

Αξιολόγηση Επενδύσεων

Διάλεξη 12

Η Χρονική Αξία του Χρήματος: Εφαρμογές στις Ομολογίες

Ορολογία (Definitions) (1 από 2)

- **Ονομαστική Αξία (Face Value)**

Η αξία που αναγράφεται στην ομολογία. Το ονομαστικό ποσό που υπόσχεται ο εκδότης ότι θα επιστρέψει στην λήξη της ομολογίας. Επίσης η ονομαστική αξία χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των περιοδικών τοκομεριδίων

(π.χ. \$100 ή \$1000)

- **Επιτόκιο Έκδοσης (Coupon Rate)**

Το επιτόκιο του δανείου με βάση το οποίο καθορίζεται και το τοκομερίδιο (συνήθως δίνεται σε όρους έτους)

Τοκομερίδιο(CPN): Οι τόκοι που εισπράττει ο κάτοχος της ομολογίας από τον εκδότη της ομολογίας

Ορολογία (Definitions) (2 από 2)

- **Συχνότητα Τοκομεριδίου (Coupon Frequency)**

η συχνότητα πληρωμής διαφέρει από έκδοση σε έκδοση

(π.χ. 1 ή 2 φορές τον χρόνο)

- **Ωρίμανση (Maturity)**

η διάρκεια μέχρι την λήξη της ομολογίας (για παράδειγμα 30 έτη), η ημερομηνία που ο κάτοχος της ομολογίας θα εισπράξει την ονομαστική αξία της ομολογίας

Πληρωμή Τοκομεριδίου

- Πληρωμή Τοκομεριδίου (CPN)

$$CPN = \frac{\text{Επιτόκιο Έκδοσης} * \text{Ονομαστική Αξία}}{\text{Συχνότητα Τοκομεριδίου}}$$

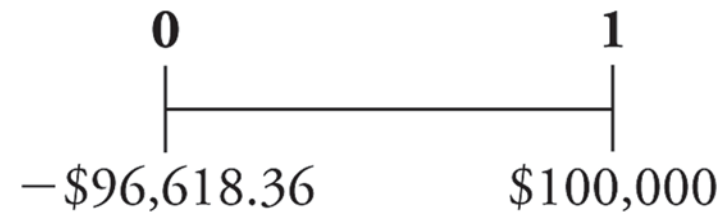
- Το Επιτόκιο Έκδοσης συνήθως δίνεται σε όρους έτους
- Συχνότητα τοκομεριδίου = Πόσες φορές μέσα στην χρονιά ο κάτοχος(επενδυτής) εισπράττει τοκομερίδια από τον εκδότη της ομολογίας

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου

- Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου
 - Δεν υπάρχουν πληρωμές τοκομεριδίων από την ομολογία
 - Πάντα πωλεί με έκπτωση (τιμή χαμηλότερη από την ονομαστική αξία της ομολογίας), οπότε καλούνται επίσης καθαρές ομολογίες έκπτωσης

Ομολογία Μηδενικού Τοκομεριδίου-Ένα Παράδειγμα

- Ας υποθέσουμε ότι μια μονοετής, χωρίς κίνδυνο, ομολογία μηδενικού τοκομεριδίου με ονομαστική αξία \$100.000 έχει τρέχουσα τιμή \$96.618,36. Οι ταμειακές ροές θα είναι:



- Αν και η ομολογία δεν πληρώνει "τόκο", η αποζημίωσή(πληρωμή ή έσοδο) σας είναι η διαφορά μεταξύ της τρέχουσας τιμής και της ονομαστικής αξίας.

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου (συνέχεια)

- Απόδοση στη Λήξη (Yield to Maturity-YTM)
 - Το προεξοφλητικό επιτόκιο το οποίο κάνει τις μελλοντικές ταμειακές ροές σε όρους παρούσας αξίας να είναι ίσες με την τρέχουσα τιμή της ομολογίας.
- Η τιμή (τρέχουσα) μιας ομολογίας μηδενικού τοκομεριδίου
- $$P = \frac{FV}{(1+YTM_n)^n}$$
- Όπου FV: Η Ονομαστική Αξία (Face Value) της ομολογίας
- P: Η τιμή (τρέχουσα) της ομολογίας
- n: συνολική διάρκεια ζωής μιας ομολογίας

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου (συνέχεια)

- Παρατηρήστε ότι η απόδοση στην λήξη μια ομολογίας μπορεί να εκφραστεί ως απλό ετήσιο επιτόκιο (ΑΕΕ) καθώς εξ ορισμού είναι το προεξοφλητικό επιτόκιο το οποίο κάνει τις μελλοντικές ταμειακές ροές σε όρους παρούσας αξίας να είναι ίσες με την τρέχουσα τιμή της ομολογίας.
- Η Granite Bank προσφέρει ΑΕΕ=6% με μηνιαία καταβολή τόκου. Συνεπώς το ΑΕΕ σε όρους μήνα είναι $6\%/12=0,5\%$. Επενδύοντας κάποιος αρχικά \$1 μετά από ένα έτος θα κερδίσει
- $\$1 * (1 + 0,005)^{12} = \$1,061678$
- Άρα $\$1 = \frac{\$1,061678}{(1+0,005)^{12}}$

Ομόλογο Μηδενικού Τοκομεριδίου-Ένα Παράδειγμα με Απόδοση στη Λήξη

- Απόδοση στη λήξη (Yield to Maturity, YTM)

Θυμηθείτε την μονοετής ομολογία μηδενικού τοκομεριδίου και μηδενικού κινδύνου, με ονομαστική αξία 100.000 δολαρίων η οποία έχει τρέχουσα τιμή \$ 96.618,36

$$96.618,36 = \frac{100.000}{(1 + YTM_1)}$$

$$\Leftrightarrow 1 + YTM_1 = \frac{100.000}{96.618,36}$$

$$\Rightarrow YTM = 3,5\%$$

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου (συνέχεια)

- Απόδοση στη λήξη (Yield to Maturity, YTM)
- Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας μηδενικού τοκομεριδίου

$$YTM_n = \left(\frac{FV}{P}\right)^{1/n} - 1$$

- Όπου FV: η ονομαστική αξία (Face Value) της ομολογίας
- P: η τιμή(τρέχουσα) της ομολογίας
- n: συνολική διάρκεια ζωής μιας ομολογίας

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου-Ένα Παράδειγμα με Απόδοση στη Λήξη

- Ας υποθέσουμε ότι οι ακόλουθες ομολογίες μηδενικού τοκομεριδίου προσφέρονται στις τιμές τις οποίες παρουσιάζονται παρακάτω, ενώ η ονομαστική αξία της ομολογίας είναι \$100

Διάρκεια Ωρίμανσης	1 έτος	2 έτη	3 έτη	4 έτη
Τιμή	\$96,62	\$92,45	\$87,63	83,06

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου-Ένα Παράδειγμα με Απόδοση στη Λήξη (συνέχεια)

- $r_1 = YTM_1 = \left(\frac{100}{96,62}\right) - 1 = 3,5\%$
- $r_2 = YTM_2 = \left(\frac{100}{92,45}\right)^{1/2} - 1 = 4\%$
- $r_3 = YTM_3 = \left(\frac{100}{87,63}\right)^{1/3} - 1 = 4,5\%$
- $r_4 = YTM_4 = \left(\frac{100}{83,06}\right)^{1/4} - 1 = 4,75\%$

Ομολογίες Μηδενικού Τοκομεριδίου (συνέχεια)

- Επιτόκια Χωρίς Κίνδυνο
 - Μια ομολογία μηδενικού τοκομεριδίου και μηδενικού κινδύνου(ο κάτοχος στην λήξη της ομολογίας θα εισπράξει την ονομαστική της αξία) που λήγει την περίοδο n παρέχει μια απόδοση χωρίς κίνδυνο. Έτσι, ο νόμος της μιας τιμής εγγυάται ότι το επιτόκιο μηδενικού κινδύνου ισούται με την απόδοση στην λήξη μιας τέτοιας ομολογίας.
 - Επιτόκιο χωρίς κίνδυνο με διάρκεια ωρίμανσης n

$$r_n = YTM_n$$

Ομολογίες με Τοκομερίδιο (συνέχεια)

- Ομολογίες με τοκομερίδιο
 - Ο εκδότης καταβάλλει την ονομαστική αξία της ομολογίας στη λήξη
 - Ο εκδότης καταβάλλει περιοδικές πληρωμές τοκομεριδίων της ομολογίας

Ομολογίες με Τοκομερίδιο (συνέχεια)

- Το υπουργείο οικονομικών των ΗΠΑ έχει εκδώσει 5-ετής ομολογία, ονομαστικής αξίας \$1000, επιτόκιο έκδοσης(ετήσιο) = 5% και πληρωμές τοκομεριδίων ανά εξάμηνο.
- Τι ταμειακές ροές θα αποκτήσετε εάν κρατήσετε την παραπάνω ομολογία μέχρι την λήξη της;

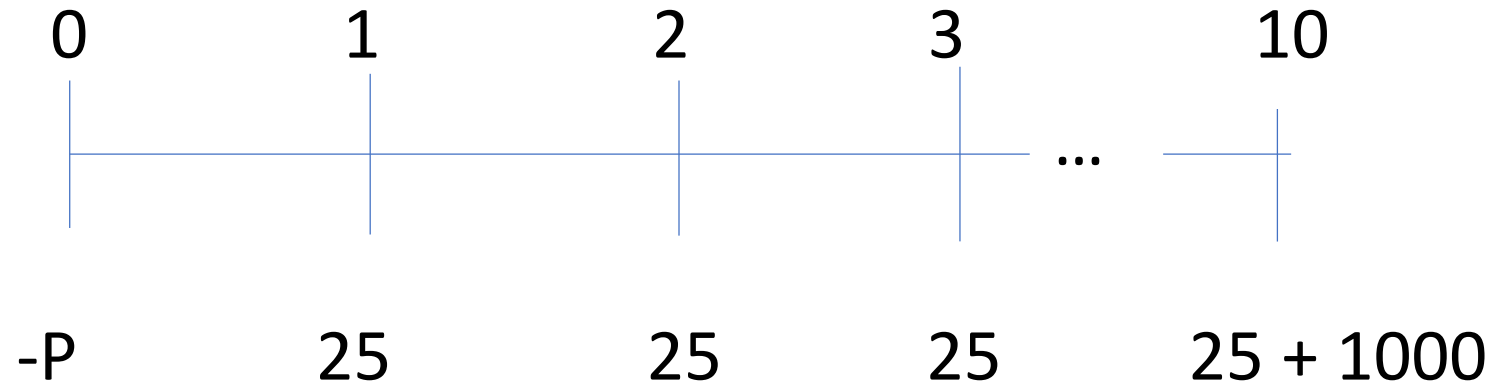
Ομολογίες με Τοκομερίδιο (συνέχεια)

- Η ονομαστική αξία της ομολογίας είναι \$1000. Τα τοκομερίδια καταβάλλονται ανά εξάμηνο και άρα το επιτόκιο έκδοσης θα πρέπει να υπολογιστεί σε όρους εξαμήνου

$$\text{CPN} = \$1.000 * \frac{0,05}{2} = \$25$$

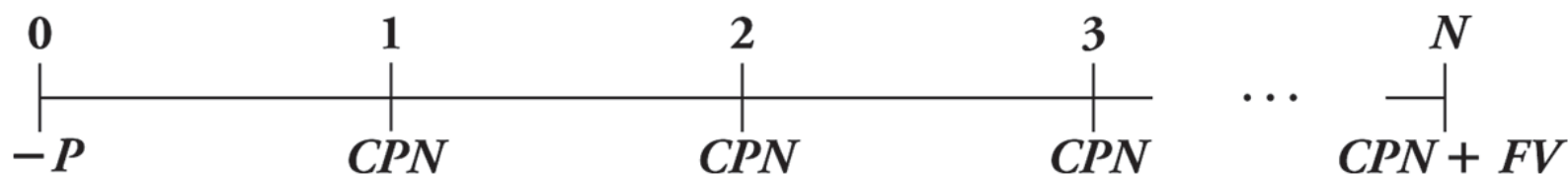
- Σημειώστε ότι η τελευταία πληρωμή του τοκομεριδίου θα πραγματοποιηθεί μετά από 5 χρόνια και αποτελείται από κοινού από μια πληρωμή τοκομεριδίου των \$25 και μια πληρωμή της ονομαστικής αξίας των \$1000

Ομολογίες με Τοκομερίδιο (συνέχεια)



Ομολογίες με Τοκομερίδιο (συνέχεια)

- Απόδοση στη Λήξη
 - Το προεξοφλητικό επιτόκιο το οποίο κάνει τις μελλοντικές ταμειακές ροές σε όρους παρούσας αξίας να είναι ίσες με την τρέχουσα τιμή της ομολογίας.



Ομολογίες με Τοκομερίδιο (συνέχεια)

- Αποτίμηση Ομολογιών
 - Απόδοση στη Λήξη Ομολογιών με Τοκομερίδιο

$$P = CPN \times \frac{1}{y} \left(1 - \frac{1}{(1 + y)^N} \right) + \frac{FV}{(1 + y)^N}$$

Όπου:

y = απόδοση στη λήξη της ομολογίας

Ομολογίες με Τοκομερίδιο – Παράδειγμα 1

Πρόβλημα

Ας υποθέσουμε 5 - ετής ομολογία, με ονομαστική αξία \$1.000, ετήσιο επιτόκιο έκδοσης = 5% και πληρωμές τοκομεριδίων ανά εξάμηνο. Εάν αυτή η ομολογία πωλείται στην τιμή των \$957,35 ποια είναι η απόδοση στη λήξη της ομολογίας;

Λύση

$$957,35 = 25 * \frac{1}{y} \left(1 - \frac{1}{(1+y)^{10}} \right) + \frac{1000}{(1+y)^{10}}$$

⇒ $y=3\%$ (υπολογισμός μέσω της διαδικασίας των διαδοχικών προσεγγίσεων)

Ομολογίες με Τοκομερίδιο – Παράδειγμα 1 (συνέχεια)

Ωστόσο τα τοκομερίδια καταβάλλονται ανά εξάμηνο, συνεπώς η παραπάνω απόδοση υπολογίστηκε σε όρους εξαμήνου (ως ΑΕΕ σε όρους εξαμήνου), και άρα η απόδοση στη λήξη της ομολογίας σε όρους έτους μπορεί να εκφραστεί ως ένα απλό ετήσιο επιτόκιο (ΑΕΕ), οπότε $ΑΕΕ = 2 * 3\% = 6\%$

Ομολογίες με Τοκομερίδιο – Παράδειγμα 2

Πρόβλημα

Ας υποθέσουμε τώρα ότι η απόδοση στην λήξη της ομολογίας του παραπάνω παραδείγματος αυξήθηκε και είναι ίση με 6,3% (εκφρασμένη ως ΑΕΕ με εξαμηνιαία καταβολή τοκομεριδίων). Ποια είναι η τιμή της ομολογίας τώρα;

Λύση

Η απόδοση στη λήξη της ομολογίας σε όρους έτους είναι 6,3%, άρα η απόδοση στη λήξη της ομολογίας σε όρους εξαμήνου είναι 3,15%. Συνεπώς, η τρέχουσα τιμή της ομολογίας είναι:

$$P = 25 * \frac{1}{0,0315} * \left(1 - \frac{1}{(1+0,0315)^{10}}\right) + \frac{1000}{(1,0315)^{10}} = \$944,98$$

Εταιρικές Ομολογίες

- Εταιρικές Ομολογίες
 - Εκδίδονται από εταιρείες
- Πιστωτικός κίνδυνος
 - Κίνδυνος αθέτησης πληρωμών (πτώχευση)

Απόδοση στη Λήξη Εταιρικών Ομολογιών (συνέχεια)

- Οι επενδυτές πληρώνουν λιγότερο για μια ομολογία που ενέχει πιστωτικό κίνδυνο σε σύγκριση με μια κατά τα άλλα πανομοιότυπη ομολογία.
- Η απόδοση στη λήξη των ομολογιών με πιστωτικό κίνδυνο θα είναι υψηλότερη από αυτή των ίδιων ομολογιών που δεν ενέχουν πιστωτικό κίνδυνο.

Απόδοση στη Λήξη Εταιρικών Ομολόγων (συνέχεια)

- Κίνδυνος Πτώχευσης
 - Ας υποθέσουμε εταιρική ομολογία με διάρκεια ενός έτους, ονομαστικής αξίας \$1000, και χωρίς τοκομερίδια. Επίσης, υποθέτουμε ότι υπάρχει μονοετής ομολογία των Η.Π.Α. με απόδοση στη λήξη ίση με 4%

Απόδοση στη Λήξη Εταιρικών Ομολογιών (συνέχεια)

- Επίσης, υποθέτουμε ότι οι πληρωμές της εταιρικής ομολογίας είναι αβέβαιες.
 - Με πιθανότητα 50% ότι ο εκδότης θα εξοφλήσει την ονομαστική αξία της ομολογίας στο ακέραιο και με πιθανότητα 50% ο εκδότης θα πτωχεύσει και θα λάβετε 900 δολάρια. Συνεπώς, αναμένετε να εισπράξετε 950 δολάρια από τον εκδότη.

Απόδοση στη Λήξη Εταιρικών Ομολογιών (συνέχεια)

- Λόγω της αβεβαιότητας που έχει η επένδυσή μας υπολογίζουμε το προεξοφλητικό επιτόκιο από την εξίσωση του CAPM,
- $E(R_i) = R_f + (E(R_M) - R_f)\beta_i$
- Με την παραδοχή ότι το πριμ κινδύνου που απαιτούν οι επενδυτές για την εταιρική ομολογία είναι 1,1%, συνεπώς το κόστος κεφαλαίου είναι 5,1%
- $E(R_i) = R_f + (E(R_M) - R_f)\beta_i = 4\% + 1,1\% = 5,1\%$

Απόδοση στη Λήξη Εταιρικών Ομολόγων (συνέχεια)

- Κίνδυνος Πτώχευσης
 - Η τιμή της εταιρικής ομολογίας θα είναι:
- $P = \frac{950}{1,051} = \$903,90$
- Η απόδοση στη λήξη της εταιρικής ομολογίας θα είναι :
- $YTM = \frac{FV}{P} - 1 = \frac{1000}{903,90} - 1 = 0,1063$ ή 10,63%

Απόδοση στη Λήξη Εταιρικών Ομολογιών (συνέχεια)

- Παρατηρήστε ότι όταν υπολογίζουμε την απόδοση στη λήξη μιας εταιρικής ομολογίας χρησιμοποιούμε τις ταμειακές ροές που υπόσχεται ο εκδότης και όχι τις πραγματικές (αυτές που συμβαίνουν)

Αποδόσεις Εταιρικών Ομολογιών

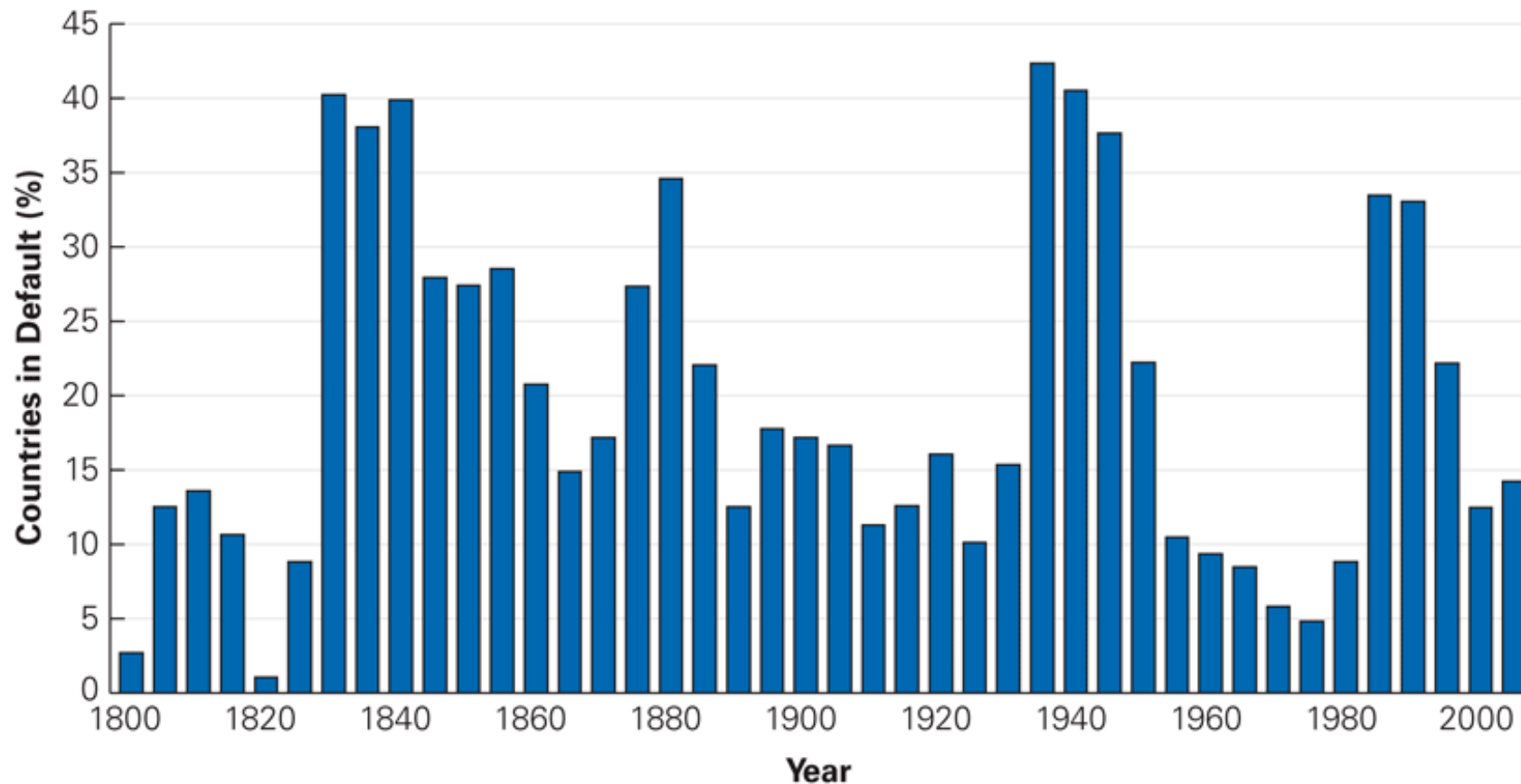
- Κίνδυνος Πτώχευσης
 - Η αναμενόμενη απόδοση μιας ομολογίας θα είναι μικρότερη από την απόδοση στη λήξη της ομολογίας εάν υπάρχει κίνδυνος πτώχευσης.

Κρατικές Ομολογίες

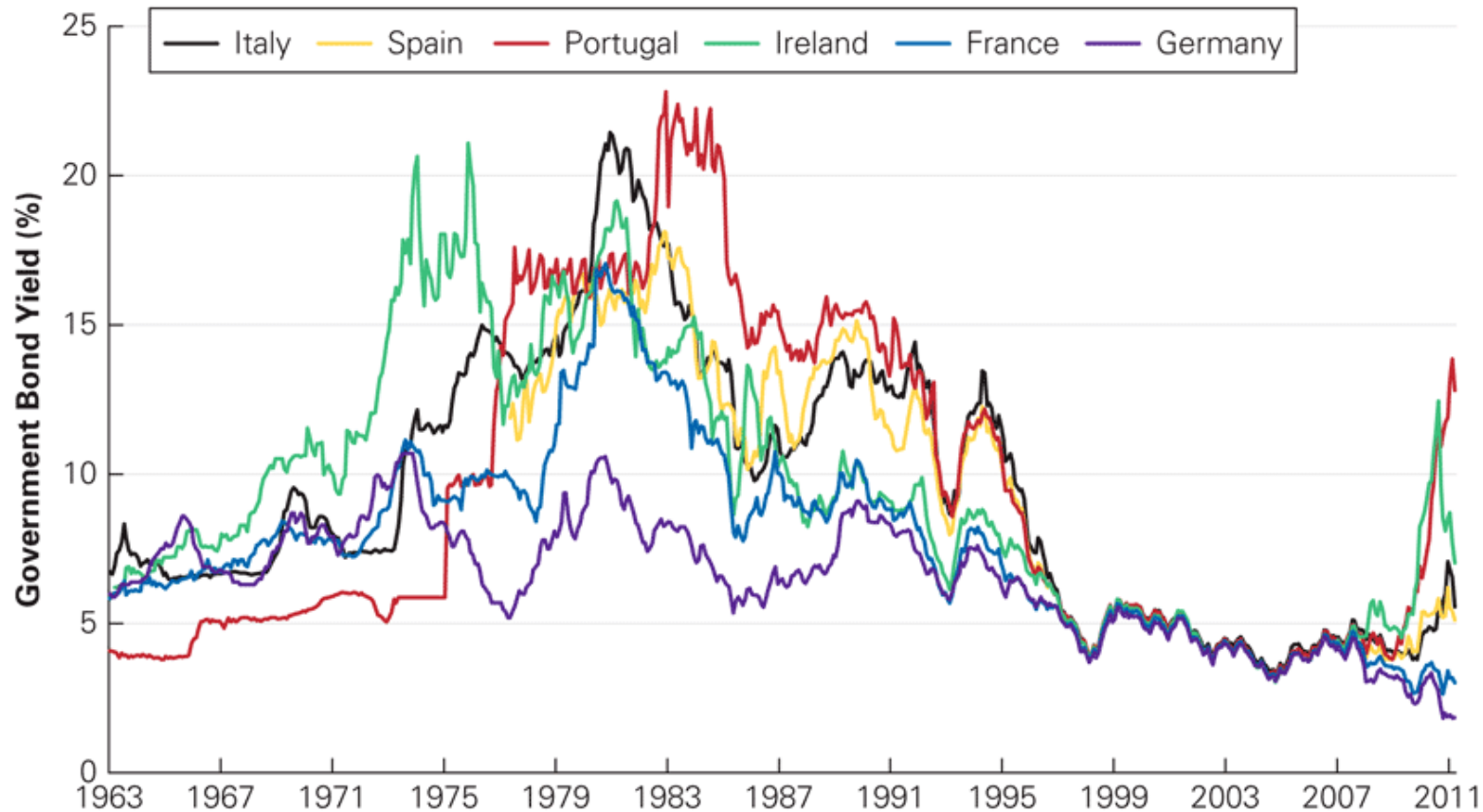
- Ομολογίες που εκδίδονται από εθνικές κυβερνήσεις
 - Οι ομολογίες των Η.Π.Α. θεωρούνται γενικά ως μια επένδυση μηδενικού κινδύνου
 - Όλες οι κρατικές ομολογίες δεν είναι επενδύσεις μηδενικού κινδύνου
π.χ. Η Ελλάδα πτώχευσε (αθέτησε πληρωμές τόκων και ονομαστικής αξίας) το 2012

Ποσοστά κρατών που πτώχευσαν ή έκαναν αναδιάρθρωση στο χρέους τους

Source: Data from *This Time Is Different*, Carmen Reinhart and Kenneth Rogoff, Princeton University Press, 2009.



Απόδοση στη Λήξη-Ευρωπαϊκές Κρατικές Ομολογίες, 1963-2011



Source: Nowakowski, David, "Government Bonds/Rates: High, Low and Normal," *Roubini Global Economics*, June 8, 2012

Παράρτημα - Ο Μέσος Όρος ή Αναμενόμενη Τιμή της Τυχαίας Μεταβλητής X

- Η ποσότητα $\sum Xp(X)$ είναι γνωστή ως ο μέσος όρος της κατανομής της πιθανότητας της X : μ
- Η παραπάνω ποσότητα αναφέρεται ως η αναμενόμενη τιμή ή μαθηματική προσδοκία της X : $E(X)$

$$\mu = E(X) = \sum Xp(X)$$

- Το σύμβολο E είναι γνωστό ως η Προσδοκία
- Γενικά η αναμενόμενη τιμή οποιασδήποτε συνάρτησης της X , $f(X)$, δίνεται παρακάτω:

$$E[f(x)] = \sum f(X)p(X)$$

Παράρτημα - Η Γραμμή Αξιογράφων και Προεξοφλητικό Επιτόκιο

- Η Γραμμή Αξιογράφων παρέχει το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο(κόστος κεφαλαίου) για να αποτιμήσουμε μελλοντικές (αβέβαιες) ταμειακές ροές

- $$E(R_i) = \frac{E(p_{i,1}) + E(d_{i,1}) - p_{i,0}}{p_{i,0}} \Rightarrow p_{i,0} = \frac{E(p_{i,1}) + E(d_{i,1})}{1 + E(R_i)}$$

- Από την SML : $E(R_i) = R_f + [E(R_M) - R_f] \beta_i$

$$\Rightarrow p_{i,0} = \frac{E(p_{i,1}) + E(d_{i,1})}{1 + R_f + [E(R_M) - R_f] \beta_i}$$

Παράρτημα - Η Γραμμή Αξιογράφων και Προεξοφλητικό Επιτόκιο (συνέχεια)

- Δηλαδή η αναμενόμενη απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου i ισούται με το επιτόκιο χωρίς κίνδυνο R_f συν ένα πριμ κινδύνου $[E(R_M) - R_f] \beta_i$