

Ασκήσεις - Εφαρμογές

Διάλεξη 1^η

Χρήση Επενδυτικών Κριτηρίων

Καθαρά Παρούσα Αξία

Η Καθαρά Παρούσα Αξία (ΚΠΑ) αποτυπώνει την παρούσα αξία των καθαρών ροών ενός μιας επένδυσης και προκύπτει αν από τα προεξοφλημένα οφέλη αφαιρεθεί το προεξοφλημένο κόστος, δηλαδή:

$$\text{ΚΠΑ} = \sum_{i=1}^n \frac{B - C}{(1 + r)^i} = \sum_{i=1}^n \frac{B}{(1 + r)^i} - \sum_{i=1}^n \frac{C}{(1 + r)^i}$$

όπου

r : το επιτόκιο προεξόφλησης,

n : η χρονική διάρκεια των ροών της επένδυσης,

B : τα οφέλη που προκύπτουν από το έργο, και

C : το κόστος του έργου.

Σύμφωνα με το κριτήριο της ΚΠΑ μια επένδυση θεωρείται σκόπιμη να πραγματοποιηθεί αν η καθαρή παρούσα αξία της είναι θετική.

Παραδείγματα

Να υπολογιστεί η καθαρή παρούσα αξία μιας επένδυσης, όταν το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι 4%, με τα εξής στοιχεία κόστους και οφέλους:

Έτη	0	1	2	3	4
Επένδυση	9.000				
Λειτουργικό Κόστος		5.000	4.000	3.600	3.100
Ωφέλειες		5.000	5.500	6.600	10.000

Λύση

Αρχικά υπολογίζουμε την καθαρή ροή της επένδυσης και στη συνέχεια υπολογίζουμε την παρούσα αξία της ροής αυτής. Θα έχουμε:

Έτη	0	1	2	3	4
Επένδυση	9.000				
Λειτουργικό Κόστος		5.000	4.000	3.600	3.100
Ωφέλειες		5.000	5.500	6.600	10.000
Καθαρή Ροή	-9.000	0	1.500	3.000	6.900

Άρα:

$$\text{ΚΠΑ} = \frac{-9000}{(1+0,04)^0} + \frac{0}{(1+0,04)^1} + \frac{1.500}{(1+0,04)^2} + \frac{3.000}{(1+0,04)^3} + \frac{6.900}{(1+0,04)^4}$$

$$= -9.000 + 9.952 = 952$$

Εσωτερικός Συντελεστής Απόδοσης

Ο Εσωτερικός Συντελεστής Απόδοσης (ΕΣΑ) είναι το επιτόκιο εκείνο που εξισώνει την ΚΠΑ με μηδέν, δηλαδή το επιτόκιο για το οποίο τα προεξοφλημένα οφέλη ισούνται με το προεξοφλημένο κόστος. Αλγεβρικά ο ΕΣΑ αποτυπώνεται ως εξής:

$$\text{ΚΠΑ} = \sum_{i=1}^n \frac{B - C}{(1 + r)^n} = 0$$

όπου

r : ο εσωτερικός συντελεστής απόδοσης.

Μια επένδυση αξίζει να αναληφθεί αν ο ΕΣΑ είναι μεγαλύτερος από το επιτόκιο της αγοράς που αντικατοπτρίζει το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου.

Προσεγγιστική Μέθοδος Εκτίμησης ΕΣΑ

Η προσεγγιστική μέθοδος για την εκτίμηση του που απαιτεί μόνο δυο δοκιμές επιτοκίου: μια που να δίνει ΚΠΑ θετική και μια με ΚΠΑ αρνητική.

Στη συνέχεια με χρήση του παρακάτω τύπου είναι δυνατός ο υπολογισμός του:

$$\text{ΕΣΑ} = r_1 + (r_2 - r_1) \frac{\text{ΚΠΑ}_{r_1}}{\text{ΚΠΑ}_{r_2} + \text{ΚΠΑ}_{r_1}}$$

όπου το επιτόκιο για το οποίο ΚΠΑ > 0 και το επιτόκιο για το οποίο ΚΠΑ < 0.

Παραδείγματα

Ένα αναπτυξιακό έργο παρουσιάζει τις εξής χρηματοροές:

Έτη	0	1	2	3	4
Αρχική Επένδυση	-25.000				
Κόστη		10.000	9.000	10.500	9.500
Οφέλη		13.000	15.000	24.000	27.000
Καθαρή Ροή Πόρων	-25.000	3.000	6.000	13.500	17.500

Ποιος θα είναι ο ΕΣΑ;

Λύση

Προκειμένου να υπολογίσουμε τον ΕΣΑ του παραπάνω έργου θα χρησιμοποιήσουμε την προσεγγιστική μέθοδο. Αναζητούμε δύο επιτόκια, ένα που να δίνει θετική ΚΠΑ και ένα που να δίνει αρνητική.

- ▶ Για $r = 20\%$, η καθαρή παρούσα αξία του έργου είναι:

$$\text{ΚΠΑ} = \frac{-25.000}{(1+0,20)^0} + \frac{3.000}{(1+0,20)^1} + \frac{6.000}{(1+0,20)^2} + \frac{13.500}{(1+0,20)^3} + \frac{17.500}{(1+0,20)^4} = -2.081$$

- ▶ Για $r = 10\%$, έχουμε:

$$\text{ΚΠΑ} = \frac{-25.000}{(1+0,10)^0} + \frac{3.000}{(1+0,10)^1} + \frac{6.000}{(1+0,10)^2} + \frac{13.500}{(1+0,10)^3} + \frac{17.500}{(1+0,10)^4} = 4.781$$

- ▶ Άρα, χρησιμοποιώντας τον τύπο που αναφέρθηκε προηγουμένως έχουμε:

$$\text{ΕΣΑ} = 0,10 + (0,20 - 0,10) * \frac{4.781}{2.081 + 4.781} = 16,97\%$$

- ▶ Με χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή βρίσκουμε ότι $\text{ΕΣΑ} = 16,6\%$. Η εκτίμησή μας είναι αρκετά ακριβής.

Λόγος Ωφελειών Κόστους

Ο Λόγος Ωφελειών Κόστους (ΛΩΚ) υπολογίζεται μέσω της διαίρεσης των προεξοφλημένων ωφελειών με το προεξοφλημένο κόστος και βασίζεται ουσιαστικά στην ανάγκη τα οφέλη μιας επένδυσης να καλύπτουν το κόστος της. Βρίσκεται μέσω του τύπου:

$$\Lambda\Omega\text{Κ} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{B}{(1+r)^i}}{\sum_{i=1}^n \frac{C}{(1+r)^i}}$$

- ▶ Αν ο ΛΩΚ του υπό αξιολόγηση έργου είναι μεγαλύτερος της μονάδας τότε θεωρείται σκόπιμο να πραγματοποιηθεί.

Παραδείγματα

Να υπολογιστεί ο λόγος ωφελειών κόστους της εξής επένδυσης, όταν το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι 4%:

Έτη	0	1	2	3
Επένδυση	13.000			
Κόστος		6.000	6.500	7.200
Ωφέλειες		12.000	16.500	20.000

Λύση

- ▶ Αρχικά θα υπολογίσουμε την παρούσα αξία των ωφελειών:

$$\text{ΠΑ}\Omega = \frac{12.000}{(1 + 0,04)^1} + \frac{16.500}{(1 + 0,04)^2} + \frac{20.000}{(1 + 0,04)^3} = 44.574$$

- ▶ Η παρούσα αξία του συνολικού κόστους της επένδυσης θα είναι:

$$\text{ΠΑ}\text{Κ} = 13.000 + \frac{6.000}{(1 + 0,04)^1} + \frac{6.500}{(1 + 0,04)^2} + \frac{7.200}{(1 + 0,04)^3} = 31.180$$

- ▶ Ο λόγος ωφελειών κόστους βρίσκεται αν διαιρέσουμε τα προεξοφλημένα οφέλη με τα προεξοφλημένα κόστη:

$$\Lambda\Omega\text{Κ} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{B}{(1+r)^n}}{\sum_{i=1}^n \frac{C}{(1+r)^n}} = \frac{44.574}{31.180} = 1,429$$

ΑΣΚΗΣΗ 1

- ▶ Ένα εκπαιδευτικό πρόγραμμα έχει συνολικό κόστος 15.000 €. Κάθε χρόνο δημιουργεί ωφέλειες B , που μειώνονται με ρυθμό 0,25 B , έτσι ώστε στο πέμπτο έτος να είναι μηδέν. Έστω ότι οι τιμές αυξάνονται με ρυθμό 3%, και το ονομαστικό προεξοφλητικό επιτόκιο είναι 6%. Ποιο θα είναι το απαιτούμενο επίπεδο ωφελειών B ώστε το πρόγραμμα να είναι αποδεκτό;

ΛΥΣΗ

- ▶ Προκειμένου το εκπαιδευτικό πρόγραμμα να είναι αποδεκτό απαιτείται η παρούσα αξία των ωφελειών να είναι ίση με το κόστος του. Αφού οι τιμές αυξάνονται με ρυθμό 3% και το ονομαστικό προεξοφλητικό επιτόκιο είναι 6%, τότε το πραγματικό επιτόκιο θα είναι: $0,06 - 0,03 = 0,03$ ή 3%. Επιπλέον γνωρίζουμε ότι οι ωφέλειες μειώνονται με ρυθμό 0,25 Β κάθε χρόνο. Άρα θα έχουμε:

ΛΥΣΗ

$$\frac{B}{(1+0,03)^1} + \frac{B-0,25B}{(1+0,03)^2} + \frac{0,75B-0,25B}{(1+0,03)^3} + \frac{0,5B-0,25B}{(1+0,03)^4} = 15.000$$

$$\Rightarrow \frac{B}{(1+0,03)^1} + \frac{0,75B}{(1+0,03)^2} + \frac{0,5B}{(1+0,03)^3} + \frac{0,25B}{(1+0,03)^4} = 15.000$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{1}{(1,03)^1} + \frac{0,75}{(1,03)^2} + \frac{0,5}{(1,03)^3} + \frac{0,25}{(1,03)^4}\right) = 15.000$$

$$\Rightarrow B(0,971 + 0,707 + 0,458 + 0,222) = 15.000$$

$$\Rightarrow 2,36B = 15.000 \Rightarrow B = 6.356$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ένας οργανισμός τοπικής αυτοδιοίκησης προτείνει το κτίσιμο 6 φραγμάτων με όφελος και κόστος για κάθε φράγμα όπως παρουσιάζονται παρακάτω.

Φράγμα	Όφελος	Κόστος
1	60	30
2	50	30
3	40	20
4	10	25
5	25	10
6	25	45

- Υπολογίστε τα καθαρά οφέλη και το λόγο ωφελειών – κόστους για κάθε φράγμα.
- Ποιο είναι το άριστο μέγεθος προϋπολογισμού και τα φράγματα που θα έπρεπε να χτιστούν με αυτόν.
- Ποια φράγματα θα χτιστούν αν ο προϋπολογισμός περιοριζόταν στις 40 χιλιάδες ευρώ.
- Αν τα φράγματα 1 και 3 ήταν υποκατάστατα (στην ίδια κοίτη ποταμού) ποιο θα έπρεπε να κατασκευαστεί;

ΛΥΣΗ

α. Τα καθαρά οφέλη υπολογίζονται αν αφαιρέσουμε από τα οφέλη κάθε φράγματος το κόστος $NB = B - C$ δηλαδή:

Ο λόγος ωφελειών – κόστους προκύπτει μέσω της διαίρεσης των ωφελειών με το κόστος.

$$\Lambda\Omega\text{Κ} = \frac{B}{C}$$

Άρα για το καθένα από τα έξι φράγματα τα καθαρά οφέλη και ο λόγος ωφελειών κόστους θα είναι:

ΛΥΣΗ

Φράγμα	Όφελος	Κόστος	Καθαρά οφέλη	Λόγος ωφελειών - κόστους
1	60	30	30	2
2	50	30	20	1,7
3	40	20	20	2
4	10	25	-15	0,4
5	25	10	15	2,5
6	25	45	-20	0,6

β. Τα φράγματα για τα οποία τα καθαρά οφέλη είναι θετικά είναι 1, 2, 3 και 5 για τα οποία το συνολικό κόστος είναι $30 + 30 + 20 + 10 = 90$. Άρα το άριστο μέγεθος προϋπολογισμού είναι 90 χιλιάδες ευρώ.

γ. Με τον περιορισμό του κόστους για κάθε φράγμα επιλέγουμε τα φράγματα 1 και 5 τα οποία έχουν συνολικό κόστος 40 και το μεγαλύτερο συνολικό καθαρό όφελος $30 + 15 = 45$.

ΛΥΣΗ

- ▶ Αν τα έργα 1 και 3 είναι υποκατάστατα (δηλαδή είναι αμοιβαία αποκλειόμενα), τότε θα πάρουμε τη διαφορά των δύο έργων και θα έχουμε:

Διαφορά δύο έργων	Όφελος	Κόστος	Καθαρά οφέλη	Λόγος ωφελειών - κόστους
1-3	20	10	10	2

Μεταξύ των φραγμάτων 1 και 3, επιλέγουμε το έργο 1 καθώς τα καθαρά οφέλη από τη διαφορά των δύο έργων είναι αυτού του 1.