



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ- 2021-2022
(ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ)

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

1. Μια επιχείρηση λειτουργεί με βάση την παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = 24K^{0.6}L^{0.3}$ όπου K το κεφάλαιο και L η εργασία με τιμές ανά μονάδα 18 και 8 ευρώ αντίστοιχα. Ποια η μέγιστη ποσότητα του προϊόντος που μπορεί να παράγει με προϋπολογισμό 50.000 ευρώ; (Μονάδες 2.5)

2. Να υπολογίσετε το διαφορικό της συνάρτησης $Q(K, L) = 60K^{3/4}L^{1/4}$ όπου K το κεφάλαιο και L η εργασία για μεταβολές του κεφαλαίου κατά 2 μονάδες και της εργασίας κατά μία (1) όταν το κεφάλαιο και η εργασία έχουν τιμές, αρχικές, ίσες με (81.16,3240). (Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 3)

1. Για τον πληθυσμό ιαγουάρων στα δάση του Αμαζονίου την χρονική στιγμή t ισχύει ότι $\frac{dP}{dt} = 0.02P(200 - P)$. Εάν υπάρχουν μόνο 20 να υπολογιστεί ο πληθυσμός τους 10 χρόνια μετά, καθώς και μετά από πόσα χρόνια ο πληθυσμός τους θα διπλασιαστεί (Μονάδες 1.5).

2. Οι ποσότητες ισορροπίας για τρία αγαθά σε μια αγορά περιγράφονται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$2Q_1 + 3Q_2 - Q_3 = 1$$

$$4Q_1 + Q_2 + 2Q_3 = 5$$

$$Q_1 - Q_2 + Q_3 = 2$$

Ποιες ποσότητες ικανοποιούν τις παραπάνω συνθήκες; Τι παρατηρείται; (Μονάδες 1.5)

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3.5)

1. Η συνάρτηση συνολικού κόστους για μια επιχείρηση που παράγει δύο αγαθά δίνεται ως εξής $TC(Q_1, Q_2) = Q_1Q_2^2 + Q_1^3Q_2^2$. Η επιχείρηση γνωρίζει ότι τα δύο αυτά προϊόντα εξαρτώνται χρονικά με βάση τις παρακάτω σχέσεις $Q_1 = 2 - 3t$, $Q_2 = 4 + 5t$. Μπορείτε να υπολογίσετε την μεταβολή του συνολικού κόστους της επιχείρησης στον χρόνο; (Μονάδες 1)

2. Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ενός αγαθού είναι ίση με -3. Να υπολογίσετε την συνάρτηση συνολικών εσόδων εάν η ζήτηση είναι ίση με 5 όταν η τιμή ισούται με 2. (Μονάδες 1)

3. Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς για ηλεκτρικά αυτοκίνητα $Q = 2 - 0.5P + 0.02I$, $Q = -2 + 7.5P$. Κατά πόσο θα μεταβληθεί η ποσότητα ισορροπίας εάν μεταβληθεί το εισόδημα κατά 1000 ευρώ; (Μονάδες 1.5)



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Το κέρδος της επιχείρησης μεγιστοποιείται για $K=1851,85$, $L=2083,33$
2. Η απάντηση για το διαφορικό είναι $dQ = 110.65$

ΘΕΜΑ 2

1. α) 52 και β) μετά από 5.89 έτη.
2. Οι ποσότητες ισορροπίας για τρία αγαθά είναι $Q_1 = 7/5$, $Q_2 = -3/5$, $Q_3 = 0$

ΘΕΜΑ 3

1. Η μεταβολή του συνολικού κόστους της επιχείρησης στον χρόνο ισούται με $-3(4 + 5t)^2 - 9(2 - 3t)^2(4 + 5t)^2 + 10(2 - 3t)(4 + 5t) + 10(4 + 5t)^3(2 - 3t)$
2. Η συνάρτηση εσόδων είναι $TR = Q^3 \sqrt{\frac{40}{Q}}$
3. Η η ποσότητα ισορροπίας θα μεταβληθεί κατά 18,75 μονάδες.