ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500 PATRAS, GR

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι

ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2013

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3)

1. Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια ατελώς ανταγωνιστική αγορά έχει συναρτήσεις ζήτησης και κόστους $D(Q) = -\frac{2}{3}Q^2 - 8Q + 1300, C(Q) = -2Q^2 + 100Q + 2000$ αντίστοιχα $\left(0 \le Q \le 40\right)$.Να υπολογίσετε τον αριθμό των μονάδων και την τιμή που μεγιστοποιούνται τα συνολικά κέρδη. Να βρεθεί επίσης το πλεόνασμα του καταναλωτή εάν το προϊόν πωλείται στην τιμή που μεγιστοποιούνται τα κέρδη.

2. Η συνάρτηση οριακών εσόδων μιας επιχείρησης δίνεται ως εξής: $MR = Q^2 e^Q$. Ποια τα συνολικά έσοδα της συγκεκριμένης επιχείρησης;

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 2)

1. Η παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $PR(Q) = \frac{-2}{3}Q^3 + 10Q^2 + 5Q$ έχει κυρτό και κοίλο τμήμα;

2. Να υπολογίσετε προσεγγιστικά την ποσότητα $\sqrt{1.01}$ με ακρίβεια 4 δεκαδικών ψηφίων.

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 2)

1. Να υπολογίσετε το παρακάτω όριο $\lim_{x \to 0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right]$.

2. Θεωρείτε ότι η παρακάτω ροή χρηματικών μεταβολών $\sum_{t=0}^{+\infty} \frac{t^t}{2^t t!}$ συγκλίνει ή αποκλίνει;

ΘΕΜΑ 4 (Μονάδες 3)

Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια ατελώς ανταγωνιστική αγορά έχει συνάρτηση ολικών εσόδων $TR = 40Q - 4Q^2$ και συνάρτηση συνολικού κόστους $TC = 4Q + 2Q^2 + 10$. Ποια θεωρείτε ότι θα πρέπει να είναι η φορολογία t για κάθε πωλούμενη μονάδα που θα επιβάλλει η κυβέρνηση ώστε να μεγιστοποιούνται τα φορολογικά της έσοδα; Ποια τα μέγιστα κέρδη της επιχείρησης μετά την φορολογία και ποια η τιμή πώλησης που αντιστοιχεί στην ποσότητα που μεγιστοποιούνται τα κέρδη;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500 ΠΑΤΡΑ

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500 PATRAS, GR

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

1. Η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι $Q = 20$. Οπότε για το πλεόνασμα του καταναλωτή υπολογίζουμε το εξής ολοκλήρωμα $\int_0^{20}\left[\left(-\frac{2}{3}Q^2 - 8Q + 300\right) - 907\right]dQ = \ldots = 8400$

2. Το δεύτερο ολοκλήρωμα $\int Q^2 e^Q dQ = \ldots. = Q^2 e^Q - 2Qe^Q + 2e^Q + c$

ΘΕΜΑ 2

1. Εάν υπολογίσουμε την δεύτερη παράγωγο θα έχουμε ότι $PR(Q)'' = -4Q + 2$.

2. Ουσιαστικά θα πρέπει να αναπτύξουμε μια σειρά Taylor γύρω από το σημείο 0,01 για την συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x+1}$. Έτσι θα έχουμε $f(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4\times 2!} + \frac{3x^3}{8\times 3!} - \frac{15x^4}{16\times 4!} + R_5$.

ΘΕΜΑ 3

1. $\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right]$. Μετά την εφαρμογή του κανόνα D'Hospital δύο φορές έχουμε ότι $\lim\limits_{x\to 0}\left[\frac{e^x}{2e^x + xe^x}\right] = \frac{1}{2}$.

2. Χρησιμοποιώντας το κριτήριο του λόγου έχουμε ότι

$$\sum_{t=0}^{+\infty}\frac{t^t}{2^t t!} : \lim_{t\to\infty}\frac{\dfrac{(t+1)^{t+1}}{2^{t+1}(t+1)!}}{\dfrac{t^t}{2^t t!}} = \ldots = \lim_{t\to\infty}\frac{1}{2}\left(\frac{t+1}{t}\right)^t = \frac{e}{2} > 1$$

ΘΕΜΑ 4

Η συνάρτηση που θα κατασκευάσουμε είναι η εξής: $\Pi(Q) = -6Q^2 + (36-t)Q + 10$. Άρα η ποσότητα που ζητάμε είναι $Q^* = \frac{36-t}{12}$. Η συνάρτηση φορολογικών εσόδων δίνεται ως $T = t * Q^* = \frac{36t - t^2}{12}$ και μεγιστοποιείται για $t=18, Q^{*}=3/2$. Γνωρίζοντα τώρα την ποσότητα μπορούμε να υπολογίσουμε τα εξής $\Pi\left(3/2\right)=, D\left(3/2\right)$.