

ΤΡΙΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΑ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα.

$$x_1 + x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 4$$

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 3$$

$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 3$$

$$x_1 - 4x_2 = 1$$

$$2x_1 - x_2 = 4$$

$$3x_1 + 2x_2 = 2$$

$$3x_1 - 3x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 1$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 6$$

$$4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0$$

$$-2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 = 0$$

$$3x_1 - x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 = 2$$

$$5x_1 - 3x_2 + x_3 = 5$$

$$x_1 + x_3 = 0$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$2x_1 + x_3 = 0$$

$$-2x_1 + x_2 = 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για ποιες τιμές των παραμέτρων $a, b \in \mathbb{R}$ το παρακάτω σύστημα έχει i) άπειρες λύσεις ii) έχει μοναδική λύση και iii) είναι αδύνατο.

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 = a$$

$$5x_1 - 3x_2 + bx_3 = 4$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Για ποιες τιμές των παραμέτρων $a, b \in \mathbb{R}$ το παρακάτω σύστημα είναι ασυμβίβαστο;

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 2$$

$$2x_1 - x_2 - ax_3 = 1$$

$$3x_1 - x_2 + bx_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + bx_3 = 4$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα:

$$\begin{array}{l} x_1 - \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ \lambda x_1 + x_2 - \lambda^2 x_3 = 1 \end{array} \qquad \begin{array}{l} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0 \end{array}$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Μια τράπεζα προγραμματίζει την επένδυση 30000 χρηματικών μονάδων σε δύο τομείς I και II. Ο τομέας I έχει απόδοση 6% ενώ ο τομέας II 9%. Εάν το ολικό ποσό που προέρχεται από τα ετήσια έσοδα των προγραμματισμένων επενδύσεων είναι το ίδιο με το ποσό που θα κέρδιζε η τράπεζα αν επένδυε το ποσό των 30000 χρηματικών μονάδων με απόδοση 7% να υπολογισθούν τα ποσά επένδυσης που αντιστοιχούν στις τομείς I & II.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να υπολογιστούν οι αντίστροφοι των πινάκων

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

και στην συνέχεια να λύσετε το σύστημα $C \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να υπολογίσετε τα ιδιοδιανύσματα του πίνακα $C = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να υπολογισθούν οι απαιτούμενες μονάδες ποσοτήτων κάθε μια από τις τροφές

A,B,Γ τις οποίες ένα άτομο πρέπει να προμηθευτεί ημερήσια προκειμένου να

ικανοποιήσει τις ελάχιστες ανάγκες του σε βιταμίνες με βάση τον κάτωθι πίνακα:

Τροφή	A	B	Γ	Ελάχιστη Ημερήσια Ανάγκη
Βιταμίνη 1	0.3	0.1	0.4	1.5
Βιταμίνη 2	100	40	60	440
Βιταμίνη 3	1.3	2.2	1.4	10.6

ΑΣΚΗΣΗ 9

Για ποιες τιμές της παραμέτρου a ο παρακάτω πίνακας διαγωνοποιείται;

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 & 1 \\ 0 & 2-a & a-1 & a+1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$