



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ-ΙΟΥΝΙΟΣ 2019-2020 (Επί Πτυχίω)

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 2.5)

Μία επιχείρηση μπορεί να αγοράσει δύο εισροές K και L σε τιμές 18 και 8 ευρώ ανά μονάδα προϊόντος αντίστοιχα και αντιμετωπίζει τη συνάρτηση παραγωγής $Q = 24K^{0.6}L^{0.3}$. Ποια είναι η μέγιστη ποσότητα του προϊόντος που μπορεί να παράγει με προϋπολογισμό 50.000 ευρώ;

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 2.5)

Μια επιχείρηση με τρεις διαφορετικές εγκαταστάσεις αντιμετωπίζει την παρακάτω συνάρτηση κερδών $\Pi(q_1, q_2, q_3) = -24 + 839q_1 + 837q_2 + 835q_3 - 5.05q_1^2 - 5.03q_2^2 - 5.02q_3^2 - 10q_1q_2 - 10q_3q_2 - 10q_1q_3$.

Να υπολογίσετε τις ποσότητες για κάθε εγκατάσταση όπου η επιχείρηση μεγιστοποιεί τα κέρδη της. Να ελέγξετε εάν όντως το σημείο είναι μέγιστο.

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3.5)

1. Μία επιχείρηση παράγει τα αγαθά A και B τα οποία είναι συμπληρωματικά. Υπολογίστε τις συναρτήσεις οριακού εσόδου για τα δύο αγαθά εάν οι συναρτήσεις ζήτησης είναι $Q_A = 850 - 12.5P_A - 3.8P_B$, $Q_B = 936 - 4.8P_A - 24P_B$ (Μονάδες 1.5).

2. Εάν $Q = 25K^{0.4}L^{0.5}$ και $K = 0.8L^2$ ποια θα είναι η συνολική επίδραση μιας μεταβολής του L στο Q ; Υπολογίστε τις άμεσες και έμμεσες επιδράσεις. (Μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 4 (Μονάδες 1.5)

1. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $\frac{dy}{dt} = 6y + 27$ εάν η τιμή του y είναι 18 όταν ο χρόνος $t=0$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ 1**

Η συνάρτηση Lagrange έχει την εξής μορφή: $L = 24K^{0.6}L^{0.3} + \lambda(50.000 - 18K - 8L)$. Ακολουθώντας την γνωστή διαδικασία οι λύσεις είναι $K=1851.8519$, $L=2083.334$

ΘΕΜΑ 2

Υπολογίζοντας τις παραγώγους καταλήγουμε σε ένα σύστημα 3x3. Οι τελικές λύσεις είναι $Q_1 = 42$, $Q_2 = 36.6$, $Q_3 = 4.9$

ΘΕΜΑ 3

1. Ο υπολογισμός είναι εύκολος $MR_A = 68 - 0.304P_B - 0.16P_A$, $MR_B = 39 - 0.2P_A - \frac{1}{12}P_B$
2. Θα πρέπει να υπολογιστεί το παρακάτω: $\frac{dK}{dL} = 1.6L$, $\frac{dQ}{dL} = 1.6K^{-0.6}L^{1.5} + 12.5K^{0.4}L^{-0.5}$

ΘΕΜΑ 4

Η λύση είναι η παρακάτω: $y = Ae^{6t} - 4.5$