①

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΔΟΥΜΕ ΤΟΝ ΒΑΘΜΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΘΕΣΗΣ. ΑΥΤΟΣ Ο ΒΑΘΜΟΣ ΕΚΠΡΟΣΩΠΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΑ ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ.

ΒΑΣΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ:

1) ΤΟ ΕΥΡΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ d
2) ΤΟ ΕΝΔΟΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑΚΟ ΠΛΑΤΟΣ Q
3) Η ΜΕΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΜΑ
4) Η ΜΕΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΜΤΑ
5) ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΚΑΙ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ
6) Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ

---

1) ΟΡΙΣΜΟΣ d. ΕΣΤΩ X ΜΕΤΑΒΛΗΤΗ ΚΑΙ X_{MIN} = ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ ΤΙΜΗ X

X_{MAX}: ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ ΤΙΜΗ X

(2)

$$\boxed{d = X_{MAX} - X_{MIN}}$$

ΠΑΡ: ΔΙΝΕΤΑΙ Η ΜΕΣΗ ΜΗΝΙΑΙΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΚΑΠΟΙΑΣ ΠΟΛΗΣ. Η ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΚΥΜΑΙΝΕΤΑΙ ΑΠΟ 1° ΕΩΣ 40°
(ΙΑΝ=2°, ΦΕΒ=1°, ΜΑΡ=4°, ..., ΑΥΓ=40°, ..., ΔΕΚ=3°)
ΤΟ ΕΥΡΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΕΙΝΑΙ $d = 40 - 1 = 39°$

ΟΧΙ ΑΞΙΟΠΙΣΤΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΟΤΙ ΕΞΑΡΤΑΤΑΙ ΜΟΝΟ ΑΠΟ ΤΙΣ 2 ΑΚΡΑΙΕΣ ΤΙΜΕΣ. ΕΠΙΣΗΣ ΔΕΝ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΖΕΙ ΑΠΟ ΜΟΝΟ ΤΟΥ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΧΗ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ.

ΧΡΗΣΗ ΣΤΗΝ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑ, ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΑ

2) $Q = Q_3 - Q_1 \leftrightarrow$ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΕΙ ΤΟ 50% ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΗΣ X. (→ ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑ)

ΜΙΚΡΟ Q → ΜΙΚΡΗ ΔΙΑΣΠΟΡΑ

(ΗΜΙΕΝΔΟΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑΚΟ ΠΛΑΤΟΣ $DQ = Q/2$)

Q ΚΑΙ DQ ΔΕΝ ΕΠΗΡΕΑΖΟΝΤΑΙ ΑΠΟ ΑΚΡΑΙΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ X.

3

ΣΧΕΤΙΚΟ ΕΝΔΟΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΑΚΟ ΠΛΑΤΟΣ (CQ): ΑΝ Χ ΚΑΙ Y ΔΕΝ ΜΕΤΡΟΝΤΑΙ ΣΤΙΣ ΙΔΙΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ ΠΩΣ ΘΑ ΣΥΓΚΡΙΝΑΜΕ $Q(X)$ ΜΕ $Q(Y)$;

ΠΑΡ: X = ΩΡΕΣ, Y = ΔΡΧ (Ή ΕΥΡΩ)

ΟΡΙΖΟΥΜΕ $CQ(X) = \dfrac{Q_3(X) - Q_1(X)}{|M(X)|}$

$CQ(Y) = \dfrac{Q_3(Y) - Q_1(Y)}{|M(Y)|}$

$M(X) = 7.5$ $\quad$ $M(Y) = 10.000$

$Q_1(X) = 4$ $\quad$ $Q_1(Y) = 8000$

$Q_3(X) = 9$ $\quad$ $Q_3(Y) = 12000$

$\rightarrow Q(X) = 9 - 4 = 5$ $\quad$ $Q(Y) = 12000 - 8000 = 4000$

ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΥΓΚΡΙΣΙΜΑ.

$CQ(X) = \dfrac{5}{7.5} = 0.67$ (ΟΧΙ ΜΟΝΑΔΕΣ) $= 67\%$

$CQ(Y) = \dfrac{4000}{10000} = 0.4 = 40\%$ (ΟΧΙ ΜΟΝΑΔΕΣ)

$\rightarrow$ ΣΥΓΚΡΙΣΙΜΑ ($\rightarrow$ ΔΕΙΚΤΕΣ)

X ΠΙΟ ΔΙΕΣΠΑΡΜΕΝΗ ΑΠΟ Y

$\Leftrightarrow$ Y ΠΙΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΗ ΑΠΟ X
(ΓΥΡΩ ΑΠΟ $M(Y)$) (ΓΥΡΩ ΑΠΟ $M(X)$)

④

3) ΜΕΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΜΑ)

ΕΣΤΩ Χ ΔΙΑΚΡΙΤΗ (ΤΙΜΕΣ $x_1, \ldots, x_k$
ΣΥΧΝ $n_1, \ldots, n_k$)

X	x_1	x_2	$\ldots$	x_k
n	n_1	n_2		n_k

$n = \sum_{i=1}^{k} n_i$

ΜΑ ΑΠΟ ΤΙΜΗ x_0:

$MA_{x_0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i |x_i - x_0|$ ΣΤΑΘΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

ΑΝ Χ ΣΥΝΕΧΗΣ → ΙΔΙΟΣ ΤΥΠΟΣ ΜΕ x_i
ΚΕΝΤΡΑ ΤΑΞΕΩΝ

ΜΑ ΚΑΛΥΤΕΡΗ ΑΠΟ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΕΣ ΔΙΟΤΙ ΛΑΜΒΑΝΕΙ ΥΠΟΨΗ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ (ΣΤΟΙΧΕΙΑ) ΚΑΙ ΕΠΗΡΕΑΖΕΤΑΙ ΑΠΟ ΑΥΤΕΣ.

ΟΜΩΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΙΔΙΑΙΤΕΡΑ ΧΡΗΣΙΜΗ ΔΙΟΤΙ ΔΕΝ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΑΛΓΕΒΡΙΚΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ.

MA_{x_0} ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΓΙΑ $x_0 = M$.

– ΣΧΕΤΙΚΗ ΜΕΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΣΜΑ)

$$ΣΜΑ_M = \frac{MA_M}{|M|} \quad \left(\text{Ή } \frac{MA_M}{|M|} \times 100\%\right)$$

(ΑΠΛΗ ΜΟΡΦΗ $MA_{x_0} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |x_i - x_0|$)

5

4) ΜΕΣΗ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ (ΜΤΑ)

$$MTA_{x_0} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - x_0)^2 \quad , \quad X \text{ ΔΙΑΚΡΙΤΗ}$$

(ΙΔΙΕΣ ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΕΙΣ ΜΕ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 3)

ΚΑΙ $n_1 + \dots + n_k = n$

→ ΣΤΑΘΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

ΑΝ X ΣΥΝΕΧΗΣ → ΙΔΙΟΣ ΤΥΠΟΣ ΜΕ x_i ΚΕΝΤΡΑ ΤΑΞΕΩΝ

MTA_{x_0} ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΕΙΤΑΙ ΓΙΑ $x_0 = \bar{X}$

(ΒΛ. ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΙΔΙΟΤΗΤΑ $\bar{X}$)

ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ $MTA_{x_0} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})^2 + (\bar{X} - x_0)^2$

(ΔΙΟΤΙ $x_i - x_0 = (x_i - \bar{X}) + (\bar{X} - x_0)$ ΚΑΙ $\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})(\bar{X} - x_0) = 0$)

5) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i (x_i - \bar{X})^2$ ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ (ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ) ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΙΖΕΤΑΙ ΜΕ σ^2.

↓

ΣΤΑΘΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ

(ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΜΟΡΦΗ $MTA_{x_0} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - x_0)^2$

ΚΑΙ $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum (x_i - \bar{X})^2$)

* <u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ</u>: ΓΙΑ $x_0 = \bar{X}$ ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ $MTA_{\bar{X}} = \sigma^2$

σ^2 = ΠΟΛΥ ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ ΜΕΤΡΟ ΔΙΑΣΠΟΡΑΣ

⑥

ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - \bar{x}^2$

(ΣΤΑΘΜΙΚΗ ΜΟΡΦΗ)

ΚΑΙ $\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$

(ΑΠΛΗ ΜΟΡΦΗ)

(ΔΙΟΤΙ: $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i^2 - 2\bar{x}x_i + \bar{x}^2)$

$= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2\bar{x}\sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n}\bar{x}^2\right)$

$= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - 2n\bar{x}^2 + n\bar{x}^2\right)$

$= \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)$)

ΠΑΡ: Χ ΔΙΑΚΡΙΤΑ

X: 25 18 19 27 16 22

$\bar{x} = 21.17$

$x_1 - \bar{x} = 25 - 21.17 = 3.83$, $x_2 - \bar{x} = -3.17$,

$\ldots$, $x_6 - \bar{x} = 0.83$

$\Rightarrow (x_1-\bar{x})^2 = 14.67$, $(x_2-\bar{x})^2 = 10.05$, $\ldots$

$\ldots$, $(x_6-\bar{x})^2 = 0.69$

$\boxed{\sigma^2 = \frac{1}{6}[14.67 + 10.05 + \cdots + 0.69] = 15.14}$ = ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΩΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ Χ ΓΥΡΩ ΑΠΟ $\bar{x}$.

7

- ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ: ΕΙΝΑΙ Η ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΗ ΡΙΖΑ ΤΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΔΗΛΑΔΗ σ.

ΣΤΟ ΠΑΡ: $\boxed{\sigma = \sqrt{15.14} = 3.89}$

ΑΝ Χ ΣΕ ΟΜΑΔΟΠΟΙΗΜΕΝΗ ΜΟΡΦΗ ΔΟΥΛΕΥΟΥΜΕ ΟΠΩΣ ΜΕ ΤΟΝ ΑΡΙΘ. ΜΕΣΟ, ΔΗΛΑΔΗ ΠΑΙΡΝΟΥΜΕ ΩΣ X_i ΤΑ ΚΕΝΤΡΑ ΤΩΝ ΤΑΞΕΩΝ

ΠΑΡ:

X:	[0, 20)	[20, 40)	[40, 60)	[60, 80)	[80, 100)
n:	5	15	30	20	10

(ΑΠ. $\bar{X} = 53.75$, $\sigma = 21.47$, $\sigma^2 = 460.9$)

б) ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ (ΔΕΙΚΤΗΣ) ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΤΗΤΑΣ (—) ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΣΧΕΤΙΚΗ ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

ΓΙΑ ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΩΝ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ (ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΙΔΙΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ)

ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ: $CV = \frac{\sigma}{|\bar{X}|}$ Ή $\frac{\sigma}{|\bar{X}|} \cdot 100\%$

(COEFFICIENT OF VARIATION)

(8)

ΠΑΡ: ΤΟ ΜΕΣΟ ΗΜΕΡΟΜΙΣΘΙΟ ΤΩΝ ΕΡΓΑΖΟΜΕΝΩΝ ΕΙΝΑΙ $\bar{X}_1 = 10000$ (ΔΡΧ) ΜΕ ΤΥΠ. ΑΠΟΚΛΙΣΗ $\sigma_1 = 3000$ (ΔΡΧ), ΚΑΙ Ο ΜΕΣΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ ΗΜΕΡΟΜΙΣΘΙΩΝ ΠΟΥ ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΗΣΑΝ ΚΑΠΟΙΟ ΜΗΝΑ ΕΙΝΑΙ $\bar{X}_2 = 16$ (ΗΜΕΡΕΣ) ΜΕ ΤΥΠ. ΑΠΟΚΛΙΣΗ $\sigma_2 = 4.8$ (ΗΜΕΡΕΣ). ΠΟΙΑ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΙΝΑΙ ΠΙΟ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΜΕΝΗ ΓΥΡΩ ΑΠΟ ΑΡΙΘ. ΜΕΣΟ ΤΗΣ;

ΑΠ: ΣΤΟ ΠΑΡ. ΑΥΤΟ ΕΧΟΥΜΕ 2 ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ ΠΟΥ ΕΧΟΥΝ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ → ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΓΙΝΕΙ ΧΡΗΣΗ CV

$$CV_1 = \frac{\sigma_1}{|\bar{X}_1|} = 0.3 = 30\%$$

$$CV_2 = \frac{\sigma_2}{|\bar{X}_2|} = 0.3 = 30\%$$

$\Leftrightarrow$ ΙΔΙΟΣ ΒΑΘΜΟΣ ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΣΗΣ.

9

ΒΑΣΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ:

- ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΣΤΑΘΕΡΑΣ α ΕΙΝΑΙ 0.

(ΔΙΟΤΙ ΑΝ $X_1 = X_2 = \dots = X_n = \alpha$

$\to \bar{X} = \alpha$ ΚΑΙ $\sigma_\alpha^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2$

$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\alpha - \alpha)^2 = 0$)

- $\sigma^2_{X\pm\alpha} = \sigma^2_X$ (ΔΕΝ ΑΛΛΑΖΕΙ Η ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΑΝ ΠΡΟΣΘΕΣΟΥΜΕ/ΑΦΑΙΡΕΣΟΥΜΕ α ΣΕ ΚΑΘΕ ΤΙΜΗ)

(ΔΙΟΤΙ $\sigma^2_{X\pm\alpha} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}[(X_i \pm \alpha) - (\bar{X} \pm \alpha)]^2}{n}$)

- ΑΝ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΟΥΜΕ/ΔΙΑΙΡΕΣΟΥΜΕ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ X_i ΜΕ ΜΙΑ ΣΤΑΘΕΡΑ α ΤΟΤΕ Η ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΕΤΑΙ/ΔΙΑΙΡΕΙΤΑΙ ΜΕ α^2.

$\sigma^2_{\alpha X} = \alpha^2 \sigma^2_X$

- ΕΣΤΩ $Y_i = \alpha + \beta X_i \to \sigma^2_Y = \beta^2 \sigma^2_X$

* <u>ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ</u>: ΑΝ ΓΝΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΙΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΕΙΣ 2 ΥΠΟΠΛΗΘΥΣΜΩΝ ΠΟΥ ΑΠΟΤΕΛΟΥΝ ΤΟΝ ΠΛΗΘΥΣΜΟ, Η ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ $\leftrightarrow$ ΠΛΕΟΝΕΚΤΗΜΑ