

Επαναληπτικές ασκήσεις

14-01-2020

Άσκηση 1^η

Εταιρία κατασκευάζει φωτογραφικές μηχανές με κόστος 100€ η μία και φλας με κόστος 40€ το ένα. Τα έσοδα από κάθε φωτογραφική μηχανή είναι 160€, ενώ από κάθε φλας 90€. Η εταιρία κατασκευάζει συνολικά έως 120 κομμάτια ανά ημέρα, με ανώτατο όριο του κόστους παραγωγής 6.000€ ανά ημέρα. Να υπολογιστεί το βέλτιστο μέγεθος παραγωγής ώστε να μεγιστοποιήσετε το ημερήσιο κέρδος. Να γίνει η μαθηματική μορφοποίηση του προβλήματος και στη συνέχεια να λυθεί γραφικά. Να υπολογιστούν οι σκιάδεις τιμές για το ανώτατο πλήθος παραγωγής των 120 κομματιών την ημέρα και για το ανώτατο κόστος παραγωγής των 6.000€ ανά ημέρα.

	Κόστος(€)	Τιμή πώλησης(€)	Κέρδος(€)	Παραγωγή (μονάδες/μέρα)
Φωτ. Μηχ.	100	160	60	x_1
Φλας	40	90	50	x_2
Μέγιστο	6000			120

Σκιάδης τιμή: Η βελτίωση που προκύπτει στην αντικειμενική συνάρτηση, όταν το δεξιό μέλος του περιορισμού αυξηθεί κατά μία μονάδα

Άσκηση 2^η

Να γραφεί σε τυποποιημένη μορφή το επόμενο πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού,

$$\min z = f(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

όταν

$$x_1 + 2x_2 \leq 40$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 30$$

$$x_1 - 3x_2 - 2x_3 \geq -50$$

$$x_2 + x_3 \geq 25$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Άσκηση 3^η

Εταιρεία συναρμολόγησης ηλεκτρονικών υπολογιστών αντιμετωπίζει το δίλημμα αν θα πρέπει το προσωπικό της να δουλέψει υπερωριακά ή όχι. Όταν το προσωπικό δουλεύει στο κανονικό του ωράριο η συναρμολόγηση κάθε υπολογιστή κοστίζει στην εταιρεία 50€ και η συνολική ικανότητα παραγωγής είναι 8000 κομμάτια το μήνα. Όταν το προσωπικό εργάζεται υπερωριακά το κόστος συναρμολόγησης ανεβαίνει και γίνεται 70€ ανά υπολογιστή. Να γραφεί η αντικειμενική συνάρτηση κόστους και οι απαραίτητοι περιορισμοί (Θεωρείστε X τη μεταβλητή που παριστάνει την παραγόμενη ποσότητα, χρησιμοποιήστε μια δίτιμη (binary) 0/1 μεταβλητή Y που αποφασίζει αν η εταιρεία θα χρησιμοποιήσει υπερωριακή απασχόληση ή όχι

Άσκηση 4^η (1)

Ένας ενήλικας για να εξασφαλίσει τη σωστή διατροφή του πρέπει καθημερινά να λαμβάνει τουλάχιστον 30 μονάδες βιταμίνης B₁, 27 μονάδες βιταμίνης B₂ και 33 μονάδες βιταμίνης B₃. Οι βιταμίνες B₁, B₂ και B₃ περιέχονται σε πέντε τροφές.

- Η τροφή T₁ περιέχει 3, 1 και 4 μονάδες/gr των βιταμινών B₁, B₂ και B₃ αντίστοιχα.
- Η τροφή T₂ περιέχει 2, 4 και 6 μονάδες/gr των βιταμινών B₁, B₂ και B₃ αντίστοιχα.
- Η τροφή T₃ περιέχει 0, 2 και 6 μονάδες/gr των βιταμινών B₁, B₂ και B₃ αντίστοιχα.
- Η τροφή T₄ περιέχει 3, 9 και 7 μονάδες/gr των βιταμινών B₁, B₂ και B₃ αντίστοιχα.
- Η τροφή T₅ περιέχει 1, 1 και 5 μονάδες/gr των βιταμινών B₁, B₂ και B₃ αντίστοιχα.

Το μέσο κόστος αγοράς ανά gr τροφής σύμφωνα με τον δείκτη τιμών καταναλωτή ανήλθε κατά το έτος 2005 στην αγορά της Αθήνας σε 10, 8, 9, 18, και 7 λεπτά του € για τις τροφές T₁, T₂, T₃, T₄ και T₅ αντίστοιχα.

Άσκηση 4^η (2)

1. **Ερώτημα:** Να γίνει η μαθηματική μορφοποίηση του προβλήματος βάσει ενός μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού, το οποίο θα λύνει κάθε πρωί ο καταναλωτής προκειμένου να εξασφαλίσει τις απαιτούμενες μονάδες βιταμινών με το ελάχιστο δυνατό κόστος αγοράς των απαιτούμενων τροφίμων. Υποθέτουμε ότι ο καταναλωτής διαθέτει συνταγές αρκετές ώστε να μπορεί να μαγειρεύει και να παρασκευάζει γεύμα από οποιοδήποτε συνδυασμό των 5 τροφών με οποιεσδήποτε ποσότητες δώσει η μαθηματική λύση του προβλήματος.

Άσκηση 5^η (1)

Κάποιος γεωργικός συνεταιρισμός της Κρήτης έχει στις τρεις αποθήκες του 35, 50 και 40 τόνους πορτοκαλιών. Τέσσερις λαχαναγορές της χώρας θέλουν να αγοράσουν 45, 20, 30 και 30 τόνους πορτοκαλιών αντίστοιχα. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνεται το κόστος μεταφοράς (χ.μ. ανά τόνο) από τις τρεις αποθήκες A_1 , A_2 , A_3 στις τέσσερις λαχαναγορές Λ_1 , Λ_2 , Λ_3 , Λ_4 :

		Προς				ΠΡΟΣΦΟΡΑ
		Λ_1	Λ_2	Λ_3	Λ_4	
Από	A_1	800	600	1000	900	35
	A_2	900	1200	1300	700	50
	A_3	1400	900	1600	500	40
ΖΗΤΗΣΗ		45	20	30	30	

Σχεδιάστε το δίκτυο που μοντελοποιεί το συγκεκριμένο πρόβλημα. Το πρόβλημα είναι τώρα να προσδιορίσουμε πως θα γίνει η μεταφορά από τις αποθήκες στις λαχαναγορές έτσι ώστε το συνολικό κόστος μεταφοράς να είναι ελάχιστο. Μοντελοποιήστε το πρόβλημα.

Άσκηση 5^η (2)

- Έστω ότι η βέλτιστη λύση είναι η εξής:
 - $x_{11}=0, x_{12}=10, x_{13}=25, x_{14}=0$
 - $x_{21}=45, x_{22}=0, x_{23}=5, x_{24}=0$
 - $x_{31}=0, x_{32}=10, x_{33}=0, x_{34}=30$
- 1. Ερμηνεύστε την τελική λύση. Ποιες μεταφορές θα γίνουν τελικά;
- 2. Ποιο είναι το συνολικό κόστος μεταφοράς;
- 3. Σχεδιάστε το τελικό δίκτυο μεταφοράς.

Άσκηση 6^η (1)

Μια οικοδομική εταιρεία χρησιμοποιεί τέσσερα συνεργεία για να φέρει σε πέρας έναν ίσο αριθμό έχουν αναληφθεί. Κάθε συνεργείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιοδήποτε έργο, όχι όμως εξίσου ικανοποιητικά:

	Χρόνος			
	1 ^ο έργο	2 ^ο έργο	3 ^ο έργο	4 ^ο έργο
1 ^ο συνεργείο	14	5	8	7
2 ^ο συνεργείο	2	12	6	5
3 ^ο συνεργείο	7	8	3	9
4 ^ο συνεργείο	2	4	6	10

Σχεδιάστε το δίκτυο που μοντελοποιεί το συγκεκριμένο πρόβλημα. Ζητούμενο είναι η εκχώρηση σε κάθε συνεργείο ενός εκ των έργων σε τρόπο ώστε ο συνολικός χρόνος απασχόλησης να είναι ο ελάχιστος δυνατός. Μοντελοποιήστε το πρόβλημα.

Άσκηση 6^η (2)

- Προσθέστε τους παρακάτω περιορισμούς:
 1. Το 2^ο συνεργείο να ανατεθεί είτε στο 3^ο είτε στο 4^ο έργο.
 2. Το 4^ο συνεργείο να μην ανατεθεί στο 1^ο και στο 4^ο έργο.
 3. Το 1^ο και το 3^ο συνεργείο να ανατεθούν στο 2^ο και στο 3^ο έργο (δεν μας ενδιαφέρει ποιο από τα δύο συνεργεία θα ανατεθούν σε ποιο από τα δύο έργα)