



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ ΙΙ- 2022-2023 (ΙΟΥΛΙΟΣ)

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3)

1. Έστω ότι μια επιχείρηση έχει συνάρτηση ολικών κερδών

$$P(q_1, q_2) = 20q_1q_2 - 4q_1^2 - 5q_2^2$$

Όπου q_1 και q_2 είναι οι παραγόμενες και πωλούμενες ποσότητες των προϊόντων Q_1 , Q_2 αντίστοιχα. Για την παραγωγή κάθε μονάδας του προϊόντος Q_1 απαιτούνται 2 μονάδες ενός συντελεστή παραγωγής και για την παραγωγή κάθε μονάδας του προϊόντος Q_2 απαιτούνται 5 μονάδες του συντελεστή αυτού που διατίθεται σε 40 μονάδες. Να βρεθεί το μέγιστο κέρδος υπό την παραπάνω συνθήκη (Μονάδες 2).

2. Για την συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L) = cL^{0.4}K^{-0.2}$. Να υπολογιστεί το ποσοστό του κεφαλαίου K έτσι ώστε εάν ο παράγοντας της εργασίας αυξηθεί κατά 6% η παραγωγή να αυξηθεί κατά 2%. (Μονάδες 1)

A. 1% B.2% Γ.-1% Δ.0% E. Άλλο (.....)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 4)

1. Να λυθεί η παρακάτω διαφορική εξίσωση $y' = e^{3x-2y}$, αν $y(0) = 1$. (Μονάδες 1)

2. Η συνθήκη ισοροπίας για τρία αγαθά δίνεται ως εξής:

$$15P_1 - 4P_2 - 7P_3 = 14,$$

$$-4P_1 + 6P_2 - 2P_3 = 34,$$

$$-3P_1 - 2P_2 + 12P_3 = 1$$

Να υπολογίσετε τις τιμές των τριών αγαθών.(Μονάδες 1.5)

3. Τα έσοδα από την πώληση δύο διαφορετικών τύπου καφέ δίνονται ως εξής $TR(Q_1, Q_2) = Q_1P_1 + Q_2P_2$. Το άθροισμα των ελαστικοτήτων ισούται με..... (Μονάδες 0.75)

A. 1 B.2 Γ.-1 Δ.3 E. Άλλο (.....)

4. Να υπολογιστεί η εσσιανή ορίζουσα της συνάρτηση παραγωγής $Q(K, L, E) = KL^2E^3$ στο σημείο $A(1,1,1)$. (Μονάδες 0.75)

A. 1 B.2 Γ.-1 Δ.3 E. Άλλο (.....)

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3.5)

1. Η συνάρτηση συνολικού κόστους για μια επιχείρηση που παράγει δύο αγαθά δίνεται ως εξής $TC(Q_1, Q_2) = Q_1Q_2^2 + Q_1^3Q_2^2$. Η επιχείρηση γνωρίζει ότι τα δύο αυτά προϊόντα



εξαρτώνται χρονικά με βάση τις παρακάτω σχέσεις $Q_1 = 2 - 3t$, $Q_2 = 4 + 5t$. Μπορείτε να υπολογίσετε την μεταβολή του συνολικού κόστους της επιχείρησης στον χρόνο; (Μονάδες 1)

2. Η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή ενός αγαθού είναι ίση με -3. Να υπολογίσετε την συνάρτηση συνολικών εσόδων εάν η ζήτηση είναι ίση με 5 όταν η τιμή ισούται με 2. (Μονάδες 1)

3. Να υπολογιστεί ο αντίστροφος του πίνακα $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ (Μονάδες 0.75).

4. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή; (Μονάδες 0.75)

(α) Όταν ένας πίνακας είναι συμμετρικός τότε οι ιδιοτιμές του είναι όλες πραγματικοί αριθμοί **Σ. Λ.**

(β) Τα ιδιοδιανύσματα είναι πάντα παράλληλα μεταξύ τους **Σ. Λ.**

(γ) Δύο πίνακες που έχουν την ίδια χαρακτηριστική εξίσωση και κατά συνέπεια τις ίδιες ιδιοτιμές και το ίδιο ίχνος, είναι ίσοι πίνακες. **Σ. Λ.**

(δ) Μια διπλά συνεχώς διαφορίσιμη συνάρτηση είναι αυστηρά κοίλη εάν και μόνο εάν, το διαφορικό δεύτερης τάξης είναι παντού θετικά ορισμένο. **Σ. Λ.**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Το κέρδος της επιχείρησης μεγιστοποιείται για $Q_1=7.5$, $Q_2=5$ με τα κέρδη να ισούνται με 4000.
2. Η απάντηση είναι -2%.

ΘΕΜΑ 2

1. Η λύση της διαφορικής εξίσωσης είναι $e^{2y} = \frac{2}{3} e^{3x} + 2c, c = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{3}$
2. Οι τιμές ισορροπίας για τρία αγαθά είναι $P_1 = 4.69, P_2 = 9.39, P_3 = 2.81$
3. Σωστή απάντηση το 1.
4. Η εσσιανή ισούται με 6.

ΘΕΜΑ 3

1. Η μεταβολή του συνολικού κόστους της επιχείρησης στον χρόνο ισούται με $= -3(4 + 5t)^2 - 9(2 - 3t)^2(4 + 5t)^2 + 10(2 - 3t)(4 + 5t) + 10(4 + 5t)^3(2 - 3t)$
2. Η συνάρτηση εσόδων είναι $TR = Q^3 \sqrt{\frac{40}{Q}}$
3. Ο αντίστροφος ισούται με $A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 5 & 6 & -4 \\ 1 & -4 & 7 \\ -4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$
4. Σωστό το α.