

ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ II**ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2011-2012****ΠΙΝΑΚΕΣ-ΟΡΙΖΟΥΣΑ-ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ**

Παρακάτω δίνονται 9 συνολικά ασκήσεις τις οποίες θα επιλύσετε με όποιον τρόπο θέλετε. Οι συγκεκριμένες ασκήσεις αντιστοιχούν σε ποσοστό 10% (αθροιστικά) της συνολικής σας βαθμολογίας εάν αυτές επιλυθούν στο σύνολο τους και σωστά, και αποτελούν το πρώτο μέρος ασκήσεων για το μάθημα των Μαθηματικών για Οικονομολόγους II. Οι ασκήσεις θα παραδοθούν μέχρι και την Πέμπτη 31/05/2012 ηλεκτρονικά στο e-mail: Kounetas@upatras.gr. Απαραίτητη προϋπόθεση είναι να δοθούν με την μορφή word document και με την χρήση του προγράμματος math type ή Microsoft equation για την αναγραφή του μαθηματικού κομματιού. Οποιαδήποτε καθυστέρηση θα σημαίνει μηδενική βαθμολόγηση.

Άσκηση 1

Δίνεται ο πίνακας ποσοτήτων μιας επιχείρησης A $K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Να δειχθεί ότι

$$K^3 = K, (K - I)(K^2 + K + I) = 0.$$

Άσκηση 2

Δίνεται ο πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & -x & 0 \\ 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Να δείξετε ότι $A^3 = 3A^2 - 3A + I$ και να υπολογίσετε τον

αντίστροφο πίνακα του A .

Άσκηση 3

Έστω A, B δύο αντιστρέψιμοι τετραγωνικοί πίνακες. Αποδείξτε ότι η εξίσωση $B^2AB = A^{-1}$ έχει λύση ως προς B όταν υπάρχει αντιστρέψιμος πίνακας Γ τέτοιος ώστε $\Gamma^3 = A$.

Άσκηση 4

Ποιες συνθήκες πρέπει να ισχύουν ώστε ο παρακάτω πίνακας $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma & 0 \end{bmatrix}$ να είναι

διαγωνοποιήσιμος; Ποιες οι χαρακτηριστικές τιμές και τα διανύσματα του αντίστοιχου πίνακα

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 5

Να υπολογίσετε τις παρακάτω ορίζουσες:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ a-g & -g & b-g \\ b-a & -a & g-a \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} x & a & a & a \\ a & x & a & a \\ a & a & x & a \\ a & a & a & x \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a & a \\ 1 & a & 0 & a \\ 1 & a & a & 0 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 6

Ποιος ο βαθμός των παρακάτω πινάκων;

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 6 & 5 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Άσκηση 7

Να λυθούν τα παρακάτω συστήματα:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \quad (\text{Απ. } 2-k, 2-k, k)$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 4$$

$$x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 2\lambda$$

$$x_1 + x_2 - 4x_3 + x_4 = 1 \quad (\text{Απ. } 5-k-25m, k, 1-6m, m)$$

$$x_1 + x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 2$$

$$3x_1 + 3x_2 - 14x_3 - 9x_4 = 1$$

$$6x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \quad (\text{Απ. } -1,2,-1,1)$$

$$6x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 6$$

$$12x_1 + 8x_2 + x_3 + 5x_4 = 8$$

$$6x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 8$$

$$\lambda x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (\text{Απ. Περιπτώσεις για}$$

$$x_1 + \lambda x_2 + x_3 = 0 \quad \lambda = -1,2)$$

$$x_1 + x_2 + \lambda x_3 = 0$$

$$3x_1 - 3x_2 - 6x_3 - 2x_4 = 1 \quad (\text{Απ. } 1+k+m,k,1,1)$$

$$x_1 - x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 6$$

$$x_1 + x_2 + ax_3 = a^2 \quad (\text{Απ.})$$

$$x_1 + ax_2 + x_3 = a$$

$$ax_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 2 \quad (\text{Απ.})$$

$$2x_1 - x_2 + ax_3 = 1$$

$$3x_1 + x_2 + bx_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 = 4$$

$$-x_1 - 2x_2 + (\lambda - 5)x_3 = k - 1 \quad (\text{Απ.})$$

$$x_1 + \lambda x_2 + 3x_3 = 0$$

$$\lambda x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 0$$

Άσκηση 8

Έστω η παρακάτω υποθετική οικονομία τριών βιομηχανικών μονάδων Α, Β και Γ όπως παρουσιάζεται στον παρακάτω πίνακα.

Βιομηχανική Μονάδα	Ενδοβιομηχανική Ζήτηση			Τελική Ζήτηση	Συνολική Παραγωγή
	A	B	Γ		
A	90	150	225	75	540
B	135	150	300	15	600
Γ	270	200	300	130	900

Να βρεθεί η συνολική παραγωγή (x) εάν η τελική ζήτηση (h) μεταβληθεί σε 50 για την βιομηχανική μονάδα Α, 10 για την Β και 100 για την Γ.

Άσκηση 9

Μια επιχείρηση έχει τρία μεταλλεία Α, Β και Γ που παράγουν μέταλλευμα υψηλής, μέτριας και χαμηλής ποιότητας. Το μεταλλείο Α παράγει κάθε ημέρα 3 τόνους υψηλής, 4 τόνους μέτριας και 2 τόνους χαμηλής ποιότητας ενώ το Β 6,2 και 2 τόνους αντίστοιχα. Τέλος το μεταλλείο Γ παράγει 2,3 και 4 τόνους. Η επιχείρηση θα πρέπει να παραδώσει 600 τόνους υψηλής, 320

μετρίας και 110 χαμηλής ποιότητας. Ποιος ο αριθμός ημερών λειτουργίας για κάθε μεταλλείο για να εκπληρώσει τις υποχρεώσεις της;