

ΤΕΤΑΡΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΕ ΜΕΡΙΚΕΣ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥΣ-ΔΙΑΦΟΡΙΚΟ-ΚΑΝΟΝΑΣ ΑΛΥΣΙΔΑΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}}{y}, \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y}{x^3 - y}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να μελετήσετε ως προς την συνέχεια τις παρακάτω συναρτήσεις

$$f(x, y) = \frac{x}{x-y}, \quad f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να υπολογίσετε τις μερικές παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f(x, y, z) = xe^{xy+2z}, \quad f(x, y) = e^{x^3+4x^2y-y^2}, \quad f(x, y) = \frac{4x+5y}{3x^2-7y}$$

$$f(x, y) = \ln(x^7 - xy^4 + y^5), \quad f(x, y) = \frac{1-xy}{x+2}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να υπολογίσετε τις μερικές παραγώγους δεύτερης τάξεως των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f(x, y, z) = x^3 + xyz + y^4, \quad f(x, y, z) = e^{x+4xz^2y-y^2}, \quad f(x, y) = \frac{4x+5y}{x-y}$$

$$f(x, y) = \ln\left(\frac{x^2 - y^2}{x+y}\right), \quad f(x, y) = \frac{1-xy}{x+2}$$

$$f(x, y) = 3xy^2 - 2y + 5x^2y^2$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Μια επιχείρηση παράγει Q μονάδες προϊόντος με βάση την παρακάτω συνάρτηση

$$Q = 1200K + 500L + K^2L - K^3 - L^2 \quad \text{όπου } K \text{ το κεφάλαιο και } L \text{ ο αριθμός των εργατών}$$

που χρησιμοποιεί. Ποια η μεταβολή στην παραγωγή όταν το K μεταβάλλεται από 30 σε 60 και το L από 31 σε 60;

ΑΣΚΗΣΗ 6

Μια επιχείρηση παράγει δύο προϊόντα σε ποσότητες Q_1, Q_2 με συνάρτηση συνολικού κόστους $TC = 50 + Q_1^3 + Q_2 \ln(20 + Q_1) + \frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}$. Ποια τα οριακά κόστη των δύο προϊόντων;

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να γίνει εφαρμογή του θεωρήματος Euler για τις συναρτήσεις

$$f(x, y) = 4xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, f(x, y) = \frac{xy}{x^3 + y^3}$$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Για τις παρακάτω συναρτήσεις παραγωγής να προσδιοριστεί η φύση των αποδόσεων

$$Q = aL^a K^{1-a} - bL^b K^{1-b}, 0 < a, b < 1$$

κλίμακας $Q = \frac{aL^2 K(K+L)}{b^2(K^2 + L^2)}$

ΑΣΚΗΣΗ 9

Να υπολογισθεί το διαφορικό για τις παρακάτω συναρτήσεις:

$$f(x, y, z) = x^2 \sqrt{\frac{x+y}{x-y}}, f(x, y) = \frac{x^2}{x-y+1},$$

$$f(x, y) = \ln(x^2 + y^2), f(x, y) = \frac{x+y}{x-y}$$

ΑΣΚΗΣΗ 10

Να υπολογίσετε την εσσιανή μήτρα της παρακάτω συνάρτησης

$$f(x, y, z) = \ln(ax + by + cz).$$

ΑΣΚΗΣΗ 11

Η γενική μορφή CES συνάρτησης παραγωγής είναι

$Q = \gamma [\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{-\mu/\rho}$, $\gamma, \mu \geq 0, 0 \leq \delta \leq 1$. Να βρεθεί ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης εάν γνωρίζετε ότι το μ δείχνει το βαθμό ομοιογένειας της συνάρτησης, το γ εκφράζει την αποδοτικότητα, το δ είναι παράμετρος διανομής και το ρ παριστάνει την παράμετρο υποκατάστασης μεταξύ των συντελεστών παραγωγής και κεφαλαίου.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Είναι η παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q = \frac{aLK - bL^2 - cK^2}{aL + bK}$ ομογενής;

ΑΣΚΗΣΗ 13

Για την παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q = 100KL - \sqrt{K} - \sqrt{L}$, $K, L > 0$ με $K(t) = 0.4t + 5$, $L(t) = 10e^{0.2t}$ να υπολογίσετε την μεταβολή της παραγωγής ως προς τον χρόνο για τιμές του χρόνου 1 και 2.

ΑΣΚΗΣΗ 14

Να υπολογίσετε το διαφορικό των παρακάτω συναρτήσεων

$$f(x, y) = x^2 + 3xy + 1 \text{ με } x(t) = 2t + 1, y(t) = t^2,$$

$$f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2 \text{ με } x(t) = 2t^2 + 1, y(t) = t^4$$

ΑΣΚΗΣΗ 15

Να υπολογίσετε το διαφορικό δεύτερης τάξης των παρακάτω συναρτήσεων

$$f(x, y) = x^2 - xy + y^2, f(x, y) = \frac{x^2}{x - y + 1}$$