ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500
ΠΑΤΡΑ

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500 PATRAS, GR

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι (ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ)

ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2025-2026

ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)

Μια επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας παράγει ηλεκτρικό ρεύμα με βάση τις ακόλουθες συναρτήσεις κόστους και εσόδων $TC(q) = 2q^3 - 8q^2 + 100q + 50, R(q) = 225q - q^2$ όπου q η κιλοβατώρα ενέργειας που παράγει ανά ημέρα, R(q) τα έσοδα και TC(q) το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Να υπολογίσετε σε ποια επίπεδο παραγωγής η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος της. Εάν τώρα συνυπολογίσουμε και την συνάρτηση εκπομπής ρύπων στο συνολικό κέρδος $E(q) = 100q - q^2$ ποια η νέα ποσότητα; Ποιο το μέγιστο κέρδος και στις δύο περιπτώσεις;

ΘΕΜΑ 2 (2 Μονάδες)

Διακόσιες χιλιάδες άτομα μετακινούνται με τον προαστιακό σιδηρόδρομο ανά έτος για την διαδρομή Κιάτο-Κόρινθος και πληρώνουν εισιτήριο 4 ευρώ. Η σιδηροδρομική εταιρεία γνωρίζει ότι ο αριθμός ατόμων που είναι διατεθειμένοι να ταξιδέψουν στην τιμή P δίνεται ως εξής: $Q = 600\left(5 - \sqrt{P}\right)$. Τι θα πρέπει να κάνει ο CEO της εταιρείας να αυξήσει ή να μειώσει την τιμή (Μονάδες 1);

Για την παρακάτω συνάρτηση $\phi(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{e^x}\right)$ να υπολογίσετε το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών και την αντίστροφή της. (Μονάδες 1)

ΘΕΜΑ 3 (3 Μονάδες)

1. Να υπολογίσετε το κοινωνικό πλεόνασμα ενός συγκεκριμένου αγαθού σε ισορροπία εάν οι αντίστροφες συναρτήσεις προσφορά και ζήτησης δίνονται αντίστοιχα ως $p = 100 - q^2, p = 50 + q^2$(*μονάδες 1.5*).

2. Τα οριακά έσοδα και το οριακό κόστος για μια επιχείρηση δίνονται με βάση τις εξισώσεις $MR = 6, MC = 4 + 0.02Q$. Εάν το σταθερό κόστος ισούται με μηδέν να υπολογίσετε τις παραγόμενες ποσότητες για τις οποίες η συγκεκριμένη επιχείρηση κατασκευάζει το προϊόν (*μονάδες 1.5*).

ΘΕΜΑ 4 (2 Μονάδες)

Α. Να μελετήσετε ως προς την σύγκλιση τις εξής δυναμοσειρές: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}, \sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} n,$

Β. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια: $\lim_{x \to +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4}, \lim_{x \to 1} \frac{\ln x^2}{(x-1)^2}$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ - ΡΙΟ 26500
ΠΑΤΡΑ

UNIVERSITY OF PATRAS
DEPARTMENT OF ECONOMICS
UNIVERSITY CAMPUS-RIO 26500 PATRAS, GR

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

Σε σχέση με πρώτο ερώτημα οι ποσότητες που μεγιστοποιούν την συνάρτηση κερδών είναι q=5.875,q=-3.54 (απορρίπτεται). Επίσης $\frac{d^2\Pi}{dt^2} < 0$. Το μέγιστο κέρδος με αντικατάσταση είναι 520,4 ευρώ. Ομοίως και για το δεύτερο ερώτημα η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι q=3.77

ΘΕΜΑ 2

Θα πρέπει να αυξήσει την τιμή καθώς η ελαστικότητα στο σημείο 4 είναι -1/3.

Το πεδίο ορισμού είναι το ανοικτό διάστημα 0 έως το άπειρο ενώ το σύνολο τιμών το μείον άπειρο έως το μηδέν. Η αντίστροφη συνάρτηση είναι $\phi^{-1}(x) = -\ln\left(1-e^{x}\right)$

ΘΕΜΑ 3

1. CS=250/3, PS=250/3. Συνεπώς το κοινωνικό πλεόνασμα είναι ίσο με 500/3.

2. Η επιχείρηση για ποσότητα Q<200 θα κατασκευάζει το προϊόν της.

ΘΕΜΑ 4

Α. Με βάση το κριτήριο του λόγου η πρώτη σειρά συγκλίνει ενώ με το κριτήριο της ρίζας η δεύτερη δυναμοσειρά συγκλίνει επίσης (και οι δύο δίνουν μηδέν αποτέλεσμα).

Β. Τα πρώτο όριο διαιρώντας κλασσικά με x^2 τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρανομαστή δίνει αποτέλεσμα 1/2. Το δεύτερο όριο έπειτα από την εφαρμογή του κανόνα L'Hospital δεν υπάρχει καθώς τα πλευρικά όρια στον αριθμό 1 δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.