



ΠΡΟΟΔΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ II ΑΚ. ΕΤΟΣ 2024-2025-ΤΜΗΜΑ Α

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 10)

Α. Να υπολογιστεί ο πίνακας $B^T D$ όταν $B^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

Να λυθεί το σύστημα με την χρήση του αντίστροφου πίνακα $Bx = D$ (Μονάδες 2)

Β. Να βρείτε τον βαθμό των παρακάτω πινάκων $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & -2 \\ -4 & 2 & -2 & 4 \\ 6 & -3 & 3 & -6 \end{bmatrix}$

(Μονάδες 2.5)

Γ. Να υπολογιστεί η ορίζουσα του παρακάτω πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 8 & -4 \\ 3 & 7 & 6 & -6 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (Μονάδες 2)

Δ. Έστω ότι σε μια επαρχιακή πόλη υπάρχουν 2 πολυκαταστήματα X και Y στα οποία παρατηρούμε την κινητικότητα των πελατών τους. Το πολυκατάστημα X από τον μήνα t στον επόμενο μήνα t+1 διατηρεί το 80% της πελατείας του και κερδίζει το 40% της πελατείας του Y. Το πολυκατάστημα Y από τον μήνα t στον επόμενο μήνα t+1 διατηρεί το 60% της πελατείας του και κερδίζει το 20% της πελατείας του X. Αν x_i και y_i ο αριθμός των πελατών των X και Y κατά τον μήνα i, τότε ο αριθμός των πελατών τους κατά τον επόμενο μήνα t+1 είναι:

$$\begin{cases} x_{t+1} = 0,8 x_t + 0,4 y_t \\ y_{t+1} = 0,2 x_t + 0,6 y_t \end{cases}$$

Υπολογίστε ένα διάνυσμα (x, y) για το οποίο η μετακίνηση των πελατών από το X στο Y ή αντίστροφα να συνοδεύεται από σταθερή κατανομή πελατών (Μονάδες 2);

Ε. Αλυσίδα 4 ξενοδοχείων χρησιμοποιεί τους πίνακες $A = \begin{bmatrix} 125 & 182 & 112 \\ 210 & 150 & 175 \\ 170 & 220 & 100 \\ 250 & 170 & 220 \end{bmatrix}$ που εκφράζει

τον αριθμό διανυκτερεύσεων i ανά τετράμηνο έτους j και τον πίνακα $B = \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \\ 30 \end{bmatrix}$ που εκφράζει

την τιμή διανυκτέρευσης ανά τετράμηνο j. Πως θα υπολογίζατε την ετήσια είσπραξη κάθε ξενοδοχείου (Μονάδες 2).



Απαντήσεις

ΘΕΜΑ 1

A). $B^T D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$

B). $B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ Συνεπώς $x = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

Γ). Βαθμός 2 και 1

Δ). $D = -592$

Ε). Δηλαδή υπάρχει διάνυσμα (x, y) μη μηδενικό για το οποίο

$$\begin{bmatrix} 0,8 & 0,4 \\ 0,2 & 0,6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ για κάποιον αριθμό } \lambda;$$

$$\text{Ισοδύναμα } \begin{cases} 0,8x + 0,4y = \lambda x \\ 0,2x + 0,6y = \lambda y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (0,8 - \lambda)x + 0,4y = 0 \\ 0,2x + (0,6 - \lambda)y = 0 \end{cases}$$

Για να έχει το παραπάνω ομογενές σύστημα και μη μηδενική λύση θα πρέπει:

$$\begin{vmatrix} 0,8 - \lambda & 0,4 \\ 0,2 & 0,6 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - 1,4\lambda + 0,4 = 0$$

Άρα $\lambda = 1$ ή $\lambda = 0,4$

Ε). Άρα η ετήσια είσπραξη ανά ξενοδοχείο είναι:

- Ξενοδοχείο 1: 13.900 €
- Ξενοδοχείο 2: 15.200 €
- Ξενοδοχείο 3: 21.200 €
- Ξενοδοχείο 4: 11.050 €