

**ΤΕΤΑΡΤΟ ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ ΣΕ ΠΕΠΛΕΓΜΕΝΕΣ-ΣΕΙΡΕΣ
TAYLOR-McLAURIN****ΑΣΚΗΣΗ 1**

Υπάρχει συναρτησιακή σχέση μεταξύ των συναρτήσεων

$$F_1(K_1, L_1) = 3K_1^2 + 2L_1^2$$

$$F_2(K_1, L_1) = 5K_1 + 1$$

Ομοίως για τις συναρτήσεις

$$F_1(x, y, z) = 3x + 2y - z$$

$$F_2(x, y, z) = x - 2y + z$$

$$F_3(x, y, z) = x^2 + 2xy - zx$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να αναπτυχθούν κατά Mac Laurin οι συναρτήσεις

$$f(x, y) = e^x \cos y, f(x, y) = (x - y + 1)^2$$

$$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να υπολογίσετε του βαθμούς ομογένειας των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f(x, y) = \frac{x + y}{x^4 - y^4}, f(x, y) = x - y$$

$$f(x, y) = \frac{x}{y}, f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 2xy$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Ποιες οι παράγωγοι των παρακάτω συναρτήσεων;

$$f(x, y, z) = \sin(x + y) + \sin(y + z) + \sin(x + z) - 1 = 0,$$

$$f(x, y, z) = x^x y^y z^z = 1$$

$$f(x, y, z) = xe^{yz} + ye^{xz} + ze^{xy} = 5,$$

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2 + 2xy - 9 = 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Να γίνει εφαρμογή του θεωρήματος Euler για τις συναρτήσεις

$$f(x, y) = 4xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, f(x, y) = \frac{xy}{x^3 + y^3}$$

$$f(x, y, z) = x^3 + 2ax^2y - az^3$$

ΑΣΚΗΣΗ 6

Να υπολογιστεί η Ιακωβιανή ορίζουσα των συναρτήσεων

$$x = a \cos \phi, y = a \sin \phi$$

$$x = a \cos \phi \cos u, y = a \sin \phi \cos u, z = a \sin u$$

ΑΣΚΗΣΗ 7

$$F_1(x, y, z) = x + 3y^2 - z^3$$

Εάν $F_2(x, y, z) = 2x^2yz$ να βρεθεί η τιμή της Ιακωβιανής ορίζουσα στο σημείο (1,-

$$F_3(x, y, z) = 2z^2 - xy$$

1,0).

ΑΣΚΗΣΗ 8

Να αναπτυχθεί κατά Taylor η συνάρτηση $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ στο σημείο A(1,0) παίρνοντας όρους και τρίτης τάξης.