



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ	
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ- 2024-2025 -Α ΟΜΑΔΑ	
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ	ΑΡ.ΜΗΤΡΩΟΥ

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3)

1. Μια επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα σε ποσότητες q_1, q_2 και q_3 με συνολικό κόστος $TC(q_1, q_2, q_3) = q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2 + 2q_3q_2 + q_3^2 + q_1q_3$ χρησιμοποιώντας τις κάτωθι αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης:

$$\begin{aligned}P_1 &= 70 - 2q_1 - q_2 - q_3, \\P_2 &= 120 - q_1 - 4q_2 - 2q_3, \\P_3 &= 90 - q_1 - q_2 - 3q_3\end{aligned}$$

Να υπολογίσετε τις ποσότητες που μεγιστοποιούν το κέρδος (Μονάδες 2).

2. Για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cL^{0.6}K^{-0.4}$. Να υπολογιστεί το ποσοστό του κεφαλαίου K έτσι ώστε εάν ο παράγοντας της εργασίας αυξηθεί κατά 4% η παραγωγή να αυξηθεί κατά 1%. (Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 4)

1. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $y' + 2y/x = x$. (Μονάδες 1.)

2. Η συνθήκη ισορροπίας για τρία αγαθά δίνεται ως εξής:
- $$\begin{aligned}-8P_1 + 2P_2 + 3P_3 &= -12, \\-4P_1 + 6P_2 - 2P_3 &= 34, \\3P_1 + 2P_2 - 12P_3 &= -1\end{aligned}$$

Να υπολογίσετε τις τιμές και τις ποσότητες των τριών αγαθών. (Μονάδες 1.5)

3. Τα έσοδα από την πώληση δύο διαφορετικών τύπου καφέ δίνονται ως εξής $TR(Q_1, Q_2) = Q_1P_1 + Q_2P_2$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των ελαστικοτήτων (Μονάδες 0.5).

4. Να υπολογιστεί η εσσιανή ορίζουσα της συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L, E) = K^2L^2E^3$ στο σημείο $A(1, 1, 1)$. (Μονάδες 0.5)

5. Να υπολογιστεί ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης (MRTS) για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cL^{0.6}K^{0.4}$ ($K = L = 1$) (Μονάδες 0.5)

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3)



1. Η συνάρτηση συνολικού κόστους για μια επιχείρηση που παράγει δύο αγαθά δίνεται ως εξής $TC(Q_1, Q_2) = Q_1 Q_2^2 + Q_1^3 Q_2^2$. Η επιχείρηση γνωρίζει ότι τα δύο αυτά προϊόντα εξαρτώνται χρονικά με βάση τις παρακάτω σχέσεις $Q_1 = 4 - t, Q_2 = 4 + t$. Μπορείτε να υπολογίσετε την μεταβολή του συνολικού κόστους της επιχείρησης στον χρόνο (θεωρείστε $t=2$); (Μονάδες 1)

2. Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ενός αγαθού είναι ίση με -1. Να υπολογίσετε την συνάρτηση συνολικών εσόδων εάν η ζήτηση είναι ίση με 6 όταν η τιμή ισούται με 3. (Μονάδες 1)

3. Να υπολογιστεί ο αντίστροφος του πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ (Μονάδες 0.5).

4. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; (Μονάδες 0.5)

(a) Τα ιδιοδιανύσματα δεν είναι πάντα παράλληλα μεταξύ τους **Σ. Λ.**

(b) Δύο πίνακες που έχουν την ίδια χαρακτηριστική εξίσωση και κατά συνέπεια τις ίδιες ιδιοτιμές και το ίδιο ίχνος, δεν είναι ίσοι πίνακες. **Σ. Λ.**

(c) Όταν ένας πίνακας είναι συμμετρικός τότε οι ιδιοτιμές του είναι όλες πραγματικοί αριθμοί **Σ. Λ.**

(d) Μια διπλά συνεχώς διαφορίσιμη συνάρτηση είναι αυστηρά κοίλη εάν και μόνο εάν, το διαφορικό δεύτερης τάξης είναι παντού θετικά ορισμένο. **Σ. Λ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ



ΘΕΜΑ 1

1. Οι ποσότητες που μεγιστοποιούν το κέρδος είναι $q_1 = \frac{45}{7}$, $q_2 = 125/21$, $q_3 = 5$
2. Το ποσοστό του κεφαλαίου K έτσι ώστε εάν ο παράγοντας της εργασίας αυξηθεί κατά 4% η παραγωγή να αυξηθεί κατά 1% ισούται με 3.5%.

ΘΕΜΑ 2

1. Η λύση της είναι $y = cx^{-2} + \frac{x^2}{4} =$
2. Οι τιμές ισούται με $P_1 = \frac{931}{179}$, $P_2 = \frac{1817}{179}$, $P_3 = 550/179$
3. Το άθροισμα των ελαστικοτήτων ισούται με 1.
4. Η τιμή της εσσιανής ορίζουσας της συνάρτησης παραγωγής $Q(K, L, E) = K^2 L^2 E^3$ στο σημείο $A(1, 1, 1)$ ισούται με 72.
5. Ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης (MRTS) για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cL^{0.6}K^{0.4}$ ($K = L = 1$) είναι 1.5

ΘΕΜΑ 3

1. Το αποτέλεσμα είναι -348.

$$2. A^{-1} = \frac{-1}{62} \begin{bmatrix} -17 & 22 & -1 \\ -1 & 6 & -11 \\ 11 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

3.

(a) Τα ιδιοδιανύσματα δεν είναι πάντα παράλληλα μεταξύ τους **Σ**.

(b) Δύο πίνακες που έχουν την ίδια χαρακτηριστική εξίσωση και κατά συνέπεια τις ίδιες ιδιοτιμές και το ίδιο ίχνος, δεν είναι ίσοι πίνακες. **Λ**.

(c) Όταν ένας πίνακας είναι συμμετρικός τότε οι ιδιοτιμές του είναι όλες πραγματικοί αριθμοί **Σ**.

(d) Μια διπλά συνεχώς διαφορίσιμη συνάρτηση είναι αυστηρά κοίλη εάν και μόνο εάν, το διαφορικό δεύτερης τάξης είναι παντού θετικά ορισμένο. **Λ**.