



ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ- ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2024-2025

ΘΕΜΑ 1 (Μονάδες 3.5)

- Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια ατελώς ανταγωνιστική αγορά έχει συνάρτηση ολικών εσόδων $TR = 40Q - 4Q^2$ και συνάρτηση συνολικού κόστους $TC = 4Q + 2Q^2 + 10$. Ποια θεωρείτε ότι θα πρέπει να είναι η φορολογία για κάθε πωλούμενη μονάδα που θα επιβάλλει η κυβέρνηση ώστε να μεγιστοποιούνται τα φορολογικά της έσοδα; Ποια τα μέγιστα κέρδη της επιχείρησης μετά την φορολογία και ποια η τιμή πώλησης που αντιστοιχεί στην ποσότητα που μεγιστοποιούνται τα κέρδη; (Μονάδες 2.5)
- Κάθε μήνα 2000 επιβάτες χρησιμοποιούν το αεροπλάνο για την γραμμή Λονδίνο-Ντόχα με εισιτήριο 2000 ευρώ. Κάθε μείωση του εισιτηρίου κατά 100 ευρώ αυξάνει του επιβάτες κατά 100. Υπολογίστε την τιμή που μεγιστοποιεί τα έσοδα της αεροπορικής εταιρείας. (Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 2 (Μονάδες 3.5)

- Η τιμή ενός και η ποσότητα παραγωγής ενός προϊόντος δίνεται ως εξής $P(t) = 15e^{0.06t}$, $Q(t) = 150e^{0.1\sqrt{t}}$. Υπολογίστε τον ρυθμό μεταβολής του εσόδου όταν $t=2$. (Μονάδες 1)
- Να υπολογίσετε το κοινωνικό πλεόνασμα ενός προϊόντος στην ισορροπία εάν οι αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς είναι $P = 100 - Q^2$, $P = 50 + Q^2$ (Μονάδες 1.5)
- Υπολογίστε το Να υπολογίσετε το παρακάτω ολοκλήρωμα $\int_3^5 \frac{dQ}{\sqrt{Q-3}}$. (Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3.5)

- Μια επιχείρηση που λειτουργεί σε μια ατελώς ανταγωνιστική αγορά έχει συναρτήσεις ζήτησης και κόστους $P(Q) = 160 - \frac{Q}{100}$, $TC(Q) = 40Q + 20000$ αντίστοιχα ($0 \leq Q \leq 40$). Να υπολογίσετε τον αριθμό των μονάδων και την τιμή που μεγιστοποιούνται τα συνολικά κέρδη. Να βρεθεί επίσης το πλεόνασμα του καταναλωτή εάν το προϊόν πωλείται στην τιμή που μεγιστοποιούνται τα κέρδη. (Μονάδες 2.5)
- Για την παρακάτω συνάρτηση παραγωγής $Q(L) = 0.7L^{0.89}$ να υπολογίσετε το κατά πόσο, προσεγγιστικά, θα αυξηθεί η παραγωγή εάν οι εργαζόμενοι αυξηθούν από 100 σε 102. (Μονάδες 0.5)
- Το όριο της συνάρτησης $Q(L) = \frac{L^2 \ln L - 2L^3}{e^L + 4L^3}$ όταν το $L \rightarrow 1$ είναι (Μονάδες 0.5)

**ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ****ΘΕΜΑ 1**

1. Η συνάρτηση που θα κατασκευάσουμε είναι η εξής: $\Pi(Q) = -6Q^2 + (36-t)Q + 10$. Άρα η ποσότητα που ζητάμε είναι $Q^* = \frac{36-t}{12}$. Η συνάρτηση φορολογικών εσόδων δίνεται ως $T = t * Q^* = \frac{36t-t^2}{12}$ και μεγιστοποιείται για $t=18, Q^* = \frac{3}{2}$. Γνωρίζοντας τώρα την ποσότητα μπορούμε να υπολογίσουμε τα εξής $\Pi\left(\frac{3}{2}\right) = D\left(\frac{3}{2}\right)$.
2. Η σωστή απάντηση είναι 2000 ευρώ

ΘΕΜΑ 2

1. Ο ρυθμός μεταβολής ισούται με 278.5
2. Το κοινωνικό πλεόνασμα ισούται με 166.66 μονάδες.
3. Η σωστή απάντηση είναι $\int_3^5 \frac{dQ}{\sqrt{Q-3}} = 2\sqrt{2}$

ΘΕΜΑ 3

1. Η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι $Q = 20$. Οπότε για το πλεόνασμα του καταναλωτή υπολογίζουμε το εξής ολοκλήρωμα $\int_0^{20} \left[\left(-\frac{2}{3}Q^2 - 8Q + 300 \right) - 907 \right] dQ = \dots = 8400$
2. Η παραγωγή θα αυξηθεί κατά 0.7507
3. Το όριο ισούται με $\frac{-2}{e+4}$