ΕΡΓΑΣΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ Ι ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΕΤΟΣ 2011-2012 ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ

Παρακάτω δίνονται συνολικά ασκήσεις με πολλαπλά ερωτήματα τις οποίες θα επιλύσετε με όποιον τρόπο θέλετε. Οι συγκεκριμένες ασκήσεις αντιστοιχούν σε ποσοστό 20% της συνολικής σας βαθμολογίας εάν αυτές επιλυθούν στο σύνολο τους και σωστά. Οι ασκήσεις θα παραδοθούν μέχρι και την Δευτέρα 30/01/2012 ηλεκτρονικά στο e-mail:Kounetas@upatras.gr. Οι εργασίες θα δοθούν **μόνο με την μορφή word document** και με την χρήση του προγράμματος math type ή Microsoft equation για την αναγραφή του μαθηματικού κομματιού.
Οποιαδήποτε καθυστέρηση θα σημαίνει μηδενική βαθμολόγηση.

Καλές Γιορτές με Υγεία και ευτυχισμένος ο καινούργιος χρόνος

Άσκηση 1

Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων

$1. f(x)=\sqrt{|4x-2|-|3x+6|}$, (απάντηση:$(-\infty,-\frac{4}{7}]\cup[8,+\infty)$

$2. g(x)=\frac{-2x^2+6x-4}{x^3-2x^2-5x+6}$, (απάντηση:R-{-2,1,3})

$3. f(x)=\frac{2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$ (απάντηση:R)

Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)=\frac{x^2+x}{x^2+1}$ είναι 1-1.

Άσκηση 2

Να βρεθεί το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x) = 3 - \sqrt{1 - x^2}$ (απάντηση: [2,3]). Ομοίως για την συνάρτηση $g(x)=\frac{x^2-4x+3}{x^2-1}, (απαντηση\ [-2,-1)\cup(-1,0])$

Άσκηση 3

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\frac{x}{1+x^2}, g(x)=\log(x+\sqrt{1+x^2}), h(x)=x^3-\sqrt[3]{4-x^2}$. Να εξετάσετε εάν είναι άρτιες ή περιττές.

Άσκηση 4

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=x^2-3x+2, h(x)=\left(x^2+1\right)^3$. Να υπολογιστεί η gof. Ομοίως για την συνάρτηση h(x) να ορίσετε την hohoh.

Άσκηση 5

Να μελετηθούν οι ακόλουθες συναρτήσεις
$1. f(x)=x^2-4|x|+3$
$2. g(x)=\log x$

3. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x)=\frac{(3\lambda-1)x+3}{2x+\mu-6}$. Να υπολογίσετε τα λ, μ ώστε η f(x) να έχει οριζόντια ασύμπτωτη y=4 και κατακόρυφη x=2

Άσκηση 6

Να υπολογιστούν τα όρια των παρακάτω συναρτήσεων:

$1.\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}-2}{\sqrt{x}-1}=\ldots=5/6$

$2.\lim_{x\to -\infty}(\sqrt[3]{1-x^3}+x)=\ldots=0$

$3.\lim_{x\to 0}[\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}]=\ldots=1/2$

$4.\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{\cos^2 x}}{x}=\ldots=+\infty$

$5.\lim_{x\to -\infty}\frac{x+1}{x}=\ldots=e$

$6.\lim_{x\to +\infty}\sqrt[3]{x^2+1}+x=\ldots=+\infty$

$7.\lim_{x\to 1}\left[\frac{x-1}{5}\left(\frac{3}{x-1}\right)\right]=\ldots=3/5$

$8.\lim_{x\to +\infty}\left(e^{2x}+e^{-x}\right)^{2/x}=\ldots.=6$

$9.\lim_{x\to 0}[\frac{e^{\frac{2}{x}}}{\ln 2x}]=\ldots=-\infty$

$10.\lim_{x\to 0}x^{1/x-1}=\ldots=e$

$11.\lim_{x\to +\infty}\frac{\log x}{x}=\ldots=0$

$12.\lim_{x\to 1}(x-1)^{\log x}$

$13.\lim_{x\to +\infty}x^{1/x}=\ldots=1$

$14.\lim_{x\to +\infty}\frac{e^x}{x^4}=\ldots=$

Άσκηση 7

Να μελετηθούν ως προς την συνέχεια οι παρακάτω συναρτήσεις:

1. $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-x-2l}{x-3}, x<3\\ 2l-k, x=3\\ \frac{2x^2-(2l+1)x+3k}{x-3}, x>3\end{cases}$ λ=3,κ=1

2. $g(x)=\begin{cases}\frac{3^x-1}{\ln(x+1)}, x>0\\ \ln(x+3), -3<x\le 0\end{cases}$,συνεχής

3. Να δείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=x^3-3x+1=0$ έχει μια ρίζα στο διάστημα (1,1).

4. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x)=\begin{cases}3^x+2, -1\le x<0\\ 1, x=0\\ 3^x+2, 0<x\le 1\end{cases}$ δεν έχει ούτε μέγιστη ούτε ελάχιστη τιμή στο [-1,1]. Είναι φραγμένη;

Άσκηση 8

1. Να προσεγγίσετε τη συνάρτηση $f(x)=\ln x^2$ με ένα πολυώνυμο και να υπολογίσετε τον αριθμό ln(1,25) με ακρίβεια 3 δεκαδικών ψηφίων

2. Να διατυπωθεί σε ανάπτυγμα MacLaurin η συνάρτηση $f(x)=2x^6-x^2+4x^3+4x$.

3. Για κάθε μια από τις παρακάτω συναρτήσεις να βρείτε το πολυώνυμο Taylor βαθμού n για να προσεγγίσετε τις τιμές της συνάρτησης γύρω από το σημείο x0
Σε κάθε περίπτωση να υπολογίσετε το λάθος της προσέγγισης.

$f(x)=\sqrt{x+1}$ n=4 $x_0=4$, $g(x)=e^{-2x}$ n=3 $x_0=0.5$

Άσκηση 9

Να υπολογιστούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$1.\int_0^1 \frac{3^{x+2}-2^x}{6^x}dx$ $2.\int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx$

$3.\int \frac{2x}{\sqrt{x^2+8}}dx$ $4.\int (x-6)^4 dx$

$5.\int_0^1 \left(e^x - e^{-x}\right)^2 dx$ $6.\int (x+6)\ln x\,dx$

$7.\int_1^e (1+\ln x)dx$ $8.\int \sqrt{3x^2+3x+1}dx$

$9.\int \frac{3x+5}{\sqrt{x^2+x+1}}\,dx$ $10.\int_0^1 \left(3x^2-2x+1\right)e^{3x}dx$

$11.\int_0^1 \frac{3x+1}{x^2+6x+9}dx$ $12.\int_2^6 \frac{3x^2-8x+13}{x^3+x^2-5x+3}dx$

$13.\int \frac{\sin^5 x}{\cos^7 x}dx$ $14.\int \cos^4 x\,dx$

$15.\int \frac{x}{\sqrt[3]{x+1}+\sqrt{x+1}}dx$ $16.\int_0^{+\infty} \frac{dx}{\left(x^2+1\right)^2}$

$17.\int_0^1 \ln x\,dx$ $18.\int_2^{+\infty} \frac{2x^2}{x^4-1}dx$

ΔΕΥΤΕΡΟ ΜΕΡΟΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ-ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

Άσκηση 1

Το κέρδος από την πώληση ενός προϊόντος δίνεται ως $TC(Q) = 5Q^2 + 30Q - 70$ ενώ η τιμή πώλησης από την συνάρτηση $P = 7Q + 10$.Να υπολογίσετε την ημερήσια παραγωγή ώστε το κόστος να είναι ελάχιστο.

Άσκηση 2

Ο διευθυντής ενός εργοστασίου παραγωγής μηχανών μετά από μια έρευνα στην κατασκευή 30 μονάδων βρήκε ότι ο αριθμός ωρών εργασίας που απαιτούνται εξελίσσεται με βάση την συνάρτηση $Q(t) = 1500Q^{-0.4}$. Πόσες ώρες εργασίας απαιτούνται για την κατασκευή 100 ακόμα μονάδων;

Άσκηση 3

Υποθέτουμε ότι για ένα προϊόν έχουμε εκτιμήσει τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ως εξής: $D(Q) = 120 - 0.06Q, S(Q) = 40 + 0.02Q$. Να προσδιορίσετε το πλεόνασμα καταναλωτή και παραγωγού εάν γνωρίζεται ότι $P_0 = P_1 = 60, Q_0 = Q_1 = 1000$

Άσκηση 4

Μια μονοπωλιακή επιχείρηση αποσκοπεί στην μεγιστοποίηση της ακόλουθης συνάρτησης $\Pi(q) = (100 - q)q - 25q$ όπου P=100-q και C=25q είναι οι συναρτήσεις ζήτησης και κόστους αντίστοιχα. Βρείτε την παραγομένη ποσότητα που μεγιστοποιεί τα κέρδη. (απάντηση q=37.5).

Άσκηση 6

Μια επιχείρηση έχει εκτιμήσει ότι η ζήτηση για ένα προϊόν μεταβάλλεται ανάλογα με την τιμή με την οποία χρεώνει το προϊόν της, σύμφωνα με την σχέση:

$Q = 28000 - 400P$ όπου Q είναι η ποσότητα που ζητείται από την επιχείρηση και P η τιμή του προϊόντος. Το συνολικό ετήσιο κόστος από την παραγωγή Q μονάδων ισούται με: $TC = 350000 + 300Q + 0.0015Q^2$

(α) Βρείτε πόσες μονάδες Q πρέπει να παραχθούν έτσι ώστε να μεγιστοποιηθούν τα κέρδη της επιχείρησης**.**

(β**)** Σε ποια τιμή θα πρέπει να διατίθεται το προϊόν**;**

(γ**)** Ποια θα είναι τα κέρδη της επιχείρησης**;**

(δ**)** Αν μέγιστη δυνατή παραγόμενη ποσότητα είναι 40000 μονάδες**,** ποια θα είναι η νέα άριστη ποσότητα που θα μεγιστοποιήσει τα κέρδη της επιχείρησης**;** Συγκρίνετε την νέα ποσότητα με αυτή του ερωτήματος α.

Άσκηση 7

Το σταθερό κόστος μιας επιχείρησης είναι 60 και το οριακό κόστος $MC = 7e^{0.65Q}$. Να βρεθεί η συνάρτηση του συνολικού κόστους της επιχείρησης.

Άσκηση 8

Οι καθαρές επενδύσεις μιας οικονομίας δίνονται ως $I(t) = 90t^{4/5}$. Το αρχικό απόθεμα κεφαλαίου είναι 100. Να βρεθεί η συνάρτηση αποθέματος κεφαλαίου και το απόθεμα στον χρόνο t=10.

Άσκηση 9

Σε μια βιομηχανία το οριακό κόστος παραγωγής είναι $TC(Q) = 3Q^2 - 30Q + 200$. Το συνολικό κόστος παραγωγής 3 μονάδων είναι 800. Ποιο το συνολικό κόστος παραγωγής των πρώτων 6 μονάδων;

Άσκηση 10

Η συνάρτηση παραγωγής μιας επιχείρησης δίνεται ως $Q = A_t K_t^{0.6} L_t^{0.4}, A_t = e^{0.01t}$. Εάν γνωρίζετε ότι ισχύει η σχέση $0.02Q = K_t^{'}$ και ότι K(0)=K_0 να υπολογίσετε την συνάρτηση K(t).

Άσκηση 11

Μια αυτοκινητοβιομηχανία παράγει Q χιλιάδες αυτοκίνητο ενός τύπου Α με κόστος $TC(Q) = Q^3 - 5Q^2 + 13Q - 20$. ΟΙ εισπράξεις της είναι Q+4 χιλιάδες ευρώ ανά χιλιάδα αυτοκινήτων. Να υπολογίσετε τις πωλήσεις που δίνουν το μέγιστο κέρδος. Εάν η βιομηχανία σταματήσει την παραγωγή την στιγμή όπου τα κέρδη θα μηδενιστούν πόσα τελικά αυτοκίνητα θα παραχθούν;

Άσκηση 12

Δίνεται η παρακάτω συνάρτησης ζήτησης για ένα αγαθό Α $Q = 80 - P^2$**.**

(α**)** Να βρείτε τις τιμές για τις οποίες η συνάρτηση ζήτησης είναι ελαστική**,** ανελαστική ή έχει μοναδιαία ελαστικότητα**.**

(β**)** Να βρείτε την τιμή στην οποία μεγιστοποιούνται τα συνολικά έσοδα**.**

Άσκηση 13

Έστω η συνάρτηση $Q = aP^b$

(α**)** Ποιες συνθήκες πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι **α** και **b** προκειμένου η παραπάνω συνάρτηση να είναι συνάρτηση ζήτησης ενός προϊόντος**;**

(β**)** Να βρείτε τη συνάρτηση οριακού εσόδου**.**

(γ**)** Να βρείτε τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιεί η παράμετρος **α** προκειμένου το οριακό έσοδο να είναι θετικό**,** αρνητικό ή μηδέν**.**

Άσκηση 14

Ένας έμπορος κρασιών έχει στην κατοχή του μία κάσα σπάνιο Γαλλικό κρασί του οποίου η αξία τη χρονική στιγμή **t** είναι **V(t).** Αν το κόστος αποθήκευσης του κρασιού είναι **s** χρηματικές μονάδες ανά έτος και το επιτόκιο συνεχούς ανατοκισμού είναι **i,** να βρείτε τη συνθήκη που πρέπει να ισχύει ώστε ο έμπορος να πουλήσει το κρασί**.**