



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ- ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2023-2024

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

1. Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια ατελώς ανταγωνιστική αγορά έχει συνάρτηση ολικών εσόδων $TR = 40Q - 4Q^2$ και συνάρτηση συνολικού κόστους $TC = 4Q + 2Q^2 + 10$. Ποια θεωρείτε ότι θα πρέπει να είναι η φορολογία για κάθε πωλούμενη μονάδα που θα επιβάλλει η κυβέρνηση ώστε να μεγιστοποιούνται τα φορολογικά της έσοδα; Ποια τα μέγιστα κέρδη της επιχείρησης μετά την φορολογία και ποια η τιμή πώλησης που αντιστοιχεί στην ποσότητα που μεγιστοποιούνται τα κέρδη; (Μονάδες 2.5)
2. Εάν η συνάρτηση ζήτησης ενός προϊόντος είναι $P = 2e^Q$ να υπολογιστεί η πρώτη παράγωγός για ποσότητα ίση με το μηδέν. (Μονάδες 0.5)
3. Για την παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q(L) = L^2 - 2L + 50$ να υπολογίσετε το ελάχιστο του μέσου προϊόντος. (Μονάδες 0.5)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 3.5)

1. Η συνάρτηση οριακών εσόδων δίνεται ως εξής $MR = \frac{3q-1}{\sqrt{q}}$. Ποια η συνάρτηση συνολικών εσόδων; (Μονάδες 0.75)
2. Ποιο το όριο της συνάρτησης $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4}$ στο σημείο 2. (Μονάδες 0.5)
3. Το μέγεθος του πληθυσμού σε μια πόλη εκφράζεται, με βάση τον χρόνο t , από την συνάρτηση $P(t) = 2500(2 + t^2)$. Ποιος ο ρυθμός αύξησης του πληθυσμού την χρονική στιγμή $t=15$; (Μονάδες 0.75)
4. Να υπολογίσετε το κοινωνικό πλεόνασμα ενός προϊόντος στην ισορροπία εάν οι αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς είναι $P = 100 - Q^2, P = 50 + Q^2$ (Μονάδες 1.5)



ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3.5)

1. Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια ατελώς ανταγωνιστική αγορά έχει συναρτήσεις ζήτησης και κόστους $D(Q) = -\frac{2}{3}Q^2 - 8Q + 1300$, $C(Q) = -2Q^2 + 100Q + 2000$ αντίστοιχα ($0 \leq Q \leq 40$). Να υπολογίσετε τον αριθμό των μονάδων και την τιμή που μεγιστοποιούνται τα συνολικά κέρδη. Να βρεθεί επίσης το πλεόνασμα του καταναλωτή εάν το προϊόν πωλείται στην τιμή που μεγιστοποιούνται τα κέρδη. (Μονάδες 2.5)
2. Για την παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q(L) = 0.7L^{0.89}$ να υπολογίσετε το κατά πόσο, προσεγγιστικά, θα αυξηθεί η παραγωγή εάν οι εργαζόμενοι αυξηθούν από 100 σε 102. (Μονάδες 0.5)
3. Το όριο της συνάρτησης $Q(L) = \frac{L^2 \ln L - 2L^3}{e^L + 4L^3}$ όταν το $L \rightarrow 1$ είναι (Μονάδες 0.5)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Η συνάρτηση που θα κατασκευάσουμε είναι η εξής: $\Pi(Q) = -6Q^2 + (36-t)Q + 10$. Άρα η ποσότητα που ζητάμε είναι $Q^* = \frac{36-t}{12}$. Η συνάρτηση φορολογικών εσόδων δίνεται ως $T = t * Q^* = \frac{36t-t^2}{12}$ και μεγιστοποιείται για $t = 18, Q^* = \frac{3}{2}$. Γνωρίζοντας τώρα την ποσότητα μπορούμε να υπολογίσουμε τα εξής $\Pi\left(\frac{3}{2}\right) = D\left(\frac{3}{2}\right)$.
2. Η σωστή απάντηση είναι $2 \ln 2$
3. Η σωστή απάντηση είναι $\sqrt{50}$

ΘΕΜΑ 2

1. Η σωστή απάντηση είναι $2\left(q^{\frac{3}{2}} - q^{\frac{1}{3}}\right) + c$
2. Το όριο ισούται με 2.
3. Ο ρυθμός αύξησης ισούται με 75.000.
4. Το κοινωνικό πλεόνασμα ισούται με 166.66 μονάδες.

ΘΕΜΑ 3

1. Η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι $Q = 20$. Οπότε για το πλεόνασμα του καταναλωτή υπολογίζουμε το εξής ολοκλήρωμα $\int_0^{20} \left[\left(-\frac{2}{3}Q^2 - 8Q + 300\right) - 907 \right] dQ = \dots = 8400$
2. Η παραγωγή θα αυξηθεί κατά 0.7507
3. Το όριο ισούται με $\frac{-2}{e+4}$