



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι (ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ)
ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)

Μια επιχείρηση παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας παράγει ηλεκτρικό ρεύμα με βάση τις ακόλουθες συναρτήσεις κόστους και εσόδων $TC(q) = 0.2q^3 - 6q^2 + 100q + 50$, $R(q) = 225q - q^2$ όπου q η κιλοβατώρα ενέργειας που παράγει ανά ημέρα, $R(q)$ τα έσοδα και $TC(q)$ το συνολικό κόστος της επιχείρησης. Εάν η παραγωγή της επιχείρησης αυξάνεται με ρυθμό 5 κιλοβατώρες ανά ημέρα όταν παράγονται 10 κιλοβατώρες, να βρεθεί ποιος ο ετήσιος ρυθμός μεταβολής των εσόδων και των κερδών της επιχείρησης. Να υπολογίσετε επίσης το επίπεδο παραγωγής στο οποίο μεγιστοποιούνται τα κέρδη της επιχείρησης και το μέγιστο κέρδος αυτής.

ΘΕΜΑ 2 (2 Μονάδες)

Μια επιχείρηση έχει την εξής συνάρτηση παραγωγής $Q = 0.7L^{0.89}$ (θεωρούμε ότι ο μοναδικός συντελεστής παραγωγής που χρησιμοποιείται είναι η εργασία). Να βρεθεί το οριακό προϊόν της εργασίας και να εξηγήσετε τι αυτό σημαίνει. Εάν την παρούσα στιγμή η επιχείρηση αποτελείται από 100 εργάτες, να βρεθεί προσεγγιστικά η παραγωγή της εάν προσλάβει ακόμα 2 εργαζόμενους.

ΘΕΜΑ 3 (3 Μονάδες)

Η συνάρτηση οριακού κόστους μίας επιχείρησης είναι $MC = Q(1 + 3Q)^{-3/2}$ και η συνάρτηση οριακού εσόδου $MR = 25 - 16Q + Q^2$, όπου Q η παραγόμενη και πωλούμενη ποσότητα. Επιπλέον το σταθερό κόστος της επιχείρησης είναι 600 χιλιάδες ευρώ. Να υπολογίσετε την συνάρτηση κερδών και την συνάρτηση ζήτησης της επιχείρησης.

ΘΕΜΑ 4 (2 Μονάδες)

A. Να μελετήσετε ως προς την σύγκλιση τις εξής δυναμοσειρές: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$,

B. Να υπολογιστούν τα παρακάτω όρια: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 4}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x^2}{(x-1)^2}$



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

$$\frac{dq}{dt} = 5, \text{ για } q = 10 \Rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{dR}{dq} \frac{dq}{dt} = (225 - 2q) \times 5 = 1025$$

Εάν

$$\frac{dTC}{dt} = \frac{dTC}{dq} \frac{dq}{dt} = (0.6q^2 - 12q + 100) \times 5 = 200$$

Ομοίως για την συνάρτηση κέρδους: $\frac{d\Pi}{dt} = \frac{dR}{dt} - \frac{dTC}{dt} = 825$

Σε σχέση με το δεύτερο ερώτημα οι ποσότητες που μεγιστοποιούν την συνάρτηση κερδών

είναι $q=25, q=-8.33$ (απορρίπτεται). Επίσης $\frac{d^2\Pi}{dt^2} = -1.2q + 10$ οπότε για $q=10$ η δεύτερη

παράγωγος των κερδών είναι αρνητική. Το μέγιστο κέρδος με αντικατάσταση είναι 3075 ευρώ.

ΘΕΜΑ 2

Το οριακό προϊόν δίνεται $\frac{dQ}{dL} = 0.623L^{-0.11}$. Το διαφορικό της παραγωγής κατά την αύξηση

των εργαζομένων κατά δύο ισούται $dQ = 0.75$

ΘΕΜΑ 3

Οι συναρτήσεις κόστους και εσόδων υπολογίζονται με βάση τα ολοκληρώματα των οριακών

συναρτήσεων. Η συνάρτηση κόστους δίνεται $TC = -\frac{2}{3}Q(1+3Q)^{-1/2} + \frac{4}{9}(1+3Q)^{1/2} + C_0$ (για

μηδενική ποσότητα το $C_0 = 5396/9$, ενώ η συνάρτηση εσόδων δίνεται ως

$R = 25Q - 8Q^2 + \frac{1}{3}Q^3$. Σε αυτό το σημείο είναι εφικτό να υπολογίσουμε την συνάρτηση

κερδών $\Pi = RQ - TC$, καθώς και την συνάρτηση ζήτησης $P = 25 - 8Q + \frac{1}{3}Q^2$

ΘΕΜΑ 4

A. Με βάση το κριτήριο του λόγου η πρώτη σειρά συγκλίνει ενώ με το κριτήριο της ρίζας η δεύτερη δυναμοσειρά συγκλίνει επίσης (και οι δύο δίνουν μηδέν αποτέλεσμα).

B. Τα πρώτο όριο διαιρώντας κλασικά με x^2 τόσο τον αριθμητή όσο και τον παρανομαστή δίνει αποτέλεσμα 2. Το δεύτερο όριο έπειτα από την εφαρμογή του κανόνα L'Hospital δεν υπάρχει καθώς τα πλευρικά όρια στον αριθμό 1 δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.