

Επαναληπτικές Ασκήσεις

Ιανουάριος 2018

1^η Άσκηση (Γραφική επίλυση)

Να λυθεί το ακόλουθο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

$$\max R = 2X + 3Y$$

s.t.

$$X + Y \leq 10$$

$$2X + Y \geq 4$$

$$X + 3Y \leq 24$$

$$2X + Y \leq 16$$

$$X \geq 0, Y \geq 0$$

2^η Άσκηση (Μοντελοποίηση)

18. Ένας κατασκευαστής φορητών υπολογιστών παράγει τέσσερα μοντέλα, δύο με οθόνη τεχνολογίας LCD, τα οποία ονομάζονται B_1 και B_2 και δύο με οθόνη τεχνολογίας LED, τα οποία ονομάζονται C_1 και C_2 . Η κατασκευή κάθε μοντέλου απαιτεί χρόνο συναρμολόγησης και δοκιμών, ο οποίος παρουσιάζεται στον πίνακα 2.24, μαζί με το σύνολο του χρόνου που διατίθεται ανά μήνα για συναρμολόγηση και δοκιμές.

	B_1	B_2	C_1	C_2	Διαθεσιμότητα ανά μήνα
Χρόνος συναρμολόγησης (σε ώρες)	4	5	6	7.5	5,000
Χρόνος δοκιμών (σε ώρες)	1	1.5	2	3	1,250
Έσοδα (€ ανά μονάδα)	240	360	480	600	

Πίνακας 2.24

Τις οθόνες τεχνολογίας LCD τις αγοράζει ο κατασκευαστής από εργοστάσιο στη Fukusima της Ιαπωνίας. Εξαιτίας καταστροφών που έχει υποστεί η περιοχή λόγω σεισμού και του Τσουνάμι που ακολούθησε, υπάρχει μείωση στην παραγωγή που οδηγεί σε ελλείψεις. Ο υπεύθυνος πωλήσεων του εργοστασίου εκτιμά πως δεν μπορούν να αποσταλούν παραπάνω από 1,000 οθόνες τον επόμενο μήνα και από αυτές το πολύ 600 μπορεί να είναι LCD.

Ο κατασκευαστής μπορεί να διαθέσει επιπλέον ώρες για δοκιμές, προσθέτοντας μία τρίτη βάρδια στις εγκαταστάσεις παραγωγής και πληρώνοντας επιπλέον για τις υπερωρίες. Έως 500 επιπλέον ώρες μπορούν να προστεθούν με αυτό τον τρόπο, αλλά το κόστος για τις υπερωρίες θα είναι 10 € την ώρα παραπάνω από το κόστος της κανονικής ώρας εργασίας.

Ο κατασκευαστής μπορεί να πουλήσει όσους φορητούς υπολογιστές μπορεί να παράγει, ανεξάρτητα από το μοντέλο.

Ο κατασκευαστής επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα έσοδα από τους φορητούς υπολογιστές (μείον το κόστος υπερωριών) για τον επόμενο μήνα. Ζητείται να υπολογιστεί πόσοι φορητοί υπολογιστές από κάθε μοντέλο συμφέρει να παραχθούν. Μοντελοποιήστε το παραπάνω ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

3^η Άσκηση (Μοντελοποίηση)

19. Ο διευθυντής της εξυπηρέτησης επιβατών της Alpha Airlines προσπαθεί να αποφασίσει πόσες νέες αεροσυνοδούς να προσλάβει και να εκπαιδεύσει τους επόμενους έξι μήνες. Οι απαιτήσεις στο χρόνο πτήσεων των αεροσυνοδών είναι:

Μήνας	Απαιτούμενες ώρες
Ιανουάριος	9,000
Φεβρουάριος	8,000
Μάρτιος	9,000
Απρίλιος	11,000
Μάιος	10,000
Ιούνιος	13,000

Πίνακας 2.25

Το πρόβλημα περιπλέκεται από δύο παράγοντες. Χρειάζεται ένας μήνας για την εκπαίδευση των νέων αεροσυνοδών, πριν μπορέσουν να χρησιμοποιηθούν σε κανονικές πτήσεις. Ως εκ τούτου, οι προσλήψεις θα πρέπει να γίνουν ένα μήνα πριν προκύψει η ανάγκη.

Επίσης, η εκπαίδευση των νέων αεροσυνοδών απαιτεί χρόνο από ήδη εκπαιδευμένες αεροσυνοδούς. Χρειάζονται περίπου 100 ώρες κανονικής πτήσης από κάθε ασκούμενη στην περίοδο της εκπαίδευσης. Δηλαδή, από

3^η Άσκηση (Μοντελοποίηση)

τον αριθμό των διαθέσιμων ωρών πτήσης κάθε κανονικής αεροσυνοδού αφαιρούνται 100 ώρες που αφιερώνονται στην επίβλεψη μίας ασκούμενης κατά το μήνα εκπαίδευσης της τελευταίας. Επειδή όμως οι ώρες της ασκούμενης λαμβάνονται υπόψη στο σύνολο των παρεχόμενων ωρών, στην πραγματικότητα δεν υπάρχει μείωση στις ώρες που παρέχονται από την εκπαιδευμένη αεροσυνοδό.

Ο διευθυντής εξυπηρέτησης επιβατών δεν ανησυχεί για τον Ιανουάριο, επειδή υπάρχουν 70 αεροσυνοδοί διαθέσιμοι. Οι κανόνες της εταιρίας απαιτούν οι αεροσυνοδοί να μην δουλεύουν πάνω από 150 ώρες το μήνα. Αυτό σημαίνει πως ο διευθυντής έχει στην διάθεση του για τον Ιανουάριο το πολύ 10,500 ώρες (1,500 ώρες περισσότερες από τις απαιτούμενες). Οι αεροσυνοδοί δεν απολύονται σε αυτή την περίπτωση, αλλά δουλεύουν λιγότερες ώρες.

Τα αρχεία της εταιρίας έδειξαν πως το 10% των αεροσυνοδών παραιτείται για διάφορους λόγους στο τέλος κάθε μήνα.

Για την εταιρία, το κόστος για μία εκπαιδευμένη αεροσυνοδό είναι 1,500 € το μήνα (μισθός και επιπλέον επιδόματα), ανεξάρτητα πόσες ώρες εργάστηκε (φυσικά οι ώρες δεν μπορούν να ξεπεράσουν τις 150). Το κόστος κάθε ασκούμενης είναι 800 € το μήνα.

Μοντελοποιήστε τα παραπάνω ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού το οποίο θα σχεδιάσετε με σκοπό να βρείτε το ελάχιστο κόστος. Μην επιλύσετε το πρόβλημα.

4^η Άσκηση (Ανάλυση ευαισθησίας)

Ένα εργοστάσιο παράγει δύο τύπους πολύφωτων. Ένα πολύφωτο τύπου I χρειάζεται για την κατασκευή του 2 ώρες εργασίας για επίστρωση, 1 ώρα εργασίας για περάτωση κατασκευής και 3 ώρες εργασίας για συναρμολόγηση. Ένα πολύφωτο τύπου II χρειάζεται για την κατασκευή του 2 ώρες εργασίας για επίστρωση, 2 ώρες εργασίας για περάτωση κατασκευής και 1.5 ώρες εργασίας για συναρμολόγηση. Το τμήμα επίστρωσης μπορεί να εργάζεται 200 ώρες, το τμήμα περάτωσης εργασιών κατασκευής μπορεί να εργάζεται 120 ώρες και το τμήμα συναρμολόγησης μπορεί να εργάζεται 180 ώρες.

α) Αν το κέρδος κάθε πολύφωτου τύπου I είναι 50 € και το κέρδος κάθε πολύφωτου τύπου II είναι 30 € να βρεθεί η ποσότητα κάθε τύπου πολύφωτου που πρέπει να κατασκευασθεί για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του εργοστασίου.

β) Οι διαθέσιμες ώρες εργασίας στα τρία τμήματα αξιοποιούνται πλήρως;

4^η Άσκηση (Ανάλυση ευαισθησίας)

γ) Ποιες είναι οι δυϊκές ή σκιώδεις τιμές των περιορισμών;

δ) Ποιο είναι το άριστο διάστημα για τους συντελεστές της αντικειμενικής συνάρτησης;

ε) Ποιο είναι το άριστο διάστημα για τους σταθερούς όρους των περιορισμών;

στ) Αν ζητηθεί να μεταβληθεί ο σταθερός όρος ενός περιορισμού κατά μία μονάδα ποιος περιορισμός θα επιλεγεί και τι μεταβολή θα γίνει;

ζ) Έστω ότι το εργοστάσιο ξεκινά την παραγωγή ενός τρίτου τύπου πολύφωτου. Ένα πολύφωτο τύπου III χρειάζεται για την κατασκευή του 1 ώρα εργασίας για επίστρωση, 1 ώρα εργασίας για περάτωση κατασκευής και 2 ώρες εργασίας για συναρμολόγηση. Αν το κέρδος κάθε πολύφωτου τύπου III είναι 30 € να βρεθεί η ποσότητα κάθε τύπου πολύφωτου που πρέπει να κατασκευασθεί για να μεγιστοποιηθεί το κέρδος του εργοστασίου.

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 1

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3200.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
----------	-------	--------------

X	40.000000	0.000000
---	-----------	----------

Y	40.000000	0.000000
---	-----------	----------

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
-----	------------------	-------------

2)	40.000000	0.000000
----	-----------	----------

3)	0.000000	3.333333
----	----------	----------

4)	0.000000	15.555555
----	----------	-----------

NO. ITERATIONS= 1

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
----------	---------	-----------	-----------

	COEF	INCREASE	DECREASE
--	------	----------	----------

X	50.000000	9.999999	35.000000
---	-----------	----------	-----------

Y	30.000000	70.000000	5.000000
---	-----------	-----------	----------

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
-----	---------	-----------	-----------

	RHS	INCREASE	DECREASE
--	-----	----------	----------

2	200.000000	INFINITY	40.000000
---	------------	----------	-----------

3	120.000000	60.000000	60.000000
---	------------	-----------	-----------

4	180.000000	90.000000	90.000000
---	------------	-----------	-----------

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 2

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 3200.000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
----------	-------	--------------

X	40.000000	0.000000
---	-----------	----------

Y	40.000000	0.000000
---	-----------	----------

W	0.000000	4.444445
---	----------	----------

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
-----	------------------	-------------

2)	40.000000	0.000000
----	-----------	----------

3)	0.000000	3.333333
----	----------	----------

4)	0.000000	15.555555
----	----------	-----------

NO. ITERATIONS= 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
----------	---------	-----------	-----------

	COEF	INCREASE	DECREASE
--	------	----------	----------

X	50.000000	9.999999	7.999997
---	-----------	----------	----------

Y	30.000000	70.000000	5.000000
---	-----------	-----------	----------

W	30.000000	4.444444	INFINITY
---	-----------	----------	----------

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	CURRENT	ALLOWABLE	ALLOWABLE
-----	---------	-----------	-----------

	RHS	INCREASE	DECREASE
--	-----	----------	----------

2	200.000000	INFINITY	40.000000
---	------------	----------	-----------

3	120.000000	60.000000	60.000000
---	------------	-----------	-----------

4	180.000000	90.000000	90.000000
---	------------	-----------	-----------