

1^ο Ερώτημα

Έστω μια βιομηχανική επιχείρηση γαλακτοκομικών προϊόντων. Στην προσπάθειά της να διεισδύσει ακόμα περισσότερο στην αγορά γιαουρτιού παράγει μεταξύ άλλων δύο νέα προϊόντα σε οικογενειακή συσκευασία, τα οποία είναι:

- Προϊόν 1: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με άρωμα βανίλιας
- Προϊόν 2: συσκευασία ενός κιλού επιδόρπιου γιαουρτιού με κομματάκια σοκολάτας υγείας

Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

Πόρος	Προϊόν 1	Προϊόν 2	Διαθέσιμη ποσότητα πόρου
	Απαιτούμενη ποσότητα πόρου ανά μονάδα προϊόντος		
Γάλα (λίτρα)	1	1	550
Εργασία (λεπτά χρόνου)	1	3	1000
Παστερίωση και ψύξη (λεπτά χρόνου)	2	5	2000
Μέγιστη ζήτηση (μονάδες προϊόντος)	400	χωρίς όριο	
Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε λεπτά του €)	150	200	

Στόχος: Η μεγιστοποίηση του συνολικού εβδομαδιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Μεταβλητές απόφασης

x_1 : τεμάχια προϊόντος 1

x_2 : τεμάχια προϊόντος 2

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max (150x_1 + 200x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$x_1 + x_2 \leq 550$ (γάλα σε λίτρα)

$x_1 + 3x_2 \leq 1000$ (λεπτά εργασίας)

$2x_1 + 5x_2 \leq 2000$ (λεπτά παστερίωσης και ψύξης)

$x_1 \leq 400$ (ζήτηση Προϊόντος 1)

$x_1, x_2 \geq 0$ (μη αρνητικές τιμές)

$$\max 150 x_1 + 200 x_2$$

subject to

1) $x_1 + x_2 \leq 550$! (γάλα σε λίτρα)

2) $x_1 + 3 x_2 \leq 1000$! (λεπτά εργασίας)

3) $2 x_1 + 5 x_2 \leq 2000$! (λεπτά παστερίωσης και ψύξης)

4) $x_1 \leq 400$! (ζήτηση Προϊόντος 1)

end

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 93750.00

VARIABLE	VALUE
X1	325.000000
X2	225.000000

Πόσο απέχουμε από την τιμή του δεξιού μέλους του συγκεκριμένου περιορισμού (για τις συγκεκριμένες τιμές των μεταβλητών απόφασης)
Αν ισούται με μηδέν τότε ο συγκεκριμένος περιορισμός είναι δεσμευτικός

ROW SLACK OR SURPLUS

1)	0.000000
2)	0.000000
3)	225.000000
4)	75.000000

NO. ITERATIONS= 2

Έχει τιμή διάφορη του 0, για όσες μεταβλητές απόφασης δεν συμμετέχουν στη βέλτιστη λύση (έχουν τιμή 0).
Δείχνει πόσο πρέπει να αλλαχθεί η τιμή του συντελεστή μιας μεταβλητής απόφασης, που δεν συμμετέχει στη βέλτιστη λύση, ώστε να συμμετέχει σε αυτή

REDUCED COST

0.000000
0.000000

Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;

Το ποσό κατά το οποίο θα βελτιωθεί (αυξηθεί) η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αν αυξηθεί κατά μία μονάδα το δεξί μέλος του συγκεκριμένου περιορισμού

DUAL PRICES

125.000000
25.000000
0.000000
0.000000

Μπορούμε να το επαληθεύσουμε;

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES			
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	150.000000	50.000000	83.333336
X2	200.000000	250.000000	50.000000

ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΑΥΞΗΣΗ **ΕΠΙΤΡΕΠΤΗ ΜΕΙΩΣΗ**

Εντός των ορίων δεν αλλάζει η βασική λύση (δηλαδή όσες μεταβλητές ήταν διάφορες του μηδέν συνεχίζουν να είναι)

RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
1	550.000000	50.000000	216.666672
2	1000.000000	150.000000	150.000000
3	2000.000000	INFINITY	225.000000
4	400.000000	INFINITY	75.000000

Εντός των ορίων δεν αλλάζουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί

2^ο Ερώτημα

Έστω μια εταιρεία κατασκευής τραπεζιών και καρεκλών. Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται τα δεδομένα του προβλήματος, όπως έχουν προσδιοριστεί για την παραγωγή μιας μονάδας από κάθε προϊόν:

Τμήμα Παραγωγής	Απαιτούμενες ώρες για την παραγωγή 1 μονάδας		Διαθέσιμες ώρες τον μήνα
	(τραπέζια)	(καρέκλες)	
Ξυλουργείο	8 ώρες	8 ώρες	960 ώρες
Βαφείο	4 ώρες	2 ώρες	400 ώρες
Στιλβωτήριο	4 ώρες	3 ώρες	420 ώρες
Κέρδος ανά Μονάδα Προϊόντος	140€	100 €	

Στόχος: Η μεγιστοποίηση του συνολικού μηνιαίου κέρδους από την πώληση των δύο προϊόντων.

Μεταβλητές απόφασης

x_1 : τεμάχια τραπεζιών

x_2 : τεμάχια καρεκλών

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max (140x_1 + 100x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$8x_1 + 8x_2 \leq 960$ (Ώρες Ξυλουργείου)

$4x_1 + 2x_2 \leq 400$ (Ώρες Βαφείου)

$4x_1 + 3x_2 \leq 420$ (Ώρες Στιλβωτηρίου)

και $x_1, x_2 \geq 0$ (μη αρνητικές τιμές)

1. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής που μπορεί να επιτευχθεί και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών απόφασης x_1 και x_2 .
2. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
3. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
4. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή κάθε αντικειμενικού συντελεστή χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
5. Αν κάποια μεταβλητή απόφασης είναι ίση με το 0, τι πρέπει να κάνουμε για να υπάρξει λύση με την μεταβλητή αυτή να έχει τιμή διάφορη του μηδενός; Δώστε συγκεκριμένη απάντηση.
6. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 1^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
7. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 2^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
8. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 3^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
9. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
10. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
11. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.

3^ο Ερώτημα

Μια εταιρία τροφίμων επιθυμεί να παρασκευάσει μια κομπόστα αποτελούμενη από πορτοκάλι και βερίκοκο. Το κέρδος ανά 10gr πορτοκάλι που περιέχει η κομπόστα είναι 15€, ενώ για το βερίκοκο είναι 10€. Η κομπόστα αυτή θα προτείνεται ως συμπλήρωμα διατροφής υποκαθιστώντας ένα γέυμα και άρα η δοσολογία δε θα πρέπει να υπερβαίνει τις συνιστώμενες ποσότητες βιταμινών μιας ημέρας, όπως αυτές αναγράφονται στον Πίνακα που ακολουθεί:

Συστατικά	Ανά 10gr κομπόστας πορτοκαλιού	Ανά 10gr κομπόστας βερίκοκου	Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία
Βιταμίνη C	0,25	1,00	65
Βιταμίνη B	1,25	0,50	90
Θερμιδική αξία	1,00	1,00	85

Να μοντελοποιηθεί το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα Γραμμικού Προγραμματισμού.

Στόχος: Η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους από την πώληση της κομπόστας.

Μεταβλητές απόφασης

x_1 : τεμάχια 10 gr πορτοκάλι

x_2 : τεμάχια 10 gr βερίκοκο

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max (15x_1 + 10x_2)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$0,25x_1 + x_2 \leq 65$ (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία σε Βιταμίνη C)

$1,25x_1 + 0,5x_2 \leq 90$ (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία σε Βιταμίνη B)

$x_1 + x_2 \leq 85$ (Συνιστώμενη Ημερήσια Δοσολογία Θερμιδικής αξίας)

και $x_1, x_2 \geq 0$ (μη αρνητικές τιμές)

1. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής που μπορεί να επιτευχθεί και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών απόφασης x_1 και x_2 .
2. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
3. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
4. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή κάθε αντικειμενικού συντελεστή χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
5. Αν κάποια μεταβλητή απόφασης είναι ίση με το 0, τι πρέπει να κάνουμε για να υπάρξει λύση με την μεταβλητή αυτή να έχει τιμή διάφορη του μηδενός; Δώστε συγκεκριμένη απάντηση.
6. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 1^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
7. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 2^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
8. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 3^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
9. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
10. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
11. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.

4^ο Ερώτημα

Έστω μια βιομηχανική μονάδα ή οποία για την παραγωγή τεσσάρων προϊόντων Α, Β, Γ και Δ διαθέτει τρεις μηχανές M_1 , M_2 και M_3 . Στον παρακάτω Πίνακα παρουσιάζονται ο χρόνος (σε λεπτά) που απαιτείται για την επεξεργασία μιας μονάδας από το κάθε προϊόν σε κάθε μηχανή, ο διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής και το κέρδος ανά μονάδα προϊόντος (σε €).

	Χρόνος επεξεργασίας κάθε προϊόντος στις διάφορες μηχανές				Διαθέσιμος ημερήσιος χρόνος κάθε μηχανής (σε λεπτά)
	Προϊόν Α	Προϊόν Β	Προϊόν Γ	Προϊόν Δ	
Μηχανή M_1	4	2	3	1	480
Μηχανή M_2	2	3	1	3	360
Μηχανή M_3	3	0	1	0	240
Κέρδος ανά μονάδα προϊόντος	6	4	3	5	

Στόχος: Η μεγιστοποίηση του συνολικού κέρδους της βιομηχανικής μονάδας.

Μεταβλητές απόφασης

x₁: τεμάχια προϊόντος 1

x₂: τεμάχια προϊόντος 2

x₃: τεμάχια προϊόντος 3

x₄: τεμάχια προϊόντος 4

Αντικειμενική συνάρτηση: $\max (6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4)$

Περιορισμοί του προβλήματος:

$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 480$ (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής M_1)

$2x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 \leq 360$ (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής M_2)

$3x_1 + x_3 \leq 240$ (Περιορισμός διαθεσιμότητας ημερήσιου χρόνου μηχανής M_3)

και $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$ (μη αρνητικές τιμές)

1. Επιλύστε το παραπάνω πρόβλημα χρησιμοποιώντας το LINDO και βρείτε ποια είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής που μπορεί να επιτευχθεί και ποιες είναι οι τιμές των μεταβλητών απόφασης x_1 , x_2 , x_3 και x_4 .
2. Ποιοι περιορισμοί είναι δεσμευτικοί και ποιοι μη δεσμευτικοί;
3. Με ποιες τιμές είναι ίσες οι χαλαρές μεταβλητές καθώς και οι μεταβλητές πλεονάσματος;
4. Πόσο μπορεί να μεταβληθεί η τιμή κάθε αντικειμενικού συντελεστή χωρίς να αλλάξει η βάση της λύσης;
5. Αν κάποια μεταβλητή απόφασης είναι ίση με το 0, τι πρέπει να κάνουμε για να υπάρξει λύση με την μεταβλητή αυτή να έχει τιμή διάφορη του μηδενός; Δώστε συγκεκριμένη απάντηση.
6. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 1^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
7. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 2^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
8. Αν αυξηθεί/μειωθεί το δεξιό μέλος του 3^{ου} περιορισμού κατά μία μονάδα θα αυξηθεί ή θα μειωθεί η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και κατά πόσο;
9. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 1^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
10. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 2^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.
11. Πόσο μπορεί να αλλάξει η τιμή του δεξιού μέλους του 3^{ου} περιορισμού χωρίς να αλλάξουν οι δεσμευτικοί περιορισμοί, δηλαδή να είναι δεσμευτικοί αυτοί που ήταν αρχικά; Δώστε το ακριβές διάστημα τιμών.