



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ
ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ- 2025-2026

ΘΕΜΑ 1 (ΜΟΝΑΔΕΣ 2.5)

Η Top boy σχεδιάζει μια νέα διαφημιστική καμπάνια μέσω internet και τηλεόρασης. Μια διαφήμιση στο internet κοστίζει 300 ευρώ ενώ μια τηλεοπτική 2000. Για την εκπαιδευτική εκστρατεία έχει δεσμευθεί προϋπολογισμός ύψους 20 χιλιάδων ευρώ. Ωστόσο για να διασφαλιστεί ότι θα υπάρχει παρουσία σε κάθε μέσο το μεγαλύτερο ποσό που μπορεί να διατεθεί δεν μπορεί να υπερβεί το 80% του προϋπολογισμού. Υπολογίζεται ότι η πρώτη διαφήμιση στο internet θα προσεγγίσει 5000 καταναλωτές ενώ η αντίστοιχη στην τηλεόραση 2000 νέους καταναλωτές. Με ποιον τρόπο το συνολικό ποσό πρέπει να κατανεμηθεί;

ΘΕΜΑ 2 (ΜΟΝΑΔΕΣ 3.5)

Το νοσοκομείο μιας πόλης προχώρησε στην αναβάθμιση των υπηρεσιών του παρέχοντας επίσης την διενέργεια εγχειρήσεων αλλά και συνυπολογίζοντας τις ημέρες νοσηλείας των ασθενών με βάση τον παρακάτω πίνακα.

	Επισκέψεις	Εξετάσεις	Αριθμός χειρουργικών Επεμβάσεων	Ημέρες Νοσηλείας	Διαθέσιμες Ποσότητες
Κεφάλαιο	2	3	4	7	4600
Εργασία	3	4	5	6	5000
Τιμή Πώλησης	4	6	7	8	

Ωστόσο για να ικανοποιήσει τις απαιτήσεις των ασθενών του το νοσοκομείο θα πρέπει να παράγει την ίδια χρονική περίοδο 950 μονάδες συνολικά υπηρεσιών από τις επισκέψεις, εξετάσεις χειρουργικές επεμβάσεις και ημέρες νοσηλείας ενώ οι 400 μονάδες υπηρεσιών θα πρέπει να είναι ημέρες μόνο νοσηλείας. Να δώσετε την άριστη λύση του προβλήματος προσδιορίζοντας τις ποσότητες από κάθε προϊόν.

ΘΕΜΑ 3 (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)

Μια εταιρεία διαθέτει τρία εργοστάσια (Α, Β, Γ) και τέσσερα καταστήματα (1, 2, 3, 4). Η παραγωγή των εργοστασίων και η ζήτηση των καταστημάτων φαίνονται παρακάτω:

Πίνακας Κόστους, Προσφοράς & Ζήτησης

	Κατάστημα 1	Κατάστημα 2	Κατάστημα 3	Κατάστημα 4	Προσφορά
Εργοστάσιο Α	6€	8€	11€	13€	30
Εργοστάσιο Β	7€	9€	12€	7€	40
Εργοστάσιο Γ	4€	8€	8€	5€	20
Ζήτηση	20	30	30	10	

Να υπολογίσετε το πλάνο μεταφοράς που ικανοποιεί πλήρως τις ανάγκες των καταστημάτων με το ελάχιστο δυνατό κόστος.



ΘΕΜΑ 4 (ΜΟΝΑΔΕΣ 2)

- A. Ο αριθμός των..... ενός συστήματος γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων, που ικανοποιεί τις προαναφερόμενες προϋποθέσεις, είναι πεπερασμένος
- B. Το σύνολο των εφικτών λύσεων ενός προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού είναι σύνολο.
- C. Το σύνολο των εφικτών λύσεων καλείται
- D. Δυνατή (ή εφικτή) λύση του προβλήματος Γραμμικού Προγραμματισμού είναι κάθε λύση του συστήματος.....
- E. Ποια είναι η έννοια της σκιάδους τιμής (shadow price);

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



Απαντήσεις

ΘΕΜΑ 1

Ορίζουμε τις μεταβλητές απόφασης ως εξής:

x = αριθμός διαφημίσεων στο internet, y = αριθμός τηλεοπτικών διαφημίσεων

Η αντικειμενική συνάρτηση και οι περιορισμοί δίνονται ως εξής:

Μεγιστοποίηση της συνολικής απήχησης: $Z = 5000x + 2000y$

Περιορισμοί:

1) Συνολικός προϋπολογισμός: $300x + 2000y \leq 20000$

2) Μέγιστο 80% του προϋπολογισμού ανά μέσο: $300x \leq 16000$ και $2000y \leq 16000$

3) Παρουσία και στα δύο μέσα:

$x \geq 1, y \geq 1$

4) Μη αρνητικότητα:

$x \geq 0, y \geq 0$

Λύνοντας το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, η βέλτιστη λύση είναι:

$x = 53$ διαφημίσεις στο internet με κόστος 15.900 €

$y = 2$ τηλεοπτικές διαφημίσεις με κόστος 4.000 €

Η συνολική απήχηση ανέρχεται σε 269.000 καταναλωτές.

ΘΕΜΑ 2

Η άριστη λύση για το πρόβλημα είναι $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 400, 150, 400)$ ενώ η τιμή της αντικειμενικής

συνάρτησης είναι $z = 6650$ ευρώ. Το πρόβλημα γράφεται ως εξής:

$$\max z = 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4$$

$$s.t \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 950$$

$$x_4 \geq 400$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 4600$$

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 \leq 5000$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

το οποίο με τις προσθήκες τεχνητών και περιθωρίων μεταβλητών

$$\max z = 4x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 + Mx_5 + Mx_7$$

$$s.t \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 950$$

$$x_4 - x_6 + x_7 = 400$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 7x_4 + x_8 = 4600$$

$$3x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 + x_9 = 5000$$

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_9 \geq 0$$

Το τελευταίο tableau είναι το παρακάτω.

			4	6	7	8	-M	0	-M	0	0	
	C_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	



x_2	6	400	2	1	0	0	4	-3	3	-1	0	
x_4	8	400	0	0	0	1	0	-1	1	0	0	
x_3	7	150	-1	0	1	0	-3	4	-4	1	0	
x_9	0	250	0	0	0	0	-1	-2	2	-1	1	
		Z=6650	1	0	0	0	3	2	-2	1	0	

ΘΕΜΑ 3

Η μέθοδος βορειοδυτικής γωνίας δίνει τιμή 750.

Από → Προς Ποσότητα Κόστος/μον. Συνολικό Κόστος

Συνολικό κόστος (επιβεβαίωση):

- A→1: $20 \times 6 = 120$
- A→2: $10 \times 8 = 80$
- B→2: $20 \times 9 = 180$
- B→3: $30 \times 12 = 360$
- B→4: $10 \times 7 = 70$

Σύνολο: $120 + 80 + 180 + 360 + 70 = 730 \text{ €}$.

ΘΕΜΑ 5

A. βασικών εφικτών λύσεων

B. κυρτό κλειστό

Γ. Εφικτή περιοχή

Δ. δηλαδή κάθε διάνυσμα x^* που ικανοποιεί τους περιορισμούς $x \geq 0$

Ε. Αν λυθεί ένα πρόβλημα με περιορισμούς (constraints), η σκιώδης τιμή ενός περιορισμού δείχνει πόσο θα βελτιωνόταν η λύση αν αυξανόταν η διαθεσιμότητα του συγκεκριμένου πόρου κατά μία μονάδα.

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ -
ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF
ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500
PATRAS, GR