(1) ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

ΑΦΟΡΟΥΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΧΑΡΗ ΣΤΑ ΟΠΟΙΑ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΜΕ ΑΚΡΙΒΕΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ (Ή ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ-ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ) ΚΑΘΩΣ ΚΑΙ ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ.

ΔΙΑΚΡΙΤΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ

ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ

ΠΕΙΡΑΜΑ BERNOULLI: ΕΝΑ ΤΥΧΑΙΟ ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΙΝΑΙ BERNOULLI ΑΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΚΑΤΑΛΗΞΕΙ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΔΥΟ ΑΣΥΜΒΙΒΑΣΤΑ ΜΕΤΑΞΥ ΤΟΥΣ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΑ ΤΩΝ ΟΠΟΙΩΝ Η ΕΝΩΣΗ ΕΙΝΑΙ Ω.

1º ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟ = ΕΠΙΤΥΧΙΑ (S)

2º ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟ = ΑΠΟΤΥΧΙΑ (F)

ΔΗΛΑΔΗ $\Omega = \{S, F\}$.

②

ΚΑΙ ΕΣΤΩ $p = P(S)$ = ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

$q = q(S)$ = ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΠΟΤΥΧΙΑΣ

$= 1 - p$, ΚΑΙ $0 \leq p \leq 1$

ΠΑΡ.: ΣΤΡΙΨΙΜΟ ΚΕΡΜΑΤΟΣ, ΠΟΙΟΤΗΤΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ (ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΟ Ή ΟΧΙ), ΚΛΠ...

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΣΕ ΠΕΙΡΑΜΑ BERNOULLI ΟΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ Τ.Μ. X ΜΕ ΤΙΜΕΣ $X(S) = 1$ ΚΑΙ $X(F) = 0$, ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

$$P(X = x) = \begin{cases} p & \text{ΑΝ } X = 1 \\ q & \text{ΑΝ } X = 0 \end{cases}$$

ΤΟΤΕ X ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ BERNOULLI

ΓΡΑΦΟΥΜΕ $X \sim$ BERNOULLI ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ 1 ΚΑΙ p

$X \sim B(1, p)$ = ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ

$1 \to$ ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΓΙΝΕ 1 ΦΟΡΑ

$p \to$ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΛΠΙΔΑ $E(X) = 1 \cdot (p) + 0(1-p)$
$= p$

③

ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ VAR(X): ΓΙΑ ΝΑ ΤΗΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΣΤΕ ΤΕ $E(X^2)$:

$$E(X^2) = (1)^2 \cdot p + (0)^2 (1-p) = p$$

$$\Rightarrow VAR(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = p - p^2 = p(1-p)$$
$$= p \cdot q$$

ΕΣΤΩ ΤΩΡΑ X = ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΤΥΧΙΩΝ ΣΕ ΜΙΑ ΑΚΟΛΟΥΘΙΑ n ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ BERNOULLI (ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ ΕΝΔΕΧΟΜΕΝΟ S ΠΡΑΓΜΑΤΟΠΟΙΕΙΤΑΙ X ΦΟΡΕΣ). ΤΟΤΕ ΛΕΜΕ ΟΤΙ X ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΗΝ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΥΣ n ΚΑΙ p ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΙΖΟΥΜΕ ΩΣ $X \sim B(n,p)$. Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ BERNOULLI ΕΙΝΑΙ ΕΙΔΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΗΣ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ ΟΤΑΝ ΓΙΝΕΤΑΙ ΜΟΝΟ 1 ΠΕΙΡΑΜΑ. (ΔΗΛΑΔΗ $n=1$).

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΤΗΣ X:

$$f(x) = P(X=x) = C_n^x \, p^x \cdot q^{n-x}$$

ΓΙΑ $x = 0, 1, \dots, n$ ΚΑΙ $n = 1, 2, \dots$

Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ ΣΩΣΤΑ ΟΡΙΣΜΕΝΗ ΔΙΟΤΙ $f(x) \geq 0$ ΚΑΙ ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΙΣΧΥΕΙ ΟΤΙ

$$\sum_{x=0}^{n} P(X=x) = \sum_{x=0}^{n} C_n^x p^x q^{n-x} = (p+q)^n$$

$$= (p+1-p)^n = 1$$

ΠΑΡ. ΓΙΑ 2η ΠΡΟΥΠΟΘΕΣΗ:

- ΓΙΑ $n=1$ $\quad (p+q)^n = p+q$

$$= C_1^0 p^0 q^{1-0} + C_1^1 p^1 q^{1-1}$$

- ΓΙΑ $n=2$ $\quad (p+q)^2 = \sum_{x=0}^{2} C_n^x p^x q^{n-x}$

$$= C_2^0 p^0 q^{2-0} + C_2^1 p^1 q^{2-1} + C_2^2 p^2 q^{2-2}$$

$$= q^2 + 2pq + p^2$$

ΚΛΠ...

Η ΑΛΓΕΒΡΙΚΗ ΕΚΦΡΑΣΗ $C_n^x p^x q^{n-x}$ ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΔΙΩΝΥΜΙΚΟ ΑΝΑΠΤΥΓΜΑ Ή ΔΙΩΝΥΜΟ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ.

ΕΣΤΩ ΤΩΡΑ ΟΤΙ ΣΥΜΒΟΛΙΖΟΥΜΕ ΓΙΑ ΕΥΚΟΛΙΑ ΤΟΥΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ C_n^x ΜΕ a_x.
ΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΥΤΟΙ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΟΥΝ ΧΑΡΗ ΣΤΟ ΤΡΙΓΩΝΟ ΤΟΥ PASCAL.

5

ΤΡΙΓΩΝΟ PASCAL:

ΓΡΑΜΜΗ 0 ($n=0$)				$\boxed{1}$				→ ΔΙΑΓΩΝΙΟΣ 0 → $a_0=1$ $(x+y)^0$
$n=1$			1		1			→ ΔΙΑΓΩΝΙΟΣ 1 → $a_0=a_1=1$ $(x+y)^1$
$n=2$		1		2		1		→ $a_0=a_2=1,\ a_1=2$ $(x+y)^2$
$n=3$		1	3		3	1		⋮
$n=4$	1	4		6		4	1	
$n=5$	1	5		$\boxed{10}$	10	5	1	
⋮								

ΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΕΣ ΑΥΤΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΝΤΑΙ ΩΣ $C^{\text{ΔΙΑΓΩΝΙΟΣ}}_{\text{ΓΡΑΜΜΗ}}$

ΠΑΡ. $4 = C^1_4$

$10 = C^2_5$

<u>ΠΑΡ</u> ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ $B(n,p)$

ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΣΕ ΡΙΨΗ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΖΑΡΙΟΥ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΩΣ ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΤΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ 5, 6 ΚΑΙ ΟΛΟΥΣ ΤΟΥΣ ΑΛΛΟΥΣ ΤΟΥΣ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΑΠΟΤΥΧΙΑ.

(6)

ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ, ΑΝ ΡΙΞΟΥΜΕ ΤΟ ΖΑΡΙ 10 ΦΟΡΕΣ, ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ r ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ;

ΕΔΩ X = ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΠΙΤΥΧΙΩΝ

ΚΑΙ $X \sim B(10, \frac{1}{3})$

($\frac{1}{3}$ = ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΠΙΤΥΧΙΑΣ

ΚΑΙ 10 = ΑΡ. ΠΕΙΡΑΜΑΤΩΝ)

ΖΗΤΑΜΕ $P(X=r) = C_{10}^{r}\left(\frac{1}{3}\right)^{r}\left(\frac{2}{3}\right)^{10-r} = \cdots = 0.137$

ΝΑ ΣΗΜΕΙΩΘΕΙ ΟΤΙ $P(X \leq 10)$

$= P(X=0) + P(X=1) + \cdots + P(X=10)$

ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΕΙΝΑΙ 1

ΤΟ ΟΠΟΙΟ ΦΥΣΙΚΑ ΙΣΧΥΕΙ ΑΦΟΥ

$$\left.\begin{aligned}
P(X=0) &= C_{10}^{0}\left(\frac{1}{3}\right)^{0}\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\\
P(X=1) &= C_{10}^{1}\left(\frac{1}{3}\right)^{1}\left(\frac{2}{3}\right)^{9}\\
P(X=2) &= C_{10}^{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\left(\frac{2}{3}\right)^{8}\\
&\vdots\\
P(X=10) &= C_{10}^{10}\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\left(\frac{2}{3}\right)^{0}
\end{aligned}\right\}$$

ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΑΥΤΩΝ $= 1$

$= \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)^{10}$

$\updownarrow$

ΔΙΩΝΥΜΙΚΟ ΑΝΑΠΤΥΓΜΑ

(7)

ΑΘΡΟΙΣΤΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ

$F(x) = P(X \le x) = \sum_{k=0}^{x} C_n^k p^k q^{n-k}$ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ: ΒΑΘΜΩΤΟ

(ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΤΟ ΠΟΛΥ x ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ ΣΕ Τ.Δ. ΜΕΓΕΘΟΥΣ n)

ΠΑΡ. ΕΣΤΩ $X \sim B(4, 0.1)$

ΠΟΙΑ $f(x)$;

$f(x) = C_4^x (0.1)^x (0.9)^{4-x}$

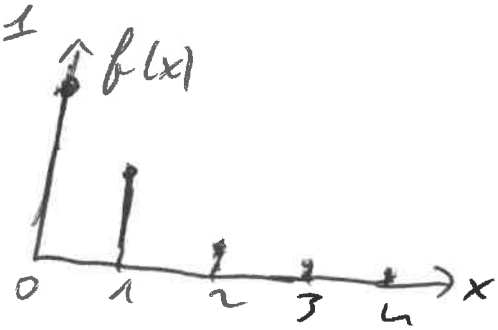
ΔΗΛΑΔΗ $f(0) = C_4^0 (0.1)^0 (0.9)^4 = 0.6561$

$f(1) = C_4^1 (0.1)^1 (0.9)^3 = 0.2916$

$f(2) = C_4^2 (0.2)^2 (0.9)^2 = 0.0486$

$f(3) = 0.0036$, $f(4) = 0.0001$

- ΣΩΣΤΑ ΟΡΙΣΜΕΝΗ
- ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ: ΑΚΙΔΩΤΟ



- ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ $F(2)$

$F(2) = f(0) + f(1) + f(2) = 0.9968$
$= P(X \le 2)$

ΦΥΣΙΚΑ $F(4) = 1$

8

ΑΛΛΟ ΠΑΡ.

ΟΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΕΣ ΕΤΑΙΡΕΙΕΣ ΓΝΩΡΙΖΟΥΝ (ΑΠΟ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΟΥ ΔΙΑΘΕΤΟΥΝ) ΟΤΙ ΕΝΑΣ ΑΝΔΡΑΣ ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΣΗΜΕΡΑ 40 ΕΤΩΝ ΕΧΕΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ $\frac{2}{3}$ ΝΑ ΖΗΣΕΙ ΑΛΛΑ 30 ΧΡΟΝΙΑ. ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ, ΟΤΑΝ ΑΣΦΑΛΙΖΟΥΝ ΣΗΜΕΡΑ 5 ΑΝΔΡΕΣ 40 ΕΤΩΝ ΝΑ ΖΟΥΝ (ΜΕΤΑ ΑΠΟ 30 ΧΡΟΝΙΑ);

1) ΤΡΕΙΣ

ΖΗΤΑΜΕ ΤΗΝ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ

$$P(X=3) = C_5^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^{5-3} = 0.165$$

2) ΤΟ ΠΟΛΥ ΕΝΑΣ

ΖΗΤΑΜΕ $F(1) = P(X \leq 1)$

$$= \sum_{x=0}^{1} C_5^x \left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{1}{3}\right)^{5-x} = C_5^0 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \left(\frac{1}{3}\right)^5 + C_5^1 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

$$= 0.045$$

ΙΔΙΟΤΗΤΑ: ΕΣΤΩ X_1 ΚΑΙ X_2 ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ Τ.Μ ΜΕ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΣ ΚΑΤΑΝΟΜΕΣ $B(n_1, p)$ ΚΑΙ $B(n_2, p)$

ΤΟΤΕ $X = X_1 + X_2 \sim B(n_1 + n_2, p)$

9

Η ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΓΕΝΙΚΕΥΕΤΑΙ ΚΑΙ ΓΙΑ $k>2$ Τ.Μ., ΔΗΛΑΔΗ

$$X_1+X_2+\cdots+X_k \sim B(n_1+n_2+\cdots n_k, p)$$

ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΕΣ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ

- ΕΠΙΚΡΑΤΕΣΤΕΡΗ ΤΙΜΗ (X^*): ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΣΧΕΣΗΣ

$$np-q<X^*<np+p$$

ΠΑΡ. ΕΣΤΩ Η ΚΑΤΑΝΟΜΗ $B(10, 0.7)$. ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ X^*.

ΕΔΩ $n=10$, $p=0.7$

$$10\times0.7-0.3<X^*<10\times0.7+0.7$$

$$\Leftrightarrow 6.7<X^*<7.7$$

ΚΑΙ ΑΦΟΥ X^* = ΑΚΕΡΑΙΟΣ ΑΡ.

$$\Rightarrow X^*=7$$

- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΛΠΙΔΑ $E(X)$:

ΜΕ ΒΑΣΗ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΙΔΙΟΤΗΤΑ, ΜΙΑ Τ.Μ. $X\sim B(n,p)$ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΓΡΑΦΘΕΙ ΩΣ $X_1+X_2+\cdots+X_n$ ΟΠΟΥ X_i $(i=1,\ldots,n)$ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΕΣ BERNOULLI Τ.Μ.

(10)

ΣΥΝΕΠΩΣ $E(X) = E(X_1 + \cdots + X_n)$

$= E(X_1) + \cdots + E(X_n)$

$= \underbrace{p + \cdots + p}_{n \text{ ΦΟΡΕΣ}} = np.$

$(X_i \sim B(1, p))$

- ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ $VAR(X)$

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΜΕ ΤΑ ΠΑΡΑΠΑΝΩ,

$VAR(X) = VAR(X_1 + \cdots + X_n)$

$= VAR(X_1) + \cdots + VAR(X_n)$

ΛΟΓΩ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ ΤΩΝ X_i

$= \underbrace{pq + \cdots + pq}_{n \text{ ΦΟΡΕΣ}} = npq$

ΠΑΡ: ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΛΠΙΔΑ ΚΑΙ Η ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΤΗΣ $B(8, 0.4)$.

ΕΔΩ $n = 8$, $p = 0.4$

ΚΑΙ $E(X) = np = 8 \times 0.4 = 3.2$

$VAR(X) = np(1-p) = 8 \times 0.4 \times 0.6$
$= 1.92$

(11)

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

$$B_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{(q-p)^2}{npq}$$

ΑΝ $q=p$: ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ
ΟΣΟ ΠΙΟ ΜΑΚΡΙΑ q ΑΠΟ p ΤΟΣΟ ΠΙΟ ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ

ΓΙΑ ΠΑΡ. ΟΠΟΥ $X \sim B(4, 0.1)$

ΕΔΩ p ΠΟΛΥ ΜΑΚΡΙΑ ΑΠΟ q

ΚΑΙ $B_1 = \frac{(0.9-0.1)^2}{4 \times 0.1 \times 0.9} = 1.77 \neq 0$

→ ΕΔΩ ΕΧΟΥΜΕ ΜΕΓΑΛΗ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑ

*ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Η ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΘΑ ΜΠΟΡΟΥΣΕ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΕΙ ΣΕ ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΟ ΠΑΡ: ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΡΙΨΕΩΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ ΖΑΡΙΟΥ ΠΟΙΑ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΝΑ ΕΡΘΕΙ Η ΕΝΔΕΙΞΗ "4" ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 1 ΦΟΡΑ;

Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΕΙ ΩΣ 1 − P(ΚΑΜΙΑ ΦΟΡΑ "4")

ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΟΥΜΕ $B(n=2, p=1/6)$

→ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ $= 1 - C_2^0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^2 = 1 - \frac{25}{36}$

$= \frac{11}{36}$

(12)

ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΣΤΗΝ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ.

ΠΑΡ. Ο ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΙ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ ΣΕ 184 ΔΕΙΓΜΑΤΑ (ΟΠΟΥ ΚΑΘΕ ΔΕΙΓΜΑ ΠΕΡΙΕΧΕΙ 7 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ)

ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ

ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΑ x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
ΑΡΙΘ. ΔΕΙΓΜΑΤΩΝ n_i	16	50	60	30	16	12	0	0

ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΟΥΜΕ ΣΕ ΚΑΘΕ ΔΕΙΓΜΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΩΝ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΩΝ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΩΝ ΜΕ ΤΗΝ ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ. ΙΔΕΑ: ΕΞΙΣΩΝΟΥΜΕ ΤΗΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΛΠΙΔΑ ΜΕ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟ ΜΕΣΟ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΟΜΗΣ. ΓΙ' ΑΥΤΟ ΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ $\bar{X} = \frac{0\times16+1\times50+\dots+7\times0}{184}$

$$\Rightarrow \bar{X} = 2.087 \quad \text{ΚΑΙ} \quad \bar{X} = np \Leftrightarrow p = \frac{\bar{X}}{n}$$

$$\Rightarrow p = \frac{2.087}{7} = 0.3$$

13

$p = 0.3$ = ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΜΦΑΝΙΣΗΣ ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΟΥ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟΥ ΣΤΟ ΔΕΙΓΜΑ.

ΣΥΝΕΠΩΣ Η ΔΙΩΝΥΜΙΚΗ ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΜΕ ΤΗΝ ΟΠΟΙΑ ΘΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ $B(7, 0.3)$

→ ΔΙΝΕΙ ΤΙΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΝΑ ΕΧΟΥΜΕ ΣΕ ΚΑΘΕ ΔΕΙΓΜΑ ΜΕ 7 ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ ΑΠΟ 0 ΕΩΣ 7 ΕΛΑΤΤΩΜΑΤΙΚΑ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΑ.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ: $P(X=1) = C_7^1 (0.3)^1 (0.7)^{7-1}$

$= 0.247$

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ $\frac{50}{184} \simeq 0.27$

ΚΑΙ ΤΟ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΥΜΕ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΤΗΣ X.

(Η ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΓΙΝΕΙ ΚΑΙ ΜΕ ΤΙΣ ~~Α~~ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ (ΑΠΟΛΥΤΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ)). ΓΙΑ $X=1$ ΣΥΓΚΡΙΝΟΥΜΕ 184×0.247 ΜΕ 50.

(14) ΕΠΙΚΡΑΤΕΣΤΕΡΗ ΤΙΜΗ: ΑΠΟ ΠΙΝΑΚΑ
ΒΛΕΠΟΥΜΕ ΟΤΙ $X^* = 2$.

ΑΠΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

$np - q < X^* < np + p$

$7 \times (0.3) - 0.7 < X^* < 7 \times (0.3) + 0.3$

$\Leftrightarrow \quad 1.4 < X^* < 2.4$

$\Leftrightarrow X^* = 2$

ΣΥΜΠΙΠΤΟΥΝ

ΑΣΚΗΣΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ Η ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΤΣΙ ΩΣΤΕ ΣΕ ΜΙΑ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ ΜΕ 4 ΠΑΙΔΙΑ ΝΑ ΥΠΑΡΧΟΥΝ: α) ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 1 ΑΓΟΡΙ
β) ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 1 ΑΓΟΡΙ ΚΑΙ 1 ΚΟΡΙΤΣΙ

(ΑΠ. α) P(ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 1 ΑΓΟΡΙ)

= 1 − P(ΚΑΝΕΝΑ ΑΓΟΡΙ)

$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{15}{16}$ ↪ ΑΛΛΟΣ ΤΡΟΠΟΣ;

β) ΑΠ. = 7/8)

γ) ΣΕ 2000 ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΕΣ ΜΕ 4 ΠΑΙΔΙΑ ΠΟΣΕΣ ΘΑ ΕΧΟΥΝ ΤΟΥΛΑΧΙΣΤΟΝ 1 ΑΓΟΡΙ; (ΑΠ. 1875)