


ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι (ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ)
ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)

1. Η συνάρτηση κόστους για ένα προϊόν μιας βιομηχανίας παραγωγής χάλυβα δίνεται με βάση την παρακάτω σχέση $TC(Q) = 40Q + 20000$ και η συνάρτηση τιμής $P(Q) = 160 - \frac{Q}{100}$. Να υπολογίσετε το οριακό κόστος και την ποσότητα που μεγιστοποιεί το κέρδος της βιομηχανίας (Μονάδες 1.5).

2. Να υπολογίσετε το διαφορικό της συνάρτησης $TC(Q) = Qe^{2Q+5}$ (Μονάδες 0.5).

3. Διακόσιες χιλιάδες άτομα μετακινούνται με τον προαστιακό σιδηρόδρομο ανά έτος για την διαδρομή Κιάτο-Κόρινθος και πληρώνουν εισιτήριο 4 ευρώ. Η σιδηροδρομική εταιρεία γνωρίζει ότι ο αριθμός ατόμων που είναι διατεθειμένοι να ταξιδέψουν στην τιμή P δίνεται ως εξής: $Q = 600(5 - \sqrt{P})$. Τι θα πρέπει να κάνει ο CEO της εταιρείας να αυξήσει ή να μειώσει την τιμή (Μονάδες 1);

ΘΕΜΑ 2 (4 Μονάδες)

1. Να υπολογίσετε το κοινωνικό πλεόνασμα ενός προϊόντος στην ισορροπία εάν οι αντίστροφες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς είναι αντίστοιχα $P_D = 100 - Q^2$, $P_S = 50 + Q^2$ (Μονάδες 1.5).

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα $1. \int_0^1 \frac{dQ}{Q^2}$, $2. \int_0^1 \frac{QdQ}{\sqrt{4-Q^2}}$, $3. \int_9^{10} \ln QdQ$ (Μονάδες 2.5)

ΘΕΜΑ 3 (4 Μονάδες)

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \ln x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \ln x - e^x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)^{1/x}$ (Μονάδες 1.5)

2. Να εξετάσετε ως προς την σύγκλιση την σειρά $\sum_1^n \left(\frac{2}{3}\right)^n$ (Μονάδες 0.5).

3. Για την παρακάτω συνάρτηση $\phi(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{e^x}\right)$ να υπολογίσετε το πεδίο ορισμού, το σύνολο τιμών και την αντίστροφή της. (Μονάδες 1)



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

1. Το οριακό κόστος προκύπτει εάν παραγωγίσουμε την συνάρτηση συνολικού κόστους

$$MC(Q) = 40$$

Σχηματίζοντας την συνάρτηση κέρδους και παραγωγίζοντάς την έχουμε ότι:

$$\frac{d\Pi}{dQ} = \frac{-Q}{50} + 120 = 0 \text{ Άρα η ποσότητα που μεγιστοποιεί είναι } 600 \text{ και είναι μέγιστο καθώς } \frac{d^2\Pi}{dQ^2} = \frac{-1}{50}$$

και το μέγιστο κέρδος 3400000.

2. Το διαφορικό είναι $dw = (e^{2Q+5} + 2Qe^{2Q+5})dQ$

3. Θα πρέπει να αυξήσει την τιμή καθώς η ελαστικότητα στο σημείο 4 είναι $-1/3$.

ΘΕΜΑ 2

Το κοινωνικό πλεόνασμα δίνεται ως άθροισμα των CS,PS και ισούται με $500/3$.

$$1. \int_0^1 \frac{dQ}{Q^2} = +\infty$$

Τα αποτελέσματα των τριών ολοκληρωμάτων $2. \int_0^1 \frac{QdQ}{\sqrt{4-Q^2}} = 2 - \sqrt{3}$

$$3. \int_9^{10} \ln QdQ = 10\ln 10 - 9\ln 9 - 1$$

ΘΕΜΑ 3

1. Τα όρια με βάση των κανόνα το De'Hospital υπολογίζονται ως:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} (x^2 \ln x) = 0, 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + \ln x - e^x) = -\infty,$$

$$3. \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)^{1/x} = 1$$

2. Η σειρά συγκλίνει.

3. Το πεδίο ορισμού είναι το ανοικτό διάστημα 0 έως το άπειρο ενώ το σύνολο τιμών το μείον

άπειρο έως το μηδέν. Η αντίστροφη συνάρτηση είναι $\phi^{-1}(x) = -\ln(1-e^x)$.