



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι (ΕΠΙ ΠΤΥΧΙΩ)
ΚΟΥΝΕΤΑΣ ΚΩΝ/ΝΟΣ: ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΘΕΜΑ 1 (3 Μονάδες)

Μια μονοπωλιακή επιχείρηση στον κλάδο της διύλισης και παραγωγής πετρελαίου παρουσιάζει την παρακάτω συνάρτηση ζήτησης: $P = 30 - 0.75Q$ με συνάρτηση μέσου κόστους

$$AC = \frac{30}{Q} + 0.3Q + 9. \text{ Να υπολογίσετε την ποσότητα η οποία δίνει:}$$

1. Το μέγιστο εισόδημα,
2. Το ελάχιστο μέσο κόστος,
3. Τα μέγιστα κέρδη,
4. Τα μέγιστα κέρδη όταν η κυβέρνηση επιβάλλει φόρο ανά παραγόμενη μονάδα ύψους 8.4 ευρώ.

ΘΕΜΑ 2 (2 Μονάδες)

Μια επιχείρηση έχει την εξής συνάρτηση παραγωγής $Q = 0.65K^{0.79}$ (θεωρούμε ότι ο μοναδικός συντελεστής παραγωγής που χρησιμοποιείται είναι το κεφάλαιο). Να βρεθεί το οριακό προϊόν του κεφαλαίου και να εξηγήσετε τι αυτό σημαίνει. Εάν την παρούσα στιγμή η επιχείρηση έχει κεφάλαια ύψους 1000 εκ. ευρώ, να βρεθεί προσεγγιστικά η παραγωγή της εάν επιδοτηθεί με ακόμα 20 εκ. ευρώ.

ΘΕΜΑ 3 (3 Μονάδες)

Τρεις γειτονικές χώρες (το Τηγανιστάν, το Αβγατηγανιστάν και το Πιπερού) αποφάσισαν να δημιουργήσουν από κοινού μια ζώνη ελεύθερου εμπορίου. Οι συναρτήσεις οριακού κόστους για κάθε χώρα για την δημιουργία της ζώνη αυτής υπολογιτην παρακάτω ως εξής:

$$MC_T = \sqrt{Q+1}(2+Q) \quad MC_A = Q^{-3} \ln Q \quad \text{και} \quad MC_{\Pi} = \frac{1+e^{-Q}}{1+Qe^{-Q}} \quad (\text{όπου } Q \text{ το παραγόμενο προϊόν από}$$

κάθε χώρα). Να υπολογίσετε τις αντίστοιχες συναρτήσεις συνολικού κόστους για τις χώρες αυτές.



ΘΕΜΑ 4 (2 Μονάδες)

A. Να μελετήσετε ως προς την σύγκλιση τις εξής δυναμοσειρές: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$,

B. Για ποιες τιμές των α , β η παρακάτω συνάρτηση εσόδων είναι συνεχής;

$$R(Q) = \begin{cases} \alpha Q^2 + \beta Q = 6, Q < 1 \\ \gamma, Q = 1 \\ \alpha Q + \beta, Q > 1 \end{cases}$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ & ΚΑΛΟ ΚΑΛΟΚΑΙΡΙ



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1

$$TR = PQ = \dots = 30Q - 0.75Q^2$$

Για το πρώτο ερώτημα έχουμε ότι $\frac{dTR}{dQ} = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow Q = 20$, και
μεγιστοποιείται για $Q=20$.

$$\frac{d^2TR}{dQ^2} = -1.5 < 0$$

$$\frac{dAC}{dQ} = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow Q = 10, \text{ και}$$

Τώρα όσον αφορά το δεύτερο ερώτημα $\frac{d^2aC}{dQ^2} = -60Q^3 < 0$ και ελαχιστοποιείται για

$Q=10$.

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{dR}{dt} - \frac{dTC}{dt} = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow Q = 10,$$

Ομοίως για την συνάρτηση κέρδους:

$$\frac{d^2\Pi}{dt^2} = -2.1 < 0$$

Στο τέταρτο ερώτημα και σε σχέση με την ανά μονάδα επιβολή φόρου θα πρέπει να τονίσουμε ότι η συνάρτηση συνολικού κόστους αλλάζει όπως αλλάζει και η συνάρτηση των κερδών. Η τιμή που μεγιστοποιείται αυτή τώρα είναι για $Q=6$.

ΘΕΜΑ 2

Το οριακό προϊόν δίνεται $\frac{dQ}{dK} = 0.5135K^{-0.21}$. Το διαφορικό της παραγωγής κατά την αύξηση των εργαζομένων κατά δύο ισούται $dQ = 2,407$

ΘΕΜΑ 3

Οι συναρτήσεις συνολικού κόστους υπολογίζοντας τα αντίστοιχα ολοκληρώματα δίνονται ως εξής:

$$TC_T = 2 \left[\frac{Q^5}{5} + \frac{Q^3}{3} + c \right], TC_A = \frac{-\ln Q}{2Q^2} - \frac{1}{4Q^2}, TC_{\Pi} = \ln(e^Q + Q)$$



ΘΕΜΑ 4

A. Με βάση το κριτήριο του λόγου η πρώτη σειρά δίνει αποτέλεσμα 1 ενώ με το κριτήριο της ρίζας η δεύτερη δυναμοσειρά συγκλίνει (δίνει μηδέν αποτέλεσμα).

B. Οι τιμές των α, β για τις οποίες η συνάρτηση εσόδων είναι συνεχής είναι

$$a = 3, \beta = \gamma - 3 \text{ ή } a = -2, \beta = \gamma + 2$$