

ΠΡΩΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΤΟΥΣ ΠΙΝΑΚΕΣ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Για τους παρακάτω πίνακες να υπολογίσετε τις εξής πράξεις $A+B$, $A*B$, $B*A$, A^2 (όπου αυτό είναι εφικτό)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & a & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Για τους πίνακες $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$ να υπολογίσετε τα γινόμενα

AB, BA καθώς και A', B' .

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να δείξετε ότι δύο πίνακες A, B αντιμετατίθενται εάν και οι πίνακες $A - κI, B - λI$ αντιμετατίθενται.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Να δείξετε ότι για τετραγωνικούς 2×2 διάστασης πίνακες ισχύει ότι:

$$A^2 - \text{tr}(A)A + \det(A)I = 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογιστούν οι πίνακες AA' , $A'A$ και να αποδειχθεί ότι είναι συμμετρικοί.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να βρεθούν οι πραγματικοί πίνακες X ώστε να ισχύει $AX = XA$ εάν $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Να βρεθούν οι πίνακες διάστασης 2×2 που να πληρούν την παρακάτω σχέση $AB + BA = 2I$

ΑΣΚΗΣΗ 8

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{pmatrix} 1 & -a & 0 \\ 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Να δείξετε ότι ισχύει $A^3 = 3A^2 - 3A + I$.

Μπορείτε να υπολογίσετε τον αντίστροφο του πίνακα A ;

ΑΣΚΗΣΗ 9

Έστω A, X δύο αντιστρέψιμοι πίνακες διαστάσεως n . Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $X^2 AX = A^{-1}$ έχει λύση ως προς X όταν υπάρχει αντιστρέψιμος πίνακας B τέτοιος ώστε $B^3 = A$

