


ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι
ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2020-2021
ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)

Μια επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας παράγει ηλεκτρικό ρεύμα με βάση τις ακόλουθες συναρτήσεις κόστους και εσόδων $TC(q) = 0.2q^3 - 6q^2 + 100q + 50$, $R(q) = 225q - q^2$ όπου q η κιλοβατώρα ενέργειας που παράγει ανά ημέρα, $R(q)$ τα έσοδα και $TC(q)$ το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Εάν η παραγωγή της επιχείρησης αυξάνεται με ρυθμό 5 κιλοβατώρες ανά ημέρα όταν παράγονται 10 κιλοβατώρες, να βρεθεί ποιος ο ετήσιος ρυθμός μεταβολής των εσόδων και των κερδών της επιχείρησης. Να υπολογίσετε επίσης το επίπεδο παραγωγής στο οποίο μεγιστοποιούνται τα κέρδη της επιχείρησης και το μέγιστο κέρδος αυτής.

ΘΕΜΑ 2 (4 Μονάδες)

1. Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς $P = \frac{75}{(1+Q_D)^2}$, $P = 2 + \frac{Q_S^2}{16}$.

Να βρεθεί το πλεόνασμα παραγωγού-καταναλωτή για τιμή $P=3$ (Να γίνουν οι αντίστοιχες διαγραμματικές απεικονίσεις) (Μονάδες 1.5).

2. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4}$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^2}{(x-1)^2}$ (Μονάδες 1.5).

3. Η συνάρτηση προσφοράς για ένα αγαθό δίνεται από την σχέση $P=Q^2$. Εάν η ποσότητα αυξηθεί κατά 3% ποια η μεταβολή στην τιμή (προσεγγιστικά) (Μονάδες 1).

ΘΕΜΑ 3 (Μονάδες 3)

1. Ο πληθυσμός της Πάτρας αυξάνεται με ρυθμό $P(M) = 3 + 6\sqrt{M}$ άτομα τον μήνα με M τον αριθμό των μηνών αρχής γενομένης από σήμερα. Κατά πόσο θα αυξηθεί ο πληθυσμός τους επόμενους 6 μήνες.

2. Να υπολογίσετε το παρακάτω ολοκλήρωμα $\int_3^5 \frac{dQ}{\sqrt{Q-3}}$.



3. Δίνεται το μακροοικονομικό υπόδειγμα προσδιορισμού του εθνικού εισοδήματος $Y = C + I, C = f(Y)$ καθώς και ότι η απασχόληση A σχετίζεται με το ύψος του εθνικού εισοδήματος Y μέσω της σχέσης $A = g(Y)$. Ποιο το διαφορικό της απασχόλησης σε σχέση με το επίπεδο εθνικού εισοδήματος;



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

$$\frac{dq}{dt} = 5, \text{ για } q = 10 \Rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{dR}{dq} \frac{dq}{dt} = (225 - 2q) \times 5 = 1025$$

Εάν

$$\frac{dTC}{dt} = \frac{dTC}{dq} \frac{dq}{dt} = (0.6q^2 - 12q + 100) \times 5 = 200$$

$$\text{Ομοίως για την συνάρτηση κέρδους: } \frac{d\Pi}{dt} = \frac{dR}{dt} - \frac{dTC}{dt} = 825$$

Σε σχέση με το δεύτερο ερώτημα οι ποσότητες που μεγιστοποιούν την συνάρτηση κερδών

είναι $q=25, q=-8.33$ (απορρίπτεται). Επίσης $\frac{d^2\Pi}{dt^2} = -1.2q + 10$ οπότε για $q=10$ η δεύτερη

παράγωγος των κερδών είναι αρνητική. Το μέγιστο κέρδος με αντικατάσταση είναι 3075 ευρώ.

ΘΕΜΑ 2

1. Ο υπολογισμός των πλεονασμάτων μέσω των ολοκληρωμάτων μας δίνει αποτελέσματα $CS = 48, PS = 2.67$.

2. Τα πρώτο όριο διαιρώντας κλασσικά με x^2 τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρονομαστή δίνει αποτέλεσμα 2. Το δεύτερο όριο έπειτα από την εφαρμογή του κανόνα L'Hospital δεν υπάρχει καθώς τα πλευρικά όρια στον αριθμό 1 δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.

3. Προσεγγιστικά ισούται με 6%.

ΘΕΜΑ 3

1. Θα χρησιμοποιήσω το ολοκλήρωμα $\int_0^4 \sqrt{3+6N} dM = \dots = 34$

2. $\int_3^5 \frac{dQ}{\sqrt{Q-3}} = 2\sqrt{2}$

3. Χρησιμοποιώντας τον τύπο του διαφορικού $dA = \frac{g'(Y)}{1-f'(Y)} dI$.