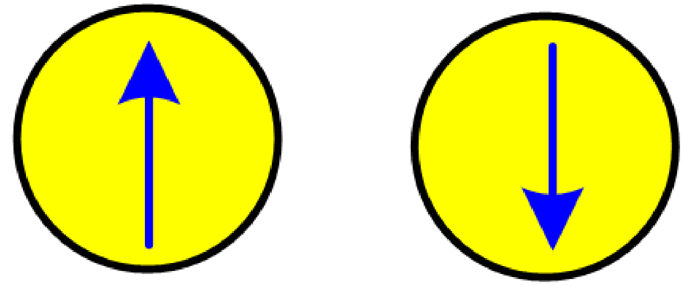
Κβαντικό κέρμα Βασίζεται σε παράξενα κβαντικά φαινόμενα που περιγράψαμε πριν και τα οποία με κάποιο τρόπο μπορούμε να τα διαχειριστούμε.

Ένα βασικό πράδειγμα κβαντικου κέρματος μπορεί να είναι το Spin του ηλεκτρονίου το οποίο είναι κβαντικό φαινόμενο δύο καταστάσεων.

Όμως το Spin του ηλεκτρονίου δεν… το τοποθετούμε σε ένα τραπέζι για να το δούμε, είναι πολύ πιο δύσκολο να το βρούμε χρειαζόμαστε μια ιδιαίτερη μετρητική συσκευή.

Μέτρήσεις στο μικρόκοσμο – π.χ. μέτρηση σπιν

Αν μετρηθεί με μια μετρητική συσκευή
μπορεί να βρεθεί στην κατάσταση με….

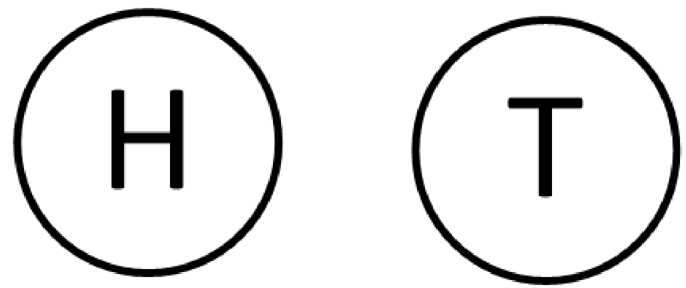


Spin up Spin down

Είναι το κβαντικό ανάλογο
του κλασικού κέρματος…

…τα οποία αντιστοιχούν στην…

όψη H όψη T



…και για να ξεχωρίζει από το κλασικό
κέρμα οι κατάστάσεις του γράφονται…

…με το συμβολισμό ket $|H\rangle$ $|T\rangle$

και περιγράφονται από διανύσματα **βασικής κατάστασης $|H\rangle$** και
βασικής κατάστασης $|T\rangle$ που υπάρχουν σε ένα χώρο δύο διαστάσεων…

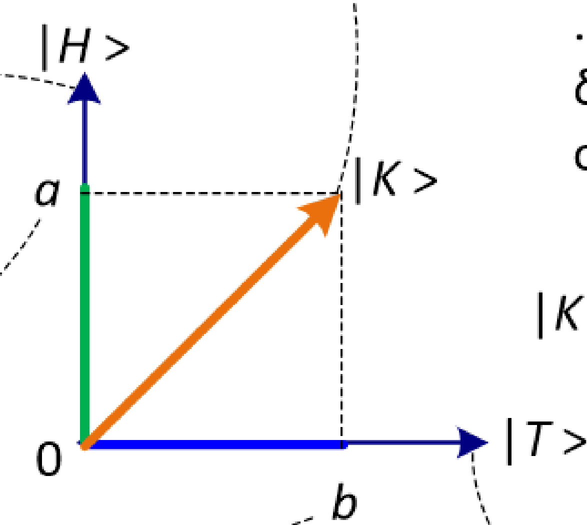
Όμως στο κβαντικό κόσμο ο κόσμος του μικρόκοσμου, όταν επιχειρούμε μετρήσεις τότε διαπιστώσαμε ότι υπάρχουν κι άλλες πολύ παράξενες ιδιότητες που δεν υπάρχουν στον κλασικό κόσμο

Όμως το κβαντικό κέρμα ζει στο κβαντικό κόσμο του μικρόκοσμου, στον οποίο μπορεί να υπάρχει σε κατάσταση **υπέρθεσης** των δύο βασικών καταστάσεών του, δεν υπάρχει ανάλογο στον κλασικό κόσμο.

Τότε το κβαντικό κέρμα παριστάνεται από ένα διάνυσμα κατάστασης $|K>$ ...

...σε ένα χώρο δύο διαστάσεων με δύο ορθογώνιους άξονες.

Ο ένας άξονας είναι της κατάστασης $|H>$

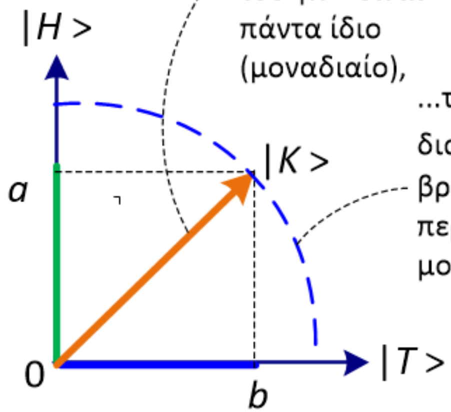


$$|K> = a|H> + b|T>$$

Η κατάσταση $|K>$ έχει προβολή a στον άξονα $|H>$....

...και προβολή b στον άξονα $|T>$....

και ο άλλος άξονας είναι της κατάστασης $|T>$



Αφού το μήκος του $|K>$ είναι πάντα ίδιο (μοναδιαίο),

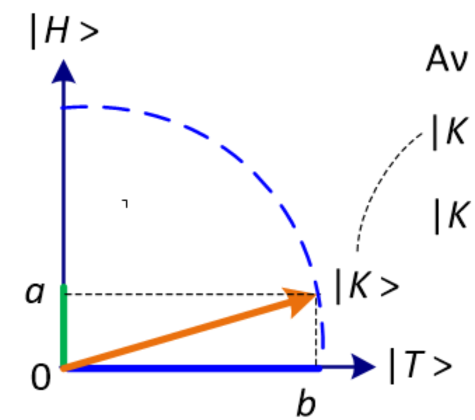
...τότε το τέλος του διανύσματος $|K>$ βρίσκεται πάντα στη περιφέρεια κύκλου μοναδιαίας ακτίνας.

Όταν a=b, τότε η πιθανότητα το κβαντικό κέρμα είναι να βρεθεί (μετρηθεί) σε κάθε μια από τις δύο καταστάσεις είναι ίση με 50%

Τότε $a=b$, $|a|^2+|a|^2=1$ $a=b=1/\sqrt{2}$

$$|K> = a|H> + b|T>$$

$$|K> = 1/\sqrt{2}\,|H> + 1/\sqrt{2}\,|T>$$



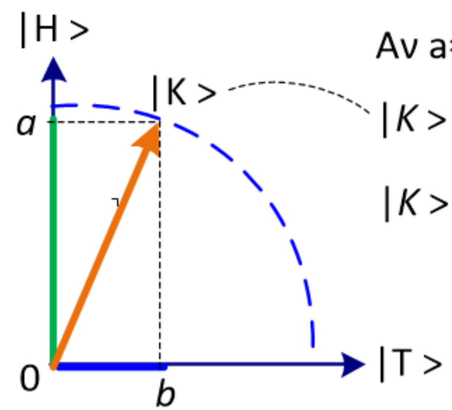
Αν $a=0.25$, $b=0.9682$

$$|K> = a|H> + b|T>$$

$$|K> = 0.25|H> + 0.9682|T>$$

$$|0.25|^2+|0.9682|^2=1$$

Το $|K>$ βρίσκεται κοντά στην $|T>$, έχει μεγαλύτερη πιθανότητα $|b|^2>>|a|^2$ να μετρηθεί σε αυτή τη κατάσταση.



Αν a=0.9682, b=0.25

$$|K> = a|H> + b|T>$$

$$|K> = 0.9682|H> + 0.25|T>$$

$$|0.9682|^2+|0.25|^2=1$$

Το $|K>$ βρίσκεται κοντά στην $|H>$, έχει μεγαλύτερη πιθανότητα $|a|^2>>|b|^2$ να μετρηθεί σε αυτή τη κατάσταση.

Διανύσματα Bra και Ket, συμβολισμός Dirac

Bracket σημαίνει αγκύλη   < >

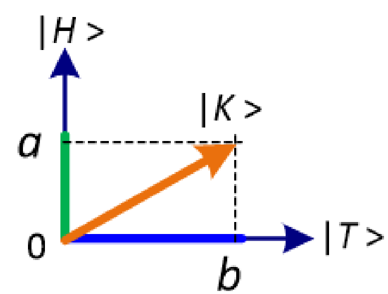
Bra - ket

Ο Dirac Φυσικός που συνέβαλε στην ανάπτυξη της Κβαντικής Φυσικής συμβόλισε τα διανύσματα κατάσταση με αγκύλες

< | και | >

Διανύσματα ket

Τα διανύσματα βασικής κατάστασης |H > και |T > καθώς και αυτά |K > που προκύπτουν από την κβαντική υπέρθεσή τους είναι διανύσματα ket. Αυτά γράφονται ως πίνακες με μια στήλη.



Δηλαδή γράφονται

$$|K> = a|H> + b|T> = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Δηλαδή ο πίνακας έχει στοιχεία a και b...

...τις προβολές του $|K>$ στους άξονες $|H>$ και $|T>$

Οι βασικές καταστάσεις |H > και |T > γράφονται ως πίνακες με μια στήλη:

$$|H> = 1|H> + 0|T> = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad |T> = 0|H> + 1|T> = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Διανύσματα bra

Κάθε διάνυσμα ket $|K> = a|H> + b|T> = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

γράφεται ώς διάνυσμα bra $< K| = a^*< H| + b^*< T| = \begin{bmatrix} a^* & b^* \end{bmatrix}$

και αντιστοιχεί πίνακας μιας γραμμής με τα a* και b*

Όπου a* και b* Είναι οι μιγαδικοί συζυγής των a και b

Π.χ. για το μιγαδικό $x + iy$

ο συζυγής του είναι $x - iy$

Τα διανύσματα bra των βασικών καταστάσεων γράφονται

$$< H| = 1^*< H| + 0^*< T| \quad ή \quad < H| = 1< H| + 0< T| = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$< T| = 0^*< H| + 1^*< T| \quad ή \quad < T| = 0< H| + 1< T| = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Έστω οι καταστάσεις του κβαντικού κέρματος $|K> = a|H> + b|T>$ και $|N> = c|H> + d|T>$

όπου φυσικά ισχύει $|a|^2 + |b|^2 = 1$ $|c|^2 + |d|^2 = 1$

Εσωτερικό γινόμενο δύο καταστάσεων $|N>$ και $|K>$ γράφεται: $<N|K>$

και είναι με μορφή πινάκων $<N|K> = \begin{bmatrix} c^* & d^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (c^*a + d^*b)$ και το αποτέλεσμα είναι ένας αριθμός

Το εσωτερικό γινόμενο των βασικών καταστάσεων

$$<H|T> = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = (1\,0 + 0\,1) = 0 \qquad <T|H> = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = (0\,1 + 1\,0) = 0$$

$$<H|H> = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ o \end{bmatrix} = (1\,1 + 0\,0) = 1 \qquad <T|T> = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = (0\,0 + 1\,1) = 1$$

Όταν το εσωτερικό γινόμενο δύο καταστάσεων είναι μηδέν $<H|T> = 0$ $<H|T> = 0$ τότε οι δύο καταστάσεις είναι **ορθογώνιες** μεταξύ τους

Γενικά το εσωτερικό γινόμενο βασικών καταστάσεων $<j|k> = \delta_{jk}$ είναι μηδέν $\delta_{jk} = 0\ (j \neq k)$

εκτός το εσωτερικό γινόμενο των ιδίων βασικών καταστάσεων $\delta_{jk} \neq 0\ (j = k)$

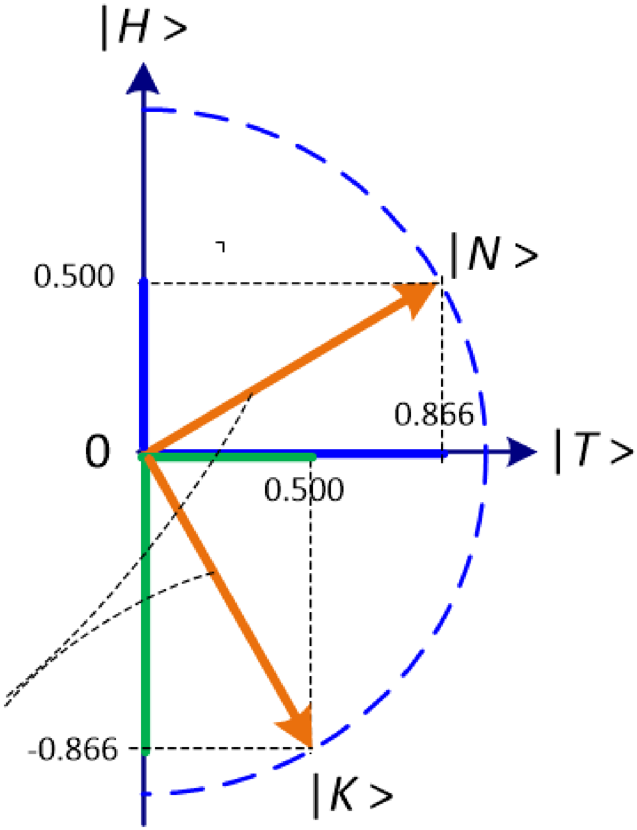
Παράδειγμα

Έστω οι καταστάσεις του κβαντικού κέρματος

$$|K> = 0.500|\mathrm{H}> - 0.866|\mathrm{T}>$$

$$|N> = 0.866|\mathrm{H}> + 0.500|\mathrm{T}>$$

Να αποδείξετε ότι είναι ορθογώνιες



Πράγματι είναι ορθογώνιες γιατί

$$< N|K > = \begin{bmatrix} 0.866 & 0.500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.500 \\ -0.866 \end{bmatrix} = 0.433\text{-}0.433 = 0$$

Που επιβεβαιώνεται και σχηματικά

Επίσης είναι όπως αναμένεται

$$< K|K > = \begin{bmatrix} 0.500 & -0.866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.500 \\ 0.866 \end{bmatrix} = 0.25 + 0.750 = 1$$

$$< N|N > = \begin{bmatrix} -0.866 & 0.500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.866 \\ 0.500 \end{bmatrix} = 0.750 + 0.250 = 1$$

Εξωτερικό γινόμενο δύο καταστάσεων $|N>$ και $|K>$ γράφεται: $|N><K|$

Είναι το γινόμενο του ket της πρώτης κατάστασης επί το bra της δεύτερης.

και είναι με μορφή πινάκων $|N><K| = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^* & b^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^*a & cb^* \\ da^* & db^* \end{bmatrix}$ και το αποτέλεσμα είναι ένας πίνακας

Παράδειγμα

Έστω οι καταστάσεις του κβαντικού κέρματος

$$|K> = 0.500|\mathrm{H}> - 0.866|\mathrm{T}>$$

$$|N> = 0.866|\mathrm{H}> + 0.500|\mathrm{T}>$$

Να βρείτε το εξωτερικό γινόμενο $N><K|$

$$N><K| = \begin{bmatrix} 0.500 & -0.866 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.866 \\ 0.500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.433 & 0.750 \\ 0.250 & -0.433 \end{bmatrix}$$

Αλλαγή κατάστασης- τελεστές

Πως μπορούμε να αλλάξουμε τη κατάσταση ενός κβαντικού κέρματος

Οι βασικές καταστάσεις $|H>$ και $|T>$ γράφονται ως πίνακες με μια στήλη:

$$|H> = 1|H> + 0|T> = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad |T> = 0|H> + 1|T> = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Τι μπορούμε να κάνουμε σε ένα κλασικό κέρμα ;

Μπορούμε να το αφήσουμε όπως είναι

Μπορούμε και να το περιστρέψουμε ανάποδα

Παρόμοιες αλλαγές μορούμε να κάνουμε και σε κβαντικό κέρμα

Αυτές λέγονται δράσεις και γενικά πραγματοποιούνται με μαθηματικά αντικείμενα που λέγονται **τελεστές**

Τελεστής αφήνω το ίδιο το κέρμα είναι ο $\hat{I}$

Περιγράφεται από τον πίνακα $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Τελεστής στρέφω το κέρμα είναι ο $\hat{A}$

Περιγράφεται από τον πίνακα $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Έτσι αυτοί δρώντας στη κάθε κατάσταση έχουμε

Τελεστής αφήνω το ίδιο

$$\hat{I}\,|H> = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\,1 + 0\,0 \\ 0\,1 + 1\,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |H>$$

Η κατάσταση παραμένει ίδια

γράφεται $\hat{I}\,|H> = |H>$

Τελεστής αντιστρέφω

$$\hat{A}|H> = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\,1 + 1\,0 \\ 1\,1 + 0\,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = |T>$$

Η κατάσταση αντιστρέφεται

γράφεται $\hat{A}|H> = |T>$

Άλλοι τελεστές δράσεις σε κβαντικό κέρμα ή κβαντικές καταστάσεις

Υπάρχουν πάρα πολλές δράσεις που μπορούμε να επιφέρουμε αλλαγές στο κβαντικό κέρμα ή στις κβαντικές καταστάσεις που δεν έχουν ανάλογα στα κλασικά κέρματα.

Δηλαδή να πολλαπλασιάσουμε με πίνακες με 2 X 2 στοιχεία,

Παράδειγμα Έστω το κβαντικό κέρμα βρίσκεται στη βασική κατάσταση |H >

$$|H> = 1|H> + 0|T> = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

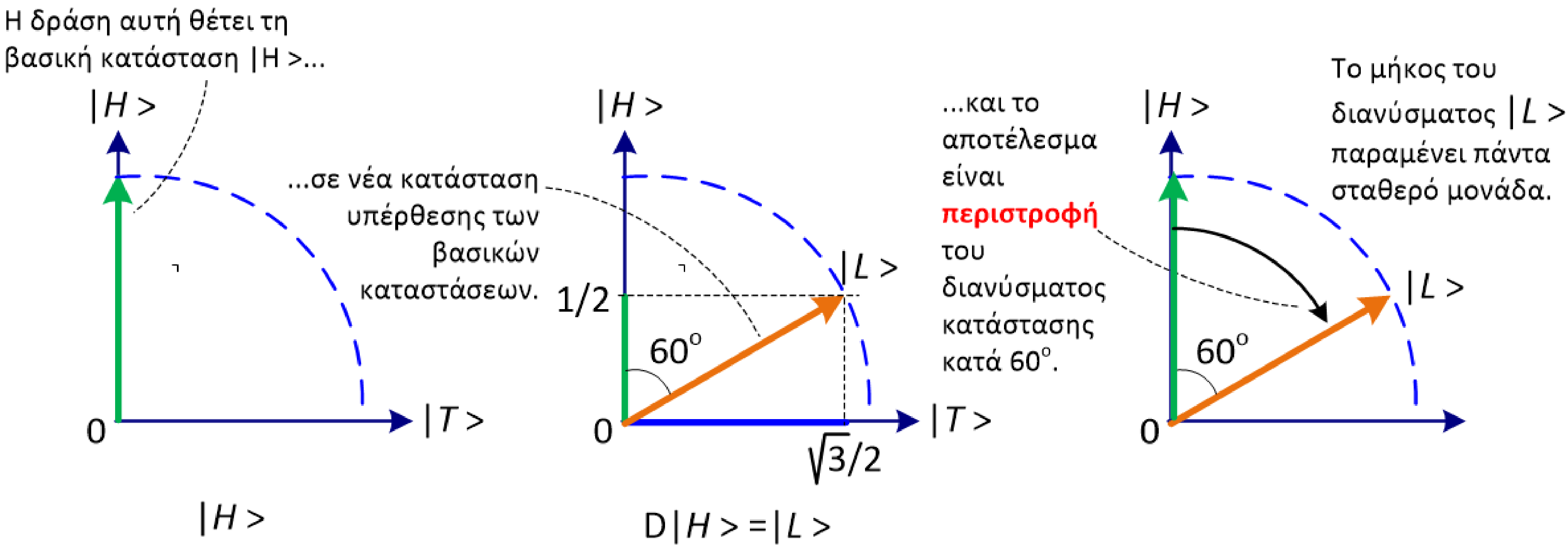
Μπορούμε να δράσουμε με το τελεστή με πίνακα D

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$D\,|H\rangle = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}1 - \frac{\sqrt{3}}{2}0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}1 + \frac{1}{2}0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = |L\rangle = \frac{1}{2}\,|H\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}\,|T\rangle$$

Δηλαδή προκύπτει νέα κατάσταση |L >...

...υπέρθεσης των βασικών καταστάσεων |H > και |T >.



Δηλαδή οι δράσεις που ονομάζονται τελεστές και περιγράφονται από πίνακες 2x2 μιγαδικών στοιχείων...

...αυτές και προκαλούν περιστροφές του διανύσματο κατάστασης.

Οι πίνακες αυτοί ονομάζονται **ορθομοναδιαίοι**.

Η κβαντική μηχανική είναι συμμετρική ως προς τη του χρόνου

Η συμπεριφορά ενός κβαντικού συστήματος δεν αλλάζει αν αλλάξει η φορά του χρόνου

Για το κβαντικό κέρμα αν μια δράση A αλλάζει την κατάσταση από $|K>$ σε $|L>$

$$A|K> = |L>$$

Τότε με την αντίστροφη δράση A^{+} γυρίζουμε στην αρχική κατάσταση $|K>$

$$A^{+}|L> = |K>$$

Οι πίνακες $[A^{+}]$ των A^{+} ονομάζονται **ορθομοναδιαίοι πίνακες** και ισχύει $[A^{+}][A] = [A][A^{+}]=[1]$ και $[A^{+}]=[A]^{-1}$

Παράδειγμα

Έστω η διπλανή κατάσταση $|L\rangle = \frac{1}{2}\,|H\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}\,|T\rangle$

Και δρούμε σε αυτή τη κατάσταση μέσω μιας δράσης που περιγράφεται από τον πίνακα $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$

$$B|L\rangle = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \\ \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

οπότε $B|L\rangle = |K\rangle = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\,|H\rangle + \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\,|T\rangle$

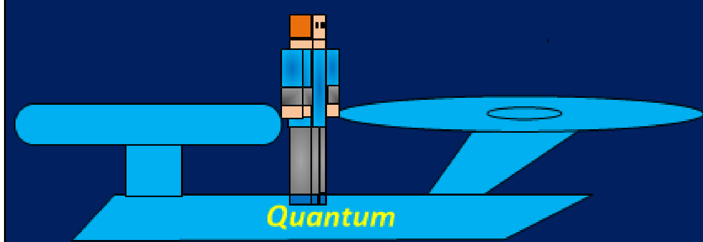
Και το μήκος του $|K>$ είναι πράγματι μονάδα γιατί

$$\left|\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 + \left|\frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1+3+2\sqrt{3}}{8} + \frac{1+3-2\sqrt{3}}{8} = 1$$

Ένα κβαντικό παιχνίδι με κβαντικό κέρμα

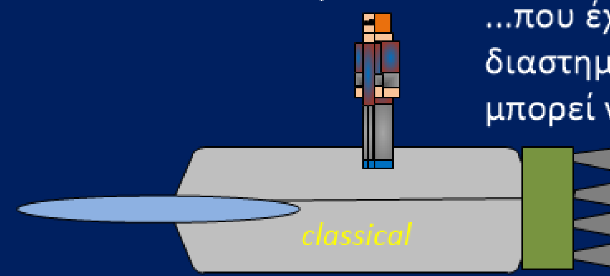
Ο captain Quant του διαστημοπλοίου Quantum...

Captain Quant



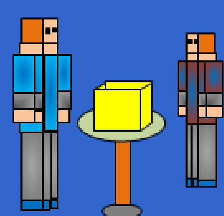
...και ο captain Class του διαστημοπλοίου Classical...

Captain class



...που έχει πάθει βλάβη το διαστημόπλοιό του και δεν μπορεί να επιστρέψει στη Γη...

...συναντώνται και αποφασίζουν να παίξουν ένα παιχνίδι με ένα...



...κβαντικό κέρμα δύο όψεων

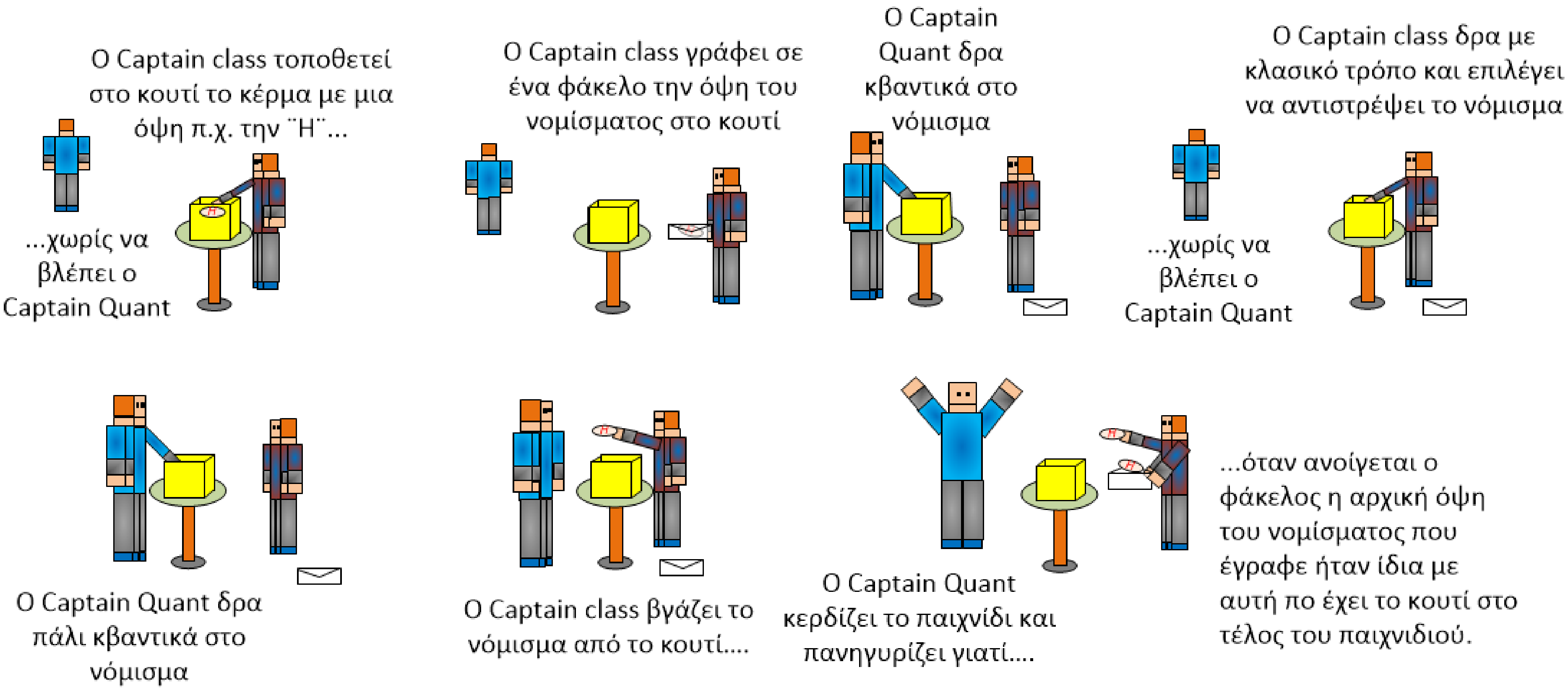
Οι όροι του παιχνιδιού

Αν ο Captian Quant κερδίσει 1000 φορές στη σειρά, τότε θα κερδίσει το διαστημόπλοιο Classical, αλλά θα μεταφέρει τον Captain class στη Γη.

Αν ο Captian Class κερδίσει μια φορά μόνο, τότε ο Captain Quant θα επισκευάσει το διαστημόπλοιο Classical.

Ο Captain Quant Θα κερδίζει αν στο τέλος του παιχνιδιού το νόμιασμα θα έχει την αρχική του κατάσταση,...

...διαφορετικά θα κερδίσει ο Captain Class



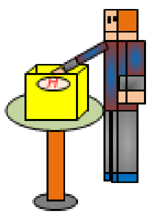
Έπαιξαν το ίδιο παιχνίδι 1000 φορές και στις 1000 φορές κέρδισε ο Captain Quant!!!!

Πως συνέβη αυτό;

Εξήγηση του κβαντικού παιχνιδιού

Θα περιγράψουμε βήμα-βήμα το παιχνίδι

Ο Captain class τοποθετεί στο κουτί το κέρμα με μια όψη π.χ. την ¨Η¨…

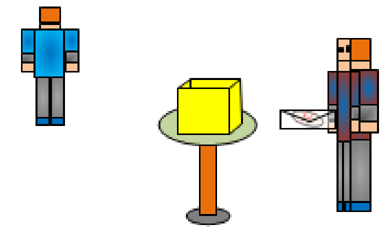


…χωρίς να βλέπει ο Captain Quant

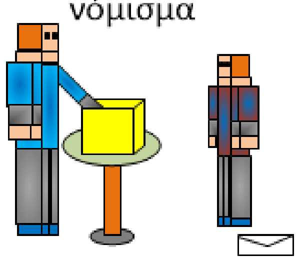
Η κατάσταση του κέρματος γράφεται ως εξής

$$|H> = 1|H> + 0|T> = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ο Captain class γράφει σε ένα φάκελο την όψη του νομίσματος στο κουτί



Ο Captain Quant δρα κβαντικά στο νόμισμα



…και με τη κβαντική δράση του θέτει το κέρμα σε κατάσταση υπέρθεσης δύο καταστάσεων μέσω του πίνακα Β

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Ο πίνακασ Β δρα στη κατάσταση του νομίσματος

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Η τελική κατάσταση είναι κατάσταση υπέρθεσης δύο καταστάσεων.

Ο Captain class δρα με κλασσικό τρόπο και επιλέγει να αντιστρέψει το νόμισμα

...χωρίς να βλέπει ο Captain Quant

Επομένως δρά ο πίνακας A αντιστροφή...

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

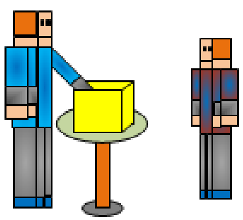
...αυτός δρα στην υπάρχουσα κατάσταση υπέρθεσης $|K>$...

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\,\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\,\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1\,\frac{1}{\sqrt{2}} - 0\,\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = |K>$$

...με αποτέλεσμα την ίδια κατάσταση υπέρθεσης...

$$A|K> = |K>$$

...η οποία θα ήταν και πάλι η ίδια αν επέλεγε νωρίτερα ο Captain class να μην αντιστρέψει το κέρμα.



Ο Captain Quant δρα πάλι κβαντικά στο νόμισμα...

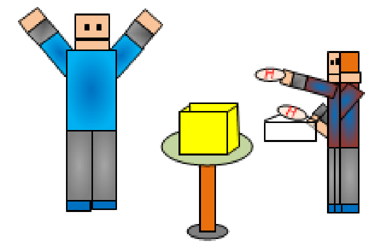
...επιλέγει και πάλι τη κβαντική δράση του θέτει το κέρμα σε κατάσταση υπέρθεσης δύο καταστάσεων μέσω του πίνακα B

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

...το αποτέλεσμα της δράσης αυτής είναι να επιστρέφει πάλι η ίδια **αρχική κατάσταση** που έθεσε ο Captain Class.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |H>$$

$$B|K> = |H>$$



Ο Captain Quant κερδίζει το παιχνίδι.

Μπορεί να επιβεβαιωθεί πως αν από τον Captain Class επιλεγόταν ως αρχική η άλλη κατάσταση

$$|T> = 0|H> + 1|T> = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

...τότε η παραπάνω διαδικασία πάλι θα έδινε στο τέλος την ίδια αρχική κατάσταση

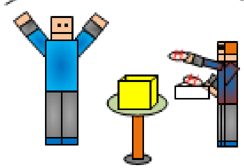
Συνοπτικά

Μπορούν να γραφούν οι δράσεις σε σειρά πινάκων από δεξιά προς τα αριστερά.

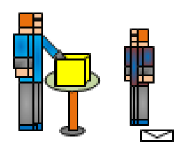
Ανακτάται πάλι η αρχική βασική κατάσταση (όψη) του νομίσματος

$$\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\\1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$$

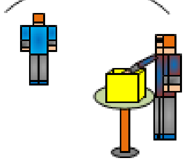
Η αρχική βασική κατάσταση (όψη) του νομίσματος



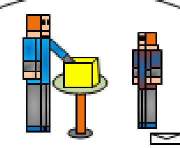
Ο Captain Quant κερδίζει το παιχνίδι.



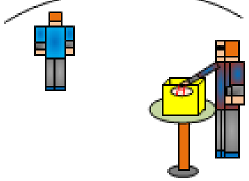
Ο Captain Quant πάλι δρα κβαντικά στο νόμισμα



Ο Captain Class δρα με κλασσικό τρόπο και επιλέγει να αντιστρέψει το νόμισμα

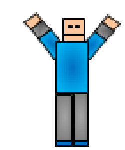


Ο Captain Quant δρα κβαντικά στο νόμισμα



Ο Captain Class τοποθετεί στο κουτί το κέρμα σε μια βασική κατάσταση (όψη) του νομίσματος

Όσες φορές και να επαναληφθεί η διαδικασία θα δίνει πάντα το ίδιο αποτέλεσμα επιστρέφοντας πάντα την αρχική κατάσταση του κβαντικού νομίσματος...



...και πάντα ο Captain Quant θα κερδίζει το παιχνίδι.

Το κβαντικό παιχνίδι με διανύσματα καταστάσεων