

Διευκρινήσεις

1 Έλεγχος υποθέσεων

Ένα υπόδειγμα π.χ. το παρακάτω γραμμικό υπόδειγμα,

$$y_t = \alpha + \beta \cdot x_t + \gamma \cdot z_t + u_t, \quad i = 1, \dots, T \quad (1)$$

αποτελεί συλλογή **(A)** μεταβλητών **(α1)** παρατηρήσιμων π.χ. y_t, x_t, z_t και **(α2)** μη παρατηρήσιμων π.χ. διαταρακτικός όρος u_t , **(B)** παραμέτρων προς εκτίμηση, π.χ. **(β1)** συντελεστών α, β, γ και **(β2)** διακύμανσης διαταρακτικών όρων, έστω σ_u^2 .

Διαδικασία στατιστικού ελέγχου υποθέσεων: θέτουμε ως μηδενική υπόθεση H_0 (null hypothesis) αυτή την οποία μας ενδιαφέρει κεντρικά και ελέγχουμε/εξετάζουμε αν ένα τυχαίο δείγμα (από τον πληθυσμό) δίνει ισχυρές ενδείξεις υπέρ ή κατά της απόρριψής της, έναντι μίας εναλλακτικής υπόθεσης (H_1 ή H_A) (alternative hypothesis) η οποία κατά κανόνα είναι γενικότερη της μηδενικής.

Η H_0 απορρίπτεται ή δεν απορρίπτεται με βάση την τιμή \hat{S} μίας **στατιστικής ελέγχου** S η οποία με τη σειρά της **είναι** συνάρτηση των μεταβλητών (άρα δεδομένων του δείγματος) του προβλήματος,

(i) βασίζεται σε συγκεκριμένες μαθηματικές/στατιστικές υποθέσεις που πρέπει να πληρούν οι τυχαίες μεταβλητές του πληθυσμού από όπου ελήφθησαν τα δεδομένα **καθώς και**

(ii) υποθέτει ότι η H_0 ισχύει, δηλαδή επιβάλλει την μηδενική υπόθεση στη διαδικασία ελέγχου.

“Συνήθως”, η στατιστική θεωρία, **και** αν ισχύουν τα παραπάνω, καταλήγει στο “συμπέρασμα” ότι:

$$S \sim \text{συγκεκριμένη κατανομή} \quad (2)$$

Έστω ότι R μία παράμετρος ή συνάρτηση παραμέτρων (ένας ή πολλοί περιορισμοί) του υποδείγματος. Έστω ότι $S(R)$ μία στατιστική ελέγχου που βασίζεται στα δεδομένα του προβλήματος και στην μηδενική υπόθεση (δείτε τον πίνακα παρακάτω)

Μονόπλευρος Έλεγχος	Μονόπλευρος Έλεγχος	Δίπλευρος Έλεγχος
$H_0: R = \text{κάποια τιμή}$ $H_1: R > \text{κάποια τιμή}$	$H_0: R = \text{κάποια τιμή}$ $H_1: R < \text{κάποια τιμή}$	$H_0: R = \text{κάποια τιμή}$ $H_1: R \neq \text{κάποια τιμή}$
p-value : $P(S \geq \hat{S} H_0)$	p-value : $P(S \leq \hat{S} H_0)$	p-value : $P(S \geq \hat{S} H_0) + P(S \leq \hat{S} H_0)$

όπου $P(S \geq \hat{S}(R)|H_0)$: Η πιθανότητα να παρατηρήσω στατιστική τιμή S μεγαλύτερη ή ίση με την παρατηρηθείσα τιμή $\hat{S}(R)$ της στατιστικής ελέγχου.

2 p-value

Γενικά, η p -τιμή ή *τιμή πιθανότητας* μπορεί να οριστεί ως η πιθανότητα (κάτω από τη μηδενική υπόθεση) για τη λήψη του παρατηρούμενου αποτελέσματος της στατιστικής ή περισσότερο «ακραίων» αποτελεσμάτων. Σχηματικά, η p -τιμή είναι η μονόπλευρη ή δίπλευρη πιθανότητα άκρου/άκρων (ουράς/ουρών) (κάτω από την εκάστοτε κατανομή της στατιστικής).

- Αν η τιμή πιθανότητας: $p\text{-τιμή} > 0.10$ τότε ΔΕΝ ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ η H_0
- Αν η τιμή πιθανότητας: $0.05 < p\text{-τιμή} < 0.10$ τότε ΔΕΝ ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ η H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$
Όμως ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ η H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 10\%$ ή γενικότερα για $5\% < \alpha < 10\%$
- Αν η τιμή πιθανότητας: $0.01 < p\text{-τιμή} < 0.05$ τότε ΔΕΝ ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ η H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 1\%$
Όμως ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ η H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 5\%$ ή γενικότερα για $1\% < \alpha < 5\%$
- Αν η τιμή πιθανότητας: $p\text{-τιμή} < 0.01$ τότε ΑΠΟΡΡΙΠΤΕΤΑΙ η H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 1\%$ ή γενικότερα για $\alpha < 1\%$

Τύποι σφαλμάτων		Η μηδενική υπόθεση (H_0) είναι		Power Ισχύς
		ΑΛΗΘΗΣ	ΨΕΥΔΗΣ	
Απόφαση σχετικά με την μηδενική υπόθεση (H_0)	Δεν απορρίπτεται	Σωστή επαγωγή/απόφαση (true negative) (πιθανότητα = $1-\alpha$)	Τύπου II σφάλμα (false negative) (πιθανότητα = β)	
	Απορρίπτεται	Τύπου I σφάλμα (false positive) (πιθανότητα = α)	Σωστή επαγωγή/απόφαση (true positive) (πιθανότητα = $1-\beta$)	
		Significance level Επίπεδο σημαντικότητας		

Εικόνα 1. Τύποι σφαλμάτων στην στατιστική επαγωγή

```
? ols y 0 time

Model 2: OLS, using observations 2016:3-2019:3 (T = 13)
Dependent variable: y

-----
                coefficient    std. error    t-ratio    p-value
-----
const           1034.59         3.03528     340.9      1.74e-023 ***
time             0.393078         0.0326110   12.05      1.11e-07  ***

Mean dependent var    1071.150    S.D. dependent var    1.587713
Sum squared resid     2.129081    S.E. of regression    0.439946
R-squared              0.929617    Adjusted R-squared    0.923219
F(1, 11)              145.2881    P-value(F)            1.11e-07
Log-likelihood         -6.686017    Akaike criterion      17.37203
Schwarz criterion     18.50193    Hannan-Quinn          17.13979
rho                   -0.189949    Durbin-Watson         2.370319

? ols log(y0) 0 time

Model 3: OLS, using observations 2016:3-2019:3 (T = 13)
Dependent variable: l_y0

-----
                coefficient    std. error    t-ratio    p-value
-----
const           10.3459         0.0303528     340.9      1.74e-023 ***
time             0.00393078     0.000326110   12.05      1.11e-07  ***

Mean dependent var    10.71150    S.D. dependent var    0.015877
Sum squared resid     0.000213    S.E. of regression    0.004399
R-squared              0.929617    Adjusted R-squared    0.923219
F(1, 11)              145.2881    P-value(F)            1.11e-07
Log-likelihood         53.18119    Akaike criterion      -102.3624
Schwarz criterion     -101.2325    Hannan-Quinn          -102.5946
rho                   -0.189949    Durbin-Watson         2.370319

Log-likelihood for y0 = -86.0683

? |
```

Εικόνα 2. Εκτίμηση υποδείγματος. Γραμμή 33 του trendforecast.inp και επιπλέον χρήση της `ols log(y0) 0 time` στην κονσόλα του gretl.