



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ- 2024-2025

ΘΕΜΑ 1 (ΜΟΝΑΔΕΣ 3)

Μια μικρή επιχείρηση πουλά τρία διαφορετικά αναψυκτικά τύπου cola A, B και Γ. Οι τιμές ανά κουτί είναι 80, 70 και 60 λεπτά αντίστοιχα ενώ κατά μέσο όρο η επιχείρηση δεν πωλεί περισσότερα από 500 κουτιά την ημέρα. Η επιχείρηση υπολογίζει ότι πουλάει καθημερινά 100 από την cola A ενώ τα άλλα δύο τύπο cola προϊόντα ξεπερνούν τις πωλήσεις του A με ένα περιθώριο τουλάχιστον 4:2.

1. Πως θα διατυπώνατε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και τι εκφράζει κάθε μεταβλητή εάν θέλατε ο επιχειρηματίας να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του; (μονάδες 0.5);
2. Να δώσετε την άριστη λύση του προβλήματος προσδιορίζοντας τις ποσότητες από κάθε προϊόν A, B και Γ (μονάδες 1.5).
3. Ποια θα ήταν η λύση του προβλήματος εάν αντίστοιχες τιμές πώλησης ήταν 80, 90 και 70 ευρώ αντίστοιχα (μονάδες 1) ;

ΘΕΜΑ 2 (ΜΟΝΑΔΕΣ 2.5)

Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού. Για αυτό το πρόβλημα και το δυικό του οι εφικτές λύσεις είναι $x = (5, 5, 0, 0)'$ και $w = (1/2, 0)'$. Διατυπώστε το δυικό πρόβλημα. Είναι οι λύσεις αυτές άριστες και γιατί;

$$\begin{aligned} \max & X_1 + X_2 - 3X_3 - 2X_4 \\ \text{s. t. } & 2X_1 + 2X_2 - 5X_3 + 5X_4 \leq 20 \\ & -X_1 + X_2 + 4X_3 - 2X_4 \leq 12 \\ & X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 3 (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)

Μια εταιρεία διαθέτει τρία εργοστάσια (A, B, Γ) και τέσσερα καταστήματα (1, 2, 3, 4). Η παραγωγή των εργοστασίων και η ζήτηση των καταστημάτων φαίνονται παρακάτω:

Πίνακας Κόστους, Προσφοράς και Ζήτησης

	Κατάστημα 1	Κατάστημα 2	Κατάστημα 3	Κατάστημα 4	Προσφορά
Εργοστάσιο A	4€	6€	8€	13€	30
Εργοστάσιο B	5€	11€	9€	7€	40
Εργοστάσιο Γ	10€	8€	6€	5€	20
Ζήτηση	20	30	30	10	

Να υπολογίσετε το πλάνο μεταφοράς που ικανοποιεί πλήρως τις ανάγκες των καταστημάτων με το ελάχιστο δυνατό κόστος.



ΘΕΜΑ 4 (ΜΟΝΑΔΕΣ 2.5)

- A. Ο αριθμός των..... ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων, που ικανοποιεί τις προαναφερόμενες προϋποθέσεις, είναι πεπερασμένος
B. Το σύνολο των εφικτών λύσεων ενός προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού είναι..... σύνολο.
C. Το σύνολο των εφικτών λύσεων καλείται
D. Δυνατή (ή εφικτή) λύση του προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού είναι κάθε λύση του συστήματος.....
E. Ποια είναι η έννοια της σκιάδους τιμής (shadow price);

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ	
ΑΡ.ΜΗΤΡΩΟΥ	
ΒΑΘΜΟΣ ΠΡΟΟΔΟΥ	
ΒΑΘΜΟΣ ΕΡΓΑΣΙΩΝ	
ΒΑΘΜΟΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ R	

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



Απαντήσεις

ΘΕΜΑ 1

Η άριστη λύση για το πρόβλημα είναι $(Q_1, Q_2, Q_3) = (166.67, 333.33, 0)$ ενώ η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι $z = 36666.67$ ευρώ.

$$\max z = 80x_1 + 70x_2 + 60x_3$$

$$s.t \quad x_1 + x_2 + x_3 \leq 500$$

$$x_1 \geq 100$$

$$4x_1 - 2x_2 - 2x_3 \leq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Εάν αντίστοιχες τιμές πώλησης ήταν 80, 90 και 70 ευρώ τότε η λύση του προβλήματος θα ήταν 440.

ΘΕΜΑ 2

Το δυικό π.γ.π

$$\min 20w_1 + 12w_2$$

$$s.t. \quad 2w_1 - 3w_2 \geq 1$$

$$2w_1 + w_2 \geq 1$$

$$-5w_1 + 4w_2 \geq -3$$

$$5w_1 - 2w_2 \geq -2$$

$$w_1, w_2 \geq 0$$

Οι λύσεις είναι 'άριστες καθώς οι τιμές των αντικειμενικών συναρτήσεων ισούνται με δέκα (10).

ΘΕΜΑ 3

Από → Προς Ποσότητα Κόστος/μον. Συνολικό Κόστος

$$\Gamma \rightarrow 4 \ 10 \ 5€ \ 50€$$

$$\Gamma \rightarrow 3 \ 10 \ 6€ \ 60€$$

$$B \rightarrow 1 \ 20 \ 5€ \ 100€$$

$$B \rightarrow 3 \ 20 \ 9€ \ 180€$$

$$A \rightarrow 2 \ 30 \ 6€ \ 180€$$

Συνολικό Κόστος: 570€

Η μέθοδος βορειοδυτικής γωνίας δίνει τιμή 650.

ΘΕΜΑ 4

A. βασικών εφικτών λύσεων

B. κυρτό κλειστό



Γ. Εφικτή περιοχή

Δ. δηλαδή κάθε διάνυσμα x^* που ικανοποιεί τους περιορισμούς $x \geq 0$

Ε. Αν λυθεί ένα πρόβλημα με περιορισμούς (constraints), η σκιά της τιμής ενός περιορισμού δείχνει πόσο θα βελτιωνόταν η λύση αν αυξανόταν η διαθεσιμότητα του συγκεκριμένου πόρου κατά μία μονάδα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ -
ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF
ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500
PATRAS, GR