

ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ II
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2010-2011 ΜΕΡΟΣ Β
ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Παρακάτω δίνονται 12 συνολικά ασκήσεις τις οποίες θα επιλύσετε με όποιον τρόπο θέλετε. Οι συγκεκριμένες ασκήσεις αντιστοιχούν σε ποσοστό 10% της συνολικής σας βαθμολογίας εάν αυτές επιλυθούν στο σύνολο τους και σωστά, και αποτελούν το δεύτερο μέρος ασκήσεων για το μάθημα των Μαθηματικών για Οικονομολόγους II. Οι ασκήσεις θα παραδοθούν μέχρι και την Δευτέρα 05/06/2010 ηλεκτρονικά στο e-mail: Kounetas@upatras.gr. Θα ήταν προτιμότερο να δοθούν με την μορφή word document και με την χρήση του προγράμματος math type ή Microsoft equation για την αναγραφή του μαθηματικού κομματιού.

Οποιαδήποτε καθυστέρηση θα σημαίνει μηδενική βαθμολόγηση.

Άσκηση 1

Το συνολικό κόστος μιας επιχείρησης που παράγει δύο αγαθά x, y δίνεται ως εξής:

$$TC = 35x^2 + 30xy + 45y^2. \text{ Να ελαχιστοποιηθεί η συνάρτηση κόστους υπό τον περιορισμό } x + 2y = 50.$$

Άσκηση 2

Η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης δίνεται ως εξής

$$Q = f(K, L, E) = 10K + 50L + 40E - 0.4K^2 - 0.35L^2 - 0.15E^2.$$

Να υπολογίσετε τις συναρτήσεις οριακής παραγωγής κάθε εισροής και τις αντίστοιχες ελαστικότητες.

Άσκηση 3

Ποιος ο βαθμός ομοιογένειας της συνάρτησης $y = [(1-s)x^{-b}]^{-1/b}$

Άσκηση 4

Να προσδιορίσετε τις μερικές παραγώγους πρώτης τάξης και την εσσιανή ορίζουσα της συνάρτησης $y = x + \ln(yz)$

Άσκηση 5

Η συνάρτηση χρησιμότητας ενός καταναλωτή δίνεται ως εξής $u(x, y) = 2x^{0.5}y^{0.25}$. Οι τιμές των αγαθών x, y δίνονται ως εξής $p_x = 2, p_y = 3$ ενώ ο καταναλωτή ξοδεύει το εισόδημα του των 45 ν.μ στα δύο παραπάνω αγαθά.

- Ποιες οι ποσότητες των δύο αγαθών που μεγιστοποιούν την χρησιμότητα του καταναλωτή;
- Ποια η μέγιστη χρησιμότητα;

Άσκηση 6

Έστω η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης $Q = KL^2$ με $K(t) = 3t^2, L(t) = 3t + 7$ K, το κεφάλαιο, L η εργασία και t ο χρόνος. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της παραγωγής στην διάρκεια του χρόνου.

Άσκηση 7

Μια μονοπωλιακή επιχείρηση παράγει τρία αγαθά με τις παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης:

$$q_1 = 100 - 0.25p_1$$

$$q_2 = 140 - 0.5p_2 \text{ με συνάρτηση κόστους } TC = 30 + 40(q_1 + q_2 + q_3)$$

$$q_3 = 70 - 0.2p_3$$

- Ποιες οι ποσότητες των αγαθών που μεγιστοποιούν τα κέρδη της επιχείρησης;
- Ποιες οι αντίστοιχες τιμές;
- Να υπολογιστούν και να σχολιαστούν οι αντίστοιχες ελαστικότητες ζήτησης.

Άσκηση 8

Δίνεται η συνάρτηση παραγωγής $Q = 10KL - \sqrt{K} - \sqrt{L}$ με $K = 0.2t + 5, L = 5e^{0.1t}, K, L > 0$. Να

υπολογίσετε την παράγωγο $\frac{dY}{dt}$ και την τιμή της για $t=0$.

Άσκηση 9

Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς για ένα αγροτικό προϊόν:

$$\begin{aligned} Q &= 4 - P + 0.04I \\ Q &= -4 + 15P \end{aligned} \quad \text{όπου } Q \text{ η ποσότητα, } P \text{ η τιμή και } I \text{ το εισόδημα.}$$

Πόσο θα μεταβληθούν η τιμή και η ποσότητα στην αγορά του αγροτικού προϊόντος εάν το εισόδημα μεταβληθεί κατά 50 ευρώ;

Άσκηση 10

Η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης είναι $Q = AK^aL^{1-a}$ όπου K το χρησιμοποιούμενο κεφάλαιο και L η εργασία και $A > 0, 0 < a < 1$ σταθερές. Να δείξετε ότι το οριακό προϊόν της εργασίας είναι θετικό και ότι είναι φθίνουσα συνάρτηση της εργασίας όταν το κεφάλαιο παραμένει σταθερό.

Άσκηση 11

Για το παρακάτω σύστημα ισορροπίας να υπολογίσετε τα $\frac{\partial K_1}{\partial E_1}, \frac{\partial L_1}{\partial E_1}$.

$$F_1(K_1, L_1, E_1, I_1) = 3K_1 + L_1^2 - E_1 - I_1^3 = 0$$

$$F_2(K_1, L_1, E_1, I_1) = K_1^3 - 2L_1 + 2E_1^3 - I_1 = 0$$

Άσκηση 12

Ένα προϊόν παράγεται με την χρήση κεφαλαίου (K) και εργασίας (L) με την σχέση

$$Q = K^{1/4}L^{1/2}. \text{ Ποιος ο ΟΛΥ (οριακός Λόγος Υποκατάστασης) πάνω στην καμπύλη ίσου}$$

προϊόντος $Q=3$ όταν χρησιμοποιούνται $K=1, L=9$ μονάδες αντίστοιχα;