



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ	
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ- 2024-2025 -Α ΟΜΑΔΑ	
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ	ΑΡ.ΜΗΤΡΩΟΥ

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3)

1. Μια επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα σε ποσότητες q_1, q_2 και q_3 με συνολικό κόστος $TC(q_1, q_2, q_3) = q_1^2 + q_1q_2 + 2q_2^2 + 2q_3q_2 + q_3^2 + q_1q_3$ χρησιμοποιώντας τις κάτωθι αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης:

$$\begin{aligned}P_1 &= 70 - 2q_1 - q_2 - q_3, \\P_2 &= 120 - q_1 - 4q_2 - 2q_3, \\P_3 &= 90 - q_1 - q_2 - 3q_3\end{aligned}$$

Να υπολογίσετε τις ποσότητες που μεγιστοποιούν το κέρδος (Μονάδες 2).



2. Για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cL^{0.4}K^{-0.2}$. Να υπολογιστεί το ποσοστό του κεφαλαίου K έτσι ώστε εάν ο παράγοντας της εργασίας αυξηθεί κατά 6% η παραγωγή να αυξηθεί κατά 2%. (Μονάδες 1)



ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 4)

1. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $xy' + 2y = x^2$. (Μονάδες 1.)



2. Η συνθήκη ισορροπίας για τρία αγαθά δίνεται ως εξής:
- $$\begin{aligned} -15P_1 + 4P_2 + 7P_3 &= -14, \\ -8P_1 + 12P_2 - 4P_3 &= 68, \\ 3P_1 + 2P_2 - 12P_3 &= -1 \end{aligned}$$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριών αγαθών. (Μονάδες 1.5)

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500
ΠΑΤΡΑ



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΑΤΡΩΝ
UNIVERSITY OF PATRAS

UNIVERSITY OF PATRAS

DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500
PATRAS, GR



3. Τα έσοδα από την πώληση δύο διαφορετικών τύπου καφέ δίνονται ως εξής $TR(Q_1, Q_2) = Q_1P_1 + Q_2P_2$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των ελαστικοτήτων (Μονάδες 0.5).

4. Να υπολογιστεί η εσσιανή ορίζουσα της συνάρτησης παραγωγής $Q(K, L, E) = KL^2E^3$ στο σημείο $A(2, 1, 2)$. (Μονάδες 0.5)



5. Να υπολογιστεί ο ρυθμός τεχνικής υποκατάστασης (MRTS) για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cL^\alpha K^\beta$ (Μονάδες 0.5)



ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3.5)

1. Η συνάρτηση συνολικού κόστους για μια επιχείρηση που παράγει δύο αγαθά δίνεται ως εξής $TC(Q_1, Q_2) = Q_1Q_2^2 + Q_1^3Q_2^2$. Η επιχείρηση γνωρίζει ότι τα δύο αυτά προϊόντα εξαρτώνται χρονικά με βάση τις παρακάτω σχέσεις $Q_1 = 2 - 3t, Q_2 = 4 + 5t$. Μπορείτε να υπολογίσετε την μεταβολή του συνολικού κόστους της επιχείρησης στον χρόνο; (Μονάδες 1)



2. Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ενός αγαθού είναι ίση με -3. Να υπολογίσετε την συνάρτηση συνολικών εσόδων εάν η ζήτηση είναι ίση με 5 όταν η τιμή ισούται με 2. (Μονάδες 1)

3. Να υπολογιστεί ο αντίστροφος του πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$ (Μονάδες 0.75).



4. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; (Μονάδες 0.75)

- (a) Τα ιδιοδιανύσματα είναι πάντα παράλληλα μεταξύ τους **Σ. Λ.**
- (b) Δύο πίνακες που έχουν την ίδια χαρακτηριστική εξίσωση και κατά συνέπεια τις ίδιες ιδιοτιμές και το ίδιο ίχνος, είναι ίσοι πίνακες. **Σ. Λ.**
- (c) Όταν ένας πίνακας είναι συμμετρικός τότε οι ιδιοτιμές του είναι όλες πραγματικοί αριθμοί **Σ. Λ.**
- (d) Μια διπλά συνεχώς διαφορίσιμη συνάρτηση είναι αυστηρά κοίλη εάν και μόνο εάν, το διαφορικό δεύτερης τάξης είναι παντού θετικά ορισμένο. **Σ. Λ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ